

(2)

COURS

DE

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE

Professe' du mois de Janvier au mois d'Avril,

1830 ;

par

M. PONCELET

Capitaine du Génie, Professeur à l'Ecole d'Application,
Membre de l'Académie Royale de Metz.

3^e et Dernière Partie.

sur le mouvement des machines et des moteurs.

Leçons rédigées par M^e le Capitaine du Génie

GOSSELIN,

Membre de la même Académie

Libr^e de Clouet, Rue Jacob, 11 à Paris.

Introduction.

Résumé des principes exposés dans les deux premières parties du Cours.

Principes généraux.

1. L'objet de cette troisième partie du Cours de mécanique industrielle est l'étude spéciale des machines et des moteurs à vapeur ou préalable nous rappellerons sommairement les différents principes exposés dans les deux premières parties du Cours et qui servent de base à la science des machines.

Force.

Premier principe: Les forces sont des causes qui modifient ou tendent à modifier l'état des corps. Soit que ces forces poussent ou tirent les corps, leur effet est toujours mesurable au poids; à l'aide de pesons à travail, de dynamomètres; et de même que la Kilogramme est l'unité de poids, de même toute force sera exprimée pour nous par un certain nombre de Kilogrammes (§§ 56 et 60 de la première partie).

Travail d'une force constante et dont le point d'application parcourt sa propre direction.

Deuxième principe: Pour qu'une force produise un certain travail, il ne suffit point qu'elle exerce un certain effort, il faut encore que la résistance soit vaincue, le long d'un certain chemin. Si l'effort est constant et toujours dirigé dans le sens du chemin parcouru par son point d'application, le travail de la force est mesuré par le produit de la force exprimée en Kilogrammes, et du chemin exprimé en mètres (§ 71 1^{re} partie).

Travail d'une force variable, et dont le point d'application suit la propre direction.

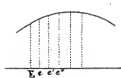
Troisième principe: Si l'effort varie à chaque instant, mais sans cesse d'être dirigé dans le sens du chemin parcouru par son point d'application, on considérera que dans chaque petit chemin élémentaire successif l'effort est censé constant, et que le produit de cet effort par le petit chemin décrit, donne la mesure du travail élémentaire. La somme de ces travaux élémentaires sera le travail total et s'obtient au moyen du théorème de Thomas Simpson (§ 180 1^{re} partie), en observant que la recherche de cette somme revient à mesurer, pour l'intervalle du chemin total, l'aire d'une courbe dont les abscisses représentent les chemins successivement décrits et mesurés en mètres, et dont les ordonnées représentent, d'après une échelle convenable, les résistances ou efforts correspondants comptés en Kilogrammes (§ 72 1^{re} partie).

Travail d'une force constante dont le point d'application parcourt une direction quelconque.

Quatrième principe: Lorsque l'effort est constant, et fait un certain angle constant, avec le chemin parcouru par son point d'application, on a fait voir, à la suite de la démonstration du



Travail d'une force en
le chemin parcouru par son
point d'application sont
variables.



Mesure de l'inertie.

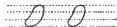
parallélogramme des forces (§ 11 1^{re} partie), que le travail de cet effort s'obtienne, soit par le produit de cet effort et du chemin de son point d'application estimé dans la direction de cet effort, soit par le produit du chemin réellement décrit et de l'effort estimé dans la direction de ce chemin. En un mot si, EF étant la grandeur et la direction de l'effort, et AB représentant la somme du chemin que parcourt le point E d'application, on construit le rectangle EF'FG' dont EF est la diagonale, et si Ee est le petit chemin élémentaire parcouru par E, il est évident qu'en abaissant la perpendiculaire ee' sur EF, Ee' représentera le chemin estimé sur EF, aussi bien que EF' représentera l'effort EF estimé sur la direction AB. On nous remarquera que le travail de la force EF, pendant que son point d'application parcourt Ee, est mesuré indifféremment par le produit EF x Ee' ou par le produit EF' x Ee.

Cinquième principe : Enfin si l'effort EF est l'angle FEF' de cet effort avec le chemin décrit par son point d'application variant continuellement et en même temps, il faudra prendre le produit EF + Ee' ou EF' + Ee pour chaque instant élémentaire ou pour chaque espace élémentaire Ee décrit par le point E, et faire la somme de ces produits à l'aide du théorème de Simpson. A cet effet on tracera une courbe ayant pour ordonnées les EF' par exemple et pour abscisses les sommes des chemins Ee élémentaires et égaux entre eux afin que les ordonnées soient équidistantes ; puis enfin on prendra de cette courbe l'aire correspondante à la grandeur du chemin total parcouru.

Sixième principe : L'inertie est la propriété qu'ont les corps de persister dans leur état de repos s'ils sont en repos, ou de mouvement s'ils sont mis avec une certaine vitesse, jusqu'à ce qu'une cause les en fasse sortir. La mesure de cette cause ou de la force qui modifie l'état du corps, est aussi celle de l'inertie ou de la résistance qu'un corps oppose à ce changement d'état. C'est à la fin qu'un moteur employé à faire mouvoir un corps selon une certaine direction, lui imprime un certain accroissement de vitesse, si on considère la modification qui s'opère dans un temps très petit t , et si on nomme v l'accroissement de vitesse aussi très petit pendant le temps élémentaire t , P le poids du corps, g la vitesse imprimée par la gravité au bout de la première seconde, et qui pour nos pays est égale à 9,809, la force qui pourra engendrer la vitesse v dans le temps élémentaire t , sera égale

à $\frac{P}{g} \times \frac{v}{t}$ (§ 130 1^{re} partie). Cette mesure est la même soit que la force motrice sollicite le corps à l'accélération, ou qu'elle retarde son mouvement. Or en vertu du principe de l'action égale et contraire à la réaction (§ 67 1^{re} partie), la force d'inertie sera également contraire à la force motrice et mesurée comme elle, par le produit $\frac{P}{g} \times \frac{v}{t}$; de plus cette force d'inertie sera contraire au mouvement, et celui-ci s'accélère, et favorable s'il est retardé. On nomme masse le quotient $\frac{P}{g}$, quotient que nous appellerons M , ensuite que la mesure de la force d'inertie peut être encore représentée par le produit $M \times \frac{v}{t}$.

Force vive d'un corps transporté parallèlement à lui-même.



Force vive d'un corps qui tourne autour d'un axe fixe.



Force vive d'un corps animé d'un double mouvement de translation et de rotation.

Septième principe: La force vive d'un corps qui se meut en ligne droite parallèlement à lui-même ou dont tous les points décrivent simultanément des chemins égaux et parallèles avec une certaine vitesse V , est égale à $M \times V^2$ (§ 136 1^{re} partie et § 48 2^e partie). Si le corps ne se meut pas dans une direction rectiligne, la même chose a lieu, pourvu qu'il conserve toujours une position semblable par rapport aux tangentes de la courbe; dénote par un point quelconque de ce corps; mais ici sa vitesse varie d'une position à l'autre, et la mesure précédente de la force vive s'entend pour une position donnée.

Huitième principe: Souvent les circonstances du parallélisme du mouvement d'un corps n'ont plus lieu; on prendra alors la somme des forces vives mesurées pour chaque mobile. Caput. Dans si le corps se meut autour d'un axe fixe, on peut mesurer la force vive totale, sans avoir besoin de calculer toutes et lles de ses diverses parties. Soit q la vitesse de tous les points du corps à l'unité de distance de l'axe fixe; i le moment d'inertie de ce corps par rapport à cet axe, c'est-à-dire la somme des produits des masses de ses différentes parties multipliées par le carré de leur distance respective à cet axe, somme donc on a donné l'expression (§§ 65 et 66 2^e partie) pour diverses formes de corps, la force vive du corps en question sera représentée par $i \times V^2$. (§§ 60 et 64 2^e partie).

Neuvième principe: Si le mouvement du corps se compose d'un mouvement de transport général de son centre de gravité, et d'un mouvement de rotation autour de ce centre ou de la tangente à la courbe qu'il décrit à chaque instant, la force vive est égale à la somme de la force vive du corps estimée comme si tous ses points n'avaient que la vitesse du centre de gravité, et de la force vive relative à la rotation autour de ce centre.

Dixième

Principe des forces vives
pour un intervalle de temps
fini.

Dixième principe: Jusqu'ici nous avons appris non seulement à calculer la force vive totale d'un corps, dont on connaît l'état de mouvement, mais encore à mesurer le travail d'une force dont la densité, le chemin du point d'application et la direction sont donnés à chaque instant; il nous reste à rappeler la relation qui existe entre cette force vive totale, et le travail des forces qui l'ont produite, relation qui est nommée principe des forces vives ou principe de la transmission du travail, et qui constitue à elle seule toute la théorie des machines. Nous l'avons démontré dans les (§§ 55 et 59 de la 2^e partie) et elle se définit ainsi: si un corps ou plusieurs corps liés entre eux par des moyens quelconques, et assujétis à certains mouvements comme les différentes pièces d'une machine, sont soumis à l'action des puissances ou forces qui tendent à accélérer leur mouvement; et de résistances ou forces qui tendent à le retarder, alors, en considérant ce qui a lieu entre deux instants quelconques de mouvement, il arrive que l'accroissement ou le décroissement total de la force vive est précisément égal au double de la différence absolue entre la somme des quantités de travail des puissances et celle des quantités de travail des résistances dans la même intervalle de temps.

Même principe pour
un intervalle de temps infi-
niment petit.

Onzième principe: Si, au lieu de considérer ce qui arrive entre deux instants quelconques, ou pour deux positions éloignées du système, on ne s'occupe que de ce qui arrive dans un temps ou chemin infiniment petit, le travail des puissances sera égal au travail des résistances augmenté du travail des forces d'inertie si le mouvement s'accélère, ou diminué de ce même travail si le mouvement se ralentit, car il faut se rappeler que l'inertie agit comme puissance véritable; quand les résistances l'emportent sur les puissances, et vice versa (§ 54 2^e partie).

Principe relatif au
mouvement uniforme d'un
système.

Deuxième principe: On remarquera que si les corps ne tendent ni à accélérer ni à diminuer leur mouvement, ou si leur vitesse reste la même, ou si enfin le mouvement est uniforme, l'accroissement des forces vives sera nul pendant un temps quelconque. Alors la somme du travail des puissances pendant ce temps devient égale à celle du travail des résistances. Il en est de même si la force vive redevient la même pour certaines positions et au bout d'un certain nombre de révolutions; c'est à dire que le travail que développent les puissances pendant ces intervalles est égal à celui des résistances.

Principes relatifs au mouvement périodique d'un système.

Troisième principe. Le théorème précédent relatif au mouvement uniforme se maintient encore pour chaque instant infiniment petit. Car puisque la vitesse est toujours la même, — l'inertie est plus mise en jeu, et son travail élémentaire est nul. Dans ce cas la somme des quantités de travail élémentaires des puissances est perpétuellement égale à celle des quantités de travail élémentaires des résistances; ce qui signifie qu'il y a équilibre, ou que les puissances s'équilibrent contre les résistances, soit dans le cas du mouvement uniforme, soit dans le cas du repos où la vitesse est nulle.

Principes précédents étendus à chaque corps d'un système en particulier.

Quatrième principe. Ces divers principes ne s'appliquent pas seulement à l'ensemble de tout le corps; car ils ont lieu pour chaque corps en particulier, en le supposant soumis à une seule puissance et à une seule résistance dans des deux points où il est poussé par le corps qui le précède et par celui qui le suit.

Considérations générales sur les Machines.

Nomenclature générale des pièces d'une machine quelconque.

2. Le rappel des principes précédents était d'une nécessité indispensable, puisqu'ils sont susceptibles d'une application immédiate aux machines, lesquelles considérées sous le point de vue industriel, sont destinées à exécuter certains travaux des arts à l'aide des moteurs que présente la nature, tels que les animaux, le vent, le calorique ou la vapeur d'eau. — La plupart des machines industrielles se composent de différentes pièces distinctes, simples ou élémentaires, pièces qui sont analogues aux machines simples qui nous ont occupé dans le cours de la première année. Ces pièces se communiquent le mouvement de proche en proche, depuis le moteur jusqu'à la matière à confectonner. — La première pièce, près du moteur, se nomme le récepteur, parce qu'elle reçoit l'action directe de la force; la dernière est l'opérateur ou l'outil; les pièces intermédiaires se nomment les communicateurs. Souvent aussi on nomme le récepteur moteur, parce qu'on considère cette pièce comme dominant l'action aux autres; sous ce rapport chaque pièce peut être considérée comme le moteur de celle qui la suit directement de l'outil. Mais il ne faut pas confondre ces moteurs secondaires avec les moteurs primitifs qui sont la gravité, la chaleur, les animaux. — Par exemple, dans un moulin à farine, le moteur primitif est la pierre. L'eau ou la gravité, l'eau elle-même n'est que moteur secondaire, mais il n'y a

pas d'inconvénient à la considérer comme la véritable moteur. La roue hydraulique est donc ici le moteur secondaire, ou le récepteur; les rouages sous les communicateurs du mouvement et du travail; la mule est l'outil, l'opérateur. — Des dénominations analogues s'appliquent à toutes les machines.

Actions des forces
sur les machines, applica-
tion du principe des forces
vives.

3. En vertu des principes généraux rappelés plus haut, soit que l'on considère la machine entière comme soumise à l'action de la puissance qui constitue le moteur primitif, à celle de la résistance utile qui constitue le travail, et aux actions des résistances nuisibles qui s'opèrent aux diverses parties frottantes, soit qu'on considère séparément chacune des pièces distinctes ou des machines simples dont elle se compose, comme soumise à l'action motrice de la pièce précédente, et à l'action contraire ou résistance utile de la pièce suivante ainsi qu'aux diverses résistances nuisibles inhérentes à la nature de la pièce en question, toujours est-il certain que le travail moteur se subdivise en trois parties dont l'une sera le travail utile dû à la résistance qu'on veut vaincre; la deuxième le travail nuisible dû aux résistances étrangères à l'objet qu'on se propose, et la troisième la moitié de l'accroissement de la force vive des parties matérielles de la machine. — Ordinairement les machines se meuvent d'un mouvement uniforme, et ce cas est celui des moulins à farine. L'accroissement de force vive est nul dans ces machines, parce que les forces agissent continuellement et ne cessent de se détruire entre elles. Ainsi pour cette circonstance, le travail développé par la puissance à chaque instant ou pendant un intervalle de temps quelconque, est égal au travail utile, plus au travail développé par toutes les résistances nuisibles. — Dans la plupart des cas, le mouvement des machines industrielles est d'ailleurs périodique ou tel que les vitesses redeviennent les mêmes au bout d'un certain nombre de révolutions. Par conséquent au bout de cet intervalle, l'accroissement de force vive est encore nul, et le travail du moteur se compose de l'effet utile augmenté de travail absorbé par les résistances nuisibles. — Si on a bien suivi ce raisonnement qui appartient à toutes les machines simples ou composées, on doit être convaincu qu'aucune combinaison de pièces ou de rouages ne peut faire que le travail du moteur ou la dépense effective du travail sur la première pièce soit moindre que le travail opéré par l'outil ou que nécessaire l'ouvrage à confectioinner. C'est

Un principe qui nous a servi en plusieurs occasions de repère dans la précédente partie de l'ouvrage, de l'occasion des agents simples tels que les ressorts, l'élevation des poids, etc.

Objet des Machines, transformation du travail.

4. Le but véritable des machines ne saurait donc être d'augmenter le travail mécanique des moteurs qui y sont appliqués, mais de transformer ce travail en ouvrage ou travail industriel selon des considérations données dans chaque cas spécial. Ce n'est pas un de leurs moindres avantages, que de convertir le travail de la chute d'un cours d'eau, ou d'un combustible, ou de chevaux, ou de manœuvre sans intelligence, et de tirer parti de ce travail pour mouvoir le fil, filer la laine, scier le bois ou lever d'énormes fardeaux. Pour mieux fixer les idées, soit $F \times E$ le travail que peut lever un moteur dans chaque seconde de temps; une machine nous fournit le moyen de transformer $F \times E$ en un ouvrage qui exigerait à chaque seconde une quantité de travail $f \times e$ nécessairement plus petite que $F \times E$ selon la genre de la machine et des résistances nuisibles; une machine ne nous permet en outre de modifier l'un ou l'autre des facteurs f ou e du produit $f \times e$, de telle sorte que tantôt l'effort f de la résistance utile sera 10 ou 100 fois plus grand que l'effort F du moteur, et que tantôt ce sera au contraire la vitesse e de l'opérateur ou de l'outil qui sera 10 ou 100 fois supérieure à celle du moteur. L'un ou l'autre de ces conditions est toujours possible pourvu que le second facteur du travail $f \times e$ de l'outil demeure égal au travail $F \times E$ du moteur; diminué du travail des résistances nuisibles de la machine; conformément au principe développé ci-dessus. — On pourra faire, par exemple, qu'avec une machine, un homme de force médiocre puisse soulever un fardeau de 1000 ou de 10.000 Kilogrammes; mais alors il faudra nécessairement ralentir beaucoup la vitesse du fardeau ou le chemin décrit dans chaque seconde par son centre de gravité. Les souffles, le treuil, la vis, le levier nous ont montré l'exemple de semblables combinaisons. Pareillement aussi, on augmentera la vitesse d'un outil, pourvu qu'on diminue la résistance de la machine en conséquence et de façon que l'ouvrage reste à peu de chose près le même. Ici se présente l'occasion de remarquer que, pour la qualité des produits confectionnés et pour la solidité même de la machine, il n'est pas toujours permis de donner à l'outil une vitesse arbitraire. Souvent avec une vitesse trop faible, l'outil opère mal, et avec une vitesse trop forte, il se brise, il s'échauffe, il altère ses produits. On en a une

exemple dans la fabrication des farines. Si la mouture marche trop vite, le grain s'échauffe et se détériore; si sa marche est trop lente, la force centrifuge est insuffisante pour l'écarter le grain à une certaine distance; il s'accumule près du moyen de la mouture, et ne s'écrase plus.

La modification des
facteurs du travail n'est
pas arbitraire.

5. Non seulement on ne peut pas à l'aide des machines augmenter le travail des moteurs; mais on n'est pas toujours le maître de modifier à volonté les facteurs E et F dont la production constitue le travail utile de l'outil. Il existe en effet une vitesse la plus convenable de ce dernier et dont on ne devrait s'écarter sans diminuer la qualité ou la quantité des produits. Le travail EF des moteurs présente des circonstances analogues. Un moteur dont la vitesse E est grande, ne peut exercer qu'un très faible effort F , et cet effort devient même nul, lorsque la vitesse de son point d'application est parvenue à une certaine limite supérieure. Lorsqu'au contraire la vitesse est très petite, et à plus forte raison quand le moteur reçoit ses rayons, le travail est susceptible du plus grand effort F ; et comme le travail se compose des facteurs E et F , soit dans les limites extrêmes où le travail développé est réduit à zéro. Il y a donc une vitesse et un effort les plus favorables au travail, qui peut produire le moteur ou pour lequel ce travail devient un maximum. Ainsi on peut dire en général pour le moteur — comme pour l'outil d'une machine, que l'espèce E qu'il doit recevoir doit être dans chaque seconde, ou pour vitesse, et à ce sujet dans chaque cas spécial, à certaines conditions ou règles qui dépendent de la nature du moteur ou de la qualité des produits, et qui assignent à l'avance à cette vitesse une valeur dont on doit s'écarter le moins possible, si on veut à l'économie du travail ou à la qualité de l'ouvrage.

Déchet de travail
produit par les machines.

6. On se formera un idée du déchet de travail occasionné par les résistances nuisibles des machines, si nous nous rappelaient, d'après le résultat des expériences les plus authentiques, que les plus simples et les plus parfaites machines rendent à peine à l'outil les $\frac{6}{10}$ ou les $\frac{7}{10}$ du travail dépensé à le leur faire passer par le moteur, et qu'il en est d'autres qui, par suite de leur ridicule complication, ne rendent pas même le $\frac{1}{10}$, le $\frac{1}{50}$ de ce travail. Cette dernière fraction est particulièrement relative à l'ancienne machine de Morley qui servait à élever les eaux de la Seine au moyen de pompes mues par des roues hydrauliques, et qui avait fait longtemps l'admiration

l'admiration de l'Europe. Déjà aussi, à l'occasion des machines simples, nous avons pu reconnaître que le travail utile effectif, dans le cric par une puissance motrice peut n'être (§ 116 2^e partie) que le $\frac{1}{2}$ de celui de cette dernière, et que le déchets doit être plus considérable dans la preste à cric. Ce déchets dans la preste à cric est les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{3}{4}$ de celui du moteur (§ 159 et 160); dans le système de mouffles le plus simple, la perte du travail est encore d'environ $\frac{1}{6}$; enfin on peut s'assurer que, pour le cric à double harnais, elle s'élève à plus du $\frac{1}{3}$ du travail de la puissance.

Illusion dans
l'appréciation de l'effet des
Machines.

7. On voit aussi par là combien est grave l'erreur de ceux qui prétendent produire à l'aide de combinaisons mécaniques très-compliquées des effets prodigieux aux yeux d'un vulgaire ignorant qui ne se doute pas de la quantité de travail nécessaire pour faire mouvoir ces merveilleux. L'illusion provient presque toujours, en pareil cas, de ce qu'on n'apprécie ici l'effet de la machine que par l'im des facteurs du travail utile, que par l'intensité absolue de l'effort que suppose la résistance à vaincre, comme lorsqu'il s'agit de soulever d'énormes fardeaux à l'aide d'un cric ou d'une vrie. L'illusion qui se produit alors dans l'esprit des spectateurs, est analogue à celle que nous éprouvons en voyant un seul homme soulever un globe métallique très volumineux que nous croyons plein au lieu d'être vide. En effet négligeant la considération de la densité de ce globe, ou méconnaissant son poids d'après la seule idée de son volume qui n'en est qu'un des facteurs (§ 35 1^{re} partie), nous serions tentés d'attribuer à cet homme une grande puissance d'action; et à ce titre l'ascension des ballons gonflés serait plus merveilleuse encore. De même quand nous voyons un homme élever, par l'action d'un cric, une voiture de roulier pesant jusqu'à 10.000 Kilo^g, nous ne faisons attention qu'à l'énormité du poids, sans songer à l'autre facteur du travail utile, c'est-à-dire au chemin décrit par le fardeau; chemin qui d'après nos principes est d'autant plus petit que le fardeau est plus grand et qui est tel que le travail effectif est moindre d'un quart que celui qui est dépensé par l'homme. — On a quelquefois cité le mot d'Archimède: Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai la terre. Outre que le point d'appui et le levier manquent, outre que c'est réellement le point d'appui qui supporterait la terre, il est aisé de voir qu'Archimède au bout d'un temps presque indéfini n'aurait soulevé la terre qu'à une hauteur inappréciable.

Mouvement perpétuel.

8. Une autre erreur est celle de quelques individus qui dans leur ignorance s'appliquent à trouver les moyens de perpétuer sans fin le mouvement imprimé à des machines, ou d'obtenir le mouvement perpétuel. Elle provient uniquement de ce qu'ils oublient que les pièces des machines sont accompagnées de résistances inséparables, de sorte que, quand bien même la machine devrait marcher à vide, sans effectuer de travail, la force vive qu'on lui aurait imprimée une fois, pour toutes, se verrait continuellement amoindrie par le travail de ces résistances, et finirait par être complètement éteinte, comme le prouve l'expérience dès le premier état de toutes ces prétendues inventions. Non seulement le repos suit plus ou moins près la première impulsion; mais il est fort souvent le seul état possible de la machine, grâce à l'imperfection de l'inventeur. Soit il ne peut y arriver qu'à l'aide d'une illusion, à moins que le charlatanisme ne soit de la partie; soit il est à dire à moins que la machine ne recèle quelque pièce cachée, quelque principe moteur tel qu'un mouvement de machine à ressort, et capable de vaincre à chaque instant les résistances inséparables. Mais jamais la nature ne nous offre de machine dont l'action s'exercerions dans cette ne ne s'épuise à la longue; aussi arrive-t-il toujours que la machine s'arrête. Elle-même, si elle n'est remontée comme le tourne-broche, ou si la nature ne subvient par à la dépense du travail occasionnée par les résistances.

Mouvement perpétuel
à l'aide des piles électriques.

9. Cependant on voit en ce moment dans les divers passages couverts de Paris, passagers que nous voyons à regret n'être pas en usage à Paris près de différents marchés, on voit, dis-je, dans ces lieux qui sont autant de bazars ou foires permanentes, des joujoux qui paraissent complètement doués de mouvement perpétuel, et qui le sont en ce sens que le mouvement se prolonge pendant des années entières sans ralentissement apparent, et sans l'action de ressort, de contre-poids ou d'autre agents anti-gravitation. Un balancier ou levier horizontal terminé par deux boules en équilibre sur un pivot placé au milieu de leur intervalle, va et vient continuellement de manière que l'une des boules touche alternativement deux disques métalliques situés en face et de part et d'autre de cette boule. Or ce jeu ne surprend que ceux qui ignorent les propriétés dont jouissent les piles électriques et dont il nous sera fait une description par votre Professeur de Physique. — L'action de ces piles, quand elles se composent de certaines substances, est telle qu'elle se conserve dans toute son intensité

pendant des années entières, mais comme elle n'est extrême-
ment dépourvue de l'altération des substances qui entrent dans
les piles, il faut bien, quelle que soit la lenteur de cette altération,
que l'action motrice qui sert à vaincre l'inertie des boules, la ré-
sistance ou pivot de celle de l'air, finisse, un peu plutôt un peu
plus tard, par s'annuler totalement. — On a cité le mécani-
isme qui précède, parce qu'il est le plus parfait et le plus ingé-
nieux de tous ceux qui ont été inventés pour établir le mou-
vement perpétuel. C'est presque tous les auteurs sont
donc à des hommes tellement ignorants, et leur principe est si
grossier, qu'à la première vue on peut deviner l'erreur méca-
nique à laquelle ils doivent leur existence. Nous n'aurions
pas autant insisté sur ces réflexions, peu dignes de nous occu-
per, si malheureusement des artistes d'ailleurs recommanda-
bles sous d'autres rapports, oubliant ce qu'ils doivent à leur
famille, à la société, à eux-mêmes, ou se laissant entraîner
à la tentation de courir après ces chimères aujourd'hui flétries
du nom de pierre philosophale, et rejetées ainsi parmi ces pré-
tentions même ridicules peut être des Alchimistes du bon vieux
temps qui croyaient pouvoir faire de l'or avec les pierres ou les
métaux. Nous laisserons désormais ces rêveries, si ce n'est des
exemples dans presque toutes les sciences et tous les arts, pour
étudier les lois véritables des machines industrielles.

Complication de la
question de l'établissement des
Machines.

10. Si les machines sont composées de trois parties dis-
tinctes, le moteur ou récepteur, l'opérateur ou l'outil, et les com-
municateurs du mouvement; elles ont aussi toutes un but général
et commun. Celui qu'on se propose en s'établissant dans l'industrie
une machine quelconque, c'est de confectonner une certaine quan-
tité d'ouvrage au moindre prix possible, à qualité égale d'ailleurs
des produits. On voit, d'après cela, que la condition de l'établis-
sement des machines se complique d'un grand nombre d'éléments
différents, tels que la valeur des produits confectonnés, la mise de
fonds nécessaires pour la construction de la machine et de ses
accessoires, tels que bâtiments, magasins, employés, etc., la durée
de la machine, son entretien journalier, le prix du travail moteur,
etc. Un industriel habile met en balance toutes ces élémens et de
plus il doit avoir égard aux chimères, aux pertes de temps indivi-
cables dont le plus grave inconvénient n'est pas seulement de
rendre les capitaux improductifs pendant une portion plus ou
moins grande de l'année, mais de compromettre l'existence de
l'établissement par une suspension absolue de travail. Cette
dernière considération fait qu'on renoue souvent à la machine la

moins coûteuse dans l'action et interrompue, pour en choisir une qui varie régulièrement pendant toute l'année. Enfin le prix de transport des produits, la facilité d'exécution, des communications ajoutent encore à la complexité de la question dans l'établissement. Or de semblables questions sont, pour l'utile, hors du domaine de la science qu'on nomme Économie industrielle, et ne peuvent faire l'objet d'un cours tel que le nôtre. Il nous suffira d'examiner la partie de la question qui concerne l'économie de la force motrice ou du travail, abstraction faite du prix en argent qui coûte la machine. Notre but à nous est de déterminer la disposition la plus convenable de toutes les parties, de façon que l'ouvrage ou le travail utile soit le plus grand possible pour une quantité donnée du travail dépensé par le moteur. Quoique le prix du travail ne soit pas la seule chose qui constitue le prix de l'ouvrage, il en est cependant le principal élément; et en le comparant à ce qui coûte les frais de premier établissement d'une machine et de ses accessoires, on trouve que ces frais ne sont qu'une fraction bien faible du prix du travail. Pour donner une idée du rapport de ce travail avec le prix d'une machine, nous nous bornerons à vous rappeler que le travail de 16 chevaux coûte 32 pence par jour ou 11520 pence par an; la quelle somme correspond à un capital énorme, si on la compare avec la somme de 32 000^{fr} qui coûte environ l'établissement. Une autre raison militait en faveur de toute disposition susceptible de rendre le travail utile le plus grand possible; c'est que la machine devient plus durable, et par conséquent plus économique. Car on ne remplie la condition du maximum de travail; qu'en régularisant les actions des forces; et de cette régularité d'action, résulte le minimum de dépense et le maximum de durée pour la machine. Voilà pourquoi nous étudierons les moyens de rendre le travail un maximum et d'éviter toutes les causes qui pourraient être contraires à cette condition.

Manière de procéder à l'établissement des machines.

11. La première chose dont on s'occupe dans l'établissement mécanique d'une machine, c'est le choix de l'outil; ensuite on procède à celui du moteur ou récepteur; puis viennent les communications du mouvement qui ont pour objet de transmettre le travail du moteur à l'outil suivant des conditions déterminées d'après la nature particulière de ces deux, et qui régulent leur meilleur effet et rendent le rapport de exf à ExF le plus grand possible. — La science des machines ainsi considérée se compose donc de la science des outils, de la science des moteurs, et de la science des communications ou modifications du mouvement; à quoi il convient d'ajouter la science des constructions qui apprend à répondre à régler les formes et dimensions des divers parties de la machine la plus solide, la plus durable, la plus économique et la plus propre à éviter les dépenses du travail moteur. On ne saurait entrer dans le détail de toutes ces questions qui appliquées à une seule pièce raisonnaient

déjà une discussion fort longue, et nous nous bornerons à l'essentiel, aux règles le plus généralement utiles. — Nous dirons peu de choses sur les outils, parce que leur nombre est immense, et que chaque espèce de fabrication en contient elle-même une grande variété. On a d'ailleurs parlé sur les outils, sur leurs bonnes qualités. Quelques-uns cependant sont d'un emploi général; tels sont les pistons, de pompe et autres qu'on ne manquera point de vous faire connaître. — L'étude des récepteurs est tellement liée à celle des moteurs, qu'on ne saurait parler de l'un sans traiter également des autres. Quant aux communicateurs du mouvement leur nombre est considérable; et tous les jours il s'en découvre des combinaisons nouvelles. C'est une science à part qu'on a consacré à tort sous le point de vue géométrique. Mais ces combinaisons sont limitées, quand on les considère sous le point de vue mécanique. C'est là nous établissons des règles à l'aide desquelles on distinguera les bons communicateurs de ceux qui ne peuvent être utiles dans l'industrie. Or il existe pour les machines deux cas de limites extrêmes. Dans l'un, les machines ne sont soumises qu'à des actions très faibles, et alors peu importe la nature de leurs communicateurs. Dans l'autre au contraire, où elles sont très puissantes, leurs communicateurs doivent être établis d'après les lois de la mécanique; et l'exposé de ces règles devient d'autant plus essentiel que ce sont les machines fortes qu'on emploie dans l'industrie. — En général pour reconnaître une bonne machine d'une mauvaise; il faut examiner de quelle manière l'action se transmet du récepteur à l'opérateur. Cette transmission s'opère de proche en proche par une suite de pièces qui se poussent ou se tirent, et qui sont solidaires les unes des autres, c'est-à-dire qu'elles désiront respectivement et simultanément de certains chemins pour un certain chemin d'écarts par l'une d'elles. C'est, quand on se donne la vitesse ou le chemin décrit par une pièce, rien n'est plus facile que de trouver combien les autres pièces se sont mouves en même temps, en examinant sur un dessin leur disposition géométrique et mutuelle.

Remarque sur
des machines à quar-
tier de repos.

12. Supposons une puissance motrice appliquée au récepteur d'une machine et une résistance appliquée à l'opérateur. Si la machine est d'abord au repos, il faut bien que pour l'en faire sortir, le travail élémentaire du moteur l'emporte sur celui de la résistance, de mouvement, de nul qu'il était, se produit, et s'accroît tant que cette supériorité de travail de la puissance sur celui de la résistance subsiste. Or on même tant que la vitesse augmente, non seulement l'effort du moteur diminue ainsi qu'on l'a vu (§), mais encore certaines résistances deviennent croissantes. Par conséquent pendant l'augmentation de la vitesse de la machine, le travail du moteur d'écarts, et ceux des résistances croissent de plus en plus.

Il est donc impossible que la vitesse augmente indéfiniment, comme le ferait un corps grave qui tombant dans le vide le long d'une hauteur indéfinie, acquerrait une vitesse de plus en plus grande. Mais de même que ce corps, s'il se mouvait dans un milieu, atteindrait une vitesse finie et constante par suite de la résistance toujours croissante du milieu qui contraindrait bientôt l'action motrice de la gravité, de même dans une machine, où nous venons de reconnaître que le moteur doit décrire en même temps que existent les résistances, il arrive un moment où le mouvement cesse de s'accélérer, et où les puissances sont équilibrées aux diverses résistances. La vitesse ne peut donc plus alors s'accroître. C'est une chose remarquable que cette uniformité du mouvement ne s'établit parfaitement qu'au bout d'un temps infini. Et la vérité, le temps où cela a lieu sensiblement est plus ou moins long, selon que les résistances sont plus ou moins fortes, parce que dans le premier cas le moteur arrive assez lentement à sa limite, et que dans le second le moteur y parvient beaucoup plus rapidement. Il est aisé d'après cela de reconnaître l'erreur grave qu'on commettrait, si une minute près la levée de la roue qui laisse arriver l'eau sur un moulin, on venait à considérer le mouvement comme déjà uniforme et combiner les observations qu'on en feroit sur le travail de la meule seraient vicieuses. La démonstration relative au temps au bout du quel le mouvement devient uniforme, est développée aux §§ 250 et 251 de la 1^{re} partie. C'est ici le lieu d'indiquer le moyen pratique à l'aide duquel on mesure, sur place la vitesse d'une machine, d'une roue par exemple, pourvu que son mouvement soit devenu uniforme. Il consiste à marquer avec de la craie un point sur la roue, à observer le nombre de fois que ce point se trouve en coïncidence avec un autre point fixe qui appartiendra à l'un des supports, pendant un certain temps, et à multiplier ce nombre de fois par la circonférence décrite par le point mobile. Le quotient de ce produit divisé par le nombre des secondes contenues dans le temps de l'observation exprimera la vitesse cherchée pour le point en question de la roue. De même le point en question, car tous les points de cette dernière sont animés de vitesses différentes et proportionnelles à leur distance de l'axe de rotation.

Nature des diverses actions qui se développent sur une Machine.

13. Examinons le rôle que jouent les différentes forces qui exercent leur action sur une machine en mouvement. Elles sont de six espèces : 1^o La pesanteur ou le poids des différentes pièces. 2^o La moteur appliqué au récepteur et destiné à produire le travail. 3^o La résistance utile opposée par l'outil. 4^o Les résistances nuisibles telles que les frottements, les forces d'adhérence, la résistance du milieu, celles des chaînes, des cordes, &c. 5^o La force d'inertie des pièces, véritable résistance quand le mouvement s'accélère, et véritable puissance quand le mouvement se ralentit. 6^o Les actions moléculaires des corps qui proviennent de leur compression, de leur extension, ou de leur flexion pendant le mouvement, et dont l'effet, attendu l'élasticité imparfaite de ces corps, est d'y produire

une certaine déformation qui nécessairement absorbe une portion quelconque du travail du moteur.

Influence de
la pesanteur.

14. Si le centre de gravité d'un corps du système de solénoïdes ne monte ni ne descend ou reste à la même hauteur pendant toute la durée du mouvement qu'on considère, il n'y a aucun travail produit ou consommé par la pesanteur (§§ 50 et 51 de la 2^e partie). — C'est ce qui arrive pour une roue centrée dont le centre de gravité coïncide avec le centre de rotation, pour le treuil où le centre de gravité demeure toujours sur l'axe, et en général pour les machines dont toutes les parties consistent dans des pièces de rotation. Puisqu'alors le centre de gravité ne monte ni ne baisse, le chemin qu'il parcourt dans le sens vertical est nul, aussi bien que le travail de la pesanteur dont il n'y a pas lieu de tenir compte. Et la vérité est que ces pièces posent sur des appuis, et y exercent des pressions d'où naissent des frottements; et c'est là toute l'influence du poids de ces pièces. Souvent encore dans les machines, certaines pièces montent et baissent alternativement; tel est le jeu des pistons et de leurs tringlons dans les pompes, et celui des billes ou pièces qui dans les machines à vapeur lient le mouvement alternatif du balancier au mouvement de rotation des volants. — Quoi qu'il en soit, quand ces pièces alternatives montent, ce ne peut être qu'aux dépens du moteur dont elles entrent une portion du travail, équivalente au produit de leur poids multiplié par la hauteur de leur course. Mais comme elles ne peuvent s'élever indéfiniment, il est évident qu'à moins que le travail utile ne consiste dans l'élévation de fardeaux, elles finiront par descendre, et qu'alors leur travail égal au précédent pendant cette course descendante, s'ajoutera ou sera restitué au travail du moteur. Si donc l'effet du poids de ces pièces a été tel que son travail tantôt contraire et tantôt favorable à celui du moteur, a augmenté ou diminué tout à tout ce dernier de quantités égales, c'est comme si le travail de ces poids avait été nul. Ainsi il ne faut pas s'occuper de l'action de la pesanteur à l'égard des pièces à mouvement alternatif. Les calculs sont d'ailleurs simplifiés, par suite de cette légitime abstraction. Mais on se gardera de négliger la pression des corps posant sur les appuis, parce que leurs poids y produisent des résistances nuisibles qu'on ne saurait omettre. C'est pour cette raison qu'on évitera de rendre les pièces trop lourdes.

Influence du moteur
et de la résistance
de l'outil.

15. On a des précédemment (3) qu'il y avait dans l'établissement des moteurs, des conditions qui rendaient leur effet le plus favorable et que leur travail devenait un maximum pour une certaine vitesse donnée au receveur. Ces considérations sont également applicables à l'outil et à l'opérateur.

16. Les

Influence des
résistances nuisibles.



16. Les frottements ont deux l'action est en tout écart de choses contraires au mouvement, d'augmenter de plus en plus le travail du moteur à mesure que le mouvement s'accroît. Aussi leur rôle est-il influent dans le déchet apporté au travail dépensé. Afin de diminuer l'effet de ces résistances nuisibles, il faut diminuer les deux facteurs du travail $R \times r$ dans lequel R représente l'intensité de toutes ces résistances combinées, et r le p. té. chemin élémentaire parcouru par le point d'application du frottement ou de R sur les surfaces frottantes. Le frottement le plus ordinaire d'une machine est celui d'un tourillon sur sa crapaudine, et la valeur de R de sa résistance est proportionnelle (§ 121. 2^e partie) à la pression du tourillon contre sa crapaudine. Quand à r , c'est le petit arc élémentaire décrit par le contact de ces deux surfaces frottantes, et qui a pour rayon le rayon même du tourillon; le produit $R \times r$ exprime le travail que l'action de ce genre de frottement détruit sur la machine. Le facteur R est rendu plus faible soit en polissant soit en graissant les surfaces qui frottent, et on en réduit le chemin décrit r , en diminuant autant que possible le rayon du tourillon (§ 122. 2^e partie). On se rappelle d'ailleurs que l'étendue des surfaces frottantes n'influence en rien sur la valeur R de la résistance du frottement (§ 107. 2^e partie). Si la résistance provient du milieu dans lequel se meut la machine, il faut donner à ses parties les formes les plus avantageuses.

Influence de l'inertie.

17. L'inertie des pièces n'est mise en jeu que quand le mouvement varie. Si dans certains instants le travail des résistances surpasse celui des puissances, le mouvement se ralentit nécessairement; mais alors l'inertie ajoute son travail à celui des puissances pour maintenir le mouvement. Si au contraire le travail des puissances est supérieur à celui des résistances, l'inertie s'oppose à l'accélération du mouvement qui en résulte, et diminue de son travail celui des puissances. Donc entre les instants où la vitesse de la machine passe d'un mouvement périodique, est redevenue la même, l'inertie n'a en réalité rien consommé de travail du moteur; son rôle est par conséquent le même que celui de la gravité, en sorte que pendant ces intervalles, le travail des puissances égale le travail utile plus le travail des résistances nuisibles.

Influence des réactions
moléculaires.

18. Les pièces d'une machine, quand elles sont mises en mouvement, se fléchissent, et lorsque on se comprime; en un mot elles éprouvent une déformation qui va même jusqu'à la rupture (et dans ce cas le mouvement est interrompu), si leurs dimensions sont insuffisantes. La considération de ces actions moléculaires est ici fort importante, parce que les corps ne sont jamais parfaitement élastiques, et qu'ils ne peuvent manquer d'être plus ou moins déformés. La quantité d'action qui se développe, qui ne se restitue plus, est d'autant plus grande que la déformation est plus grande; si les forces sont discontinues, la déformation se

sipite aussi bien que l'action qui l'a produite; et elle diminue d'autant le travail dépendu par le moteur. C'est ainsi que les chocs sont une source de déperdition de travail; pendant leur durée il se produit entre les corps en contact des pressions énormes d'où résultent des déformations, des pertes d'action que la défiance d'élasticité empêche de restituer. Il importe donc d'écrire les chocs dans les machines; et c'est à quoi on parvient, en traçant les parties qui se conduisent ou communiquent le mouvement, de façon qu'elles ne se quittent pas, que le mouvement s'opère par degrés insensibles et qu'il y ait le moins de jeu possible dans les articulations. En général les chocs proviennent de l'excès de jeu qui fait que chaque pièce arrive contre sa consécutive avec une vitesse acquise, ou que les forces agissent tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre. Nul doute que les parties poussantes ne doivent être traitées avec une rigueur géométrique et sans aucune discontinuité. Celle est la cause de la forme circulaire donnée au tourillon qui tourne dans sa crapaudine. S'il était carré, il se mouvrait autour de ses différents angles, et chaque côté s'appliquant sur la crapaudine, la choquerait brusquement. Une forme elliptique ne domierait, il est vrai, lieu à aucune secousse; mais aussi le centre de gravité du tourillon ou de la pièce dont il fait partie serait alternativement le plus haut ou le plus bas possible, selon que le grand axe ou le petit axe de l'ellipse occuperait une situation verticale; et de ce changement de position du centre de gravité naîtraient des inégalités d'action qui sont toujours de désavantages.

Inconvénient du
mouvement varié.

19. Les pertes de travail précitées ne se produisent pas seulement pendant les chocs; elles ont aussi lieu, quoique d'une manière moins sensible, lorsque les vitesses de la machine changent ou que son mouvement est varié. En effet toute variation dans les vitesses en suppose une autre dans les efforts qui sollicitent la machine, et ceux-ci de même qu'ils étaient peut-être devenus très grands et cicæ versa, et agis tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. L'altération, la fatigue que les pièces en éprouvent, leur occasionnent une certaine déformation qui ne saurait être sans une perte quelconque de travail. Si d'ailleurs la solidité exige que les pièces d'une machine reçoivent des dimensions proportionnées aux plus grands efforts qu'elles sont destinées à supporter et que, par ce motif, les pièces d'une machine à mouvement varié soient plus lourdes que pour une machine à mouvement uniforme, n'est-il pas évident que la première aura sur la seconde le désavantage d'être soumise à plus de résistances nuisibles? Or il est facile de prouver qu'à travail égal dans le même temps, la machine dont le mouvement est varié sera soumise à des efforts plus considérables, que celle qui serait soumise d'un mouvement uniforme. En effet, de ce que le travail est supposé égal de part et d'autre, l'effort constant qui



régit cette dernière doit être regardé comme égal à l'effort moyen, parmi tous ceux qui s'exercent sur l'autre. C'est le travail de la machine à mouvement varié sera exprimé par l'aire $ABDC$ d'une courbe CD dont les abscisses représentent les chemins successivement décrits par les efforts, et dont les ordonnées sont proportionnelles à ces efforts variables. Quant au travail équivalent de la machine uniforme, sa représentation sera donnée par l'aire du rectangle $ABFE$ dont la base AB est le chemin total parcouru pendant l'intervalle commun qu'on considère dans les deux machines, et dont la hauteur AE est proportionnelle à l'effort moyen dont il s'agit. Maintenant on conçoit que le rectangle $ABFE$ ne saurait être égal à l'aire courbe $ABCOD$ à moins que les coordonnées de la courbe CD ne fussent tantôt plus petites et tantôt plus grandes que la hauteur AE du rectangle. D'où nous concluons que pour le même travail produit dans un temps donné, soit par une machine à mouvement uniforme, soit par une machine dont le mouvement est varié, cette dernière sera soumise à des efforts plus grands que la première, et que par conséquent ses pièces auront besoin de dimensions plus fortes pour assurer sa solidité. Mais, comme on l'a déjà dit, si les pièces de la machine à mouvement varié, fatiguent davantage, si elles exigent plus de dimensions, elles deviendront plus pesantes, et demandent donc à plus de frottements, à plus de résistances passives. Il est donc de la plus haute importance de faire en sorte que le mouvement de toute machine soit rendu le plus uniforme possible !

Moyen de rendre le mouvement uniforme.

20. Si tel est l'avantage du mouvement uniforme, comment l'obtenir dans les machines ? Il n'y a qu'un seul moyen d'y parvenir, c'est de s'employer pour toutes les pièces dont elles se composent que des roues armées de dents, ou se communiquant le mouvement à l'aide de courroies. Encore faut-il qu'elles marchent uniformément, et qu'elles soient bien centrées, pour que leur centre de gravité ne monte ni ne baisse pendant leurs diverses révolutions. Cette symétrie des roues par rapport à leur axe est d'ailleurs avantageuse, en ce que les forces centrifuges qui tendent du dehors au dedans à entraîner du centre de rotation dans les diverses parties de chaque roue s'entre-détruisent et ne produisent sur l'axe aucune espèce de pression. On a dit que le mouvement circulaire des roues était le seul qui pût être rendu uniforme; car le mouvement rectiligne lui-même ne saurait se continuer indéfiniment; et si la pièce soumise à ce dernier mouvement doit revenir sur elle-même, ce mouvement, au lieu d'être uniforme devient alternatif.

Les principales de l'irrégularité du mouvement, moyennant le corriges.

21. On distingue trois causes principales du mouvement variable des machines; savoir l'irrégularité d'action du moteur, celle de la résistance utile, et celle du moteur et de la résistance utile à la fois. — Si l'outil ou le récepteur doit avoir le mouvement alternatif, on le changera en

mouvement circulaire ou de rotation par un des moyens que nous venons bientôt connaître. Si l'un et l'autre possèdent le mouvement alternatif, on examinera s'il ne convient pas de choisir des pièces douces d'un mouvement de cette nature et de façon qu'il s'accorde avec ceux de l'éprouveteur et du récepteur. Par exemple, lors qu'une machine à vapeur est destinée à faire mouvoir une pompe à eau, il est ordinairement possible de faire coïncider leurs alternatives. Si cette coïncidence était impossible, il faudrait alors transformer chaque mouvement alternatif en un mouvement circulaire. On a donc toujours le moyen de discerner les cas où les divers modes de mouvement sont nécessaires; et quoi qu'aucun de ces modes ne puisse faire parvenir à une uniformité parfaite, on doit donner la préférence à celui qui permettrait la transformation avec douceur, et mettre de côté tous ceux qui agissent par secousses. Enfin il se peut aussi que dans certaines machines où toutes les pièces sont des roues susceptibles de se mouvoir uniformément, le moteur ou la résistance utile n'agisse pas d'une manière constante. Ainsi, lors même qu'une machine à vapeur bien servie munie d'une vile circulaire marchant toujours dans le même sens, les vannes de la pièce à débiter seront outaues de causes qui feront encore varier la résistance. Quelque fois le travail de composé d'effets distincts et séparés, comme par exemple celui qui a pour objet la trituration de la poudre, et où il n'est pas possible que le pilon agisse continuellement. Quoi qu'il en soit, si les pièces sont alternatives on régularise leur effet soit par des contrepois, soit par d'autres moyens. Si la résistance se compose d'une suite de chocs, il faudra les distribuer à des intervalles égaux. Enfin si le moteur ou la résistance est susceptible de varier, on évitera que ces variations s'étendent à des limites trop étendues; ce s'est l'objet des régulateurs ou modérateurs. — Le contre-poids qui sert de moteur à un tour de broche descendrait avec une grande rapidité et accélérerait le mouvement de toutes les autres pièces, si le volant à attaches par suite de l'accélération de sa vitesse n'éprouvait de la part de la vis une résistance assez puissante pour contre-balancer l'action du contre-poids, et le forcer à prendre un mouvement uniforme. Ce volant fait ici fonction de régulateur. — Il en est de même des couvres-joints de vis qui se lèvent, dès que l'action de la vapeur excède une limite supérieure à celle qui est vue pour la machine, ou des régulateurs à force centrifuge qui diminuent l'introduction de la vapeur, quand le mouvement est devenu trop rapide. — Le cabillard des moulins qui sert à distribuer le grain à la meule, en fait tomber une quantité plus grande, dès que la machine s'accélère, et augmente ainsi la résistance au fur et à mesure que l'action du moteur est devenue plus puissante. — Le pieu de bêche dans les scieries est disposé de telle sorte qu'il ne fait avancer la pièce à débiter que de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ de ligne, selon

la moins ou plus grande épaisseur de cette pièce. — Enfin une dernière ressource reste encore; c'est le volant considant un grand amceau de fonte doué d'une grande vitesse relative; véritable réserve de travail, dont l'inertie tend à régulariser le mouvement de toute la machine. La propriété de toute pièce qui tourne avec une grande force vive; est en effet d'entraîner la machine ou de la forcer à continuer son mouvement; dès que le moteur commence à ralentir son action, et de s'opposer à son accélération. Dès que le moteur acquiert de la prépondérance sur toutes les autres résistances. Nous développerons avec détail l'établissement d'un volant appliqué au système d'une manivelle qui reçoit, à l'aide d'une bielle ou tige verticale, le mouvement imprimé à des pistons mécaniques. Cet appareil est analogue à celui du tour à filer, où le pied de la filuse fait fonction de la puissance, et la roue fonction du volant. On verra que dans ce système, il est possible de calculer le poids du volant, de façon que la vitesse ne varie que de $\frac{1}{30}$.

Objet et division
du Cours.

22. Dans ce qui va suivre, nous nous occuperons successivement;
1°. Des communicateurs ou des moyens de transmettre le mouvement. —
2°. Des régulateurs et modérateurs. 3°. Du tracé des pièces pour satisfaire à l'uniformité du mouvement. 4°. Des modifications ou moyens de suspendre ou changer la nature du mouvement. 5°. Des supports et de ce qui concerne la solidité des machines: Après cela nous passerons à la théorie des moteurs, ce qui exigera qu'au préalable nous expliquions les lois de l'hydraulique.

Des Communicateurs du mouvement.

Séries des machines
simples, d'après le
mouvement qu'elles
reçoivent et transmet-
tent.

23. Dans la description des communicateurs du mouvement des machines, nous laisserons en dehors les récepteurs et les opératures, parceque les premiers sont liés à ce qui concerne les moteurs, et que les autres sont en trop grand nombre. L'illustre Monge, le fondateur de notre mère école, de l'Ecole Polytechnique, a eu, le premier, l'idée de classer les machines simples ou élémentaires, par séries relatives à la nature du mouvement qu'elles reçoivent et transmettent. MM.^{rs} Lacroix et Bétancourt ont ensuite exécuté cette classification dans l'ouvrage intitulé: Essai sur la composition des machines. Malheureusement cet ouvrage est aujourd'hui en arrière du progrès qu'a reçu la science des machines; beaucoup de combinaisons excellentes n'y sont pas, et un grand nombre de celles qui s'y trouvent sont defectueuses. Cette classification a été faite par eux d'après des considérations géométriques, et dénuée de la critique nécessaire. Nous allons donner une idée du système de classification imaginé par Monge, puis nous passerons en revue les communicateurs les plus importants et reconnus tels d'après les principes précédents.

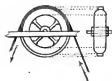
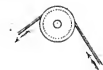
Où a vu

On a vu que le mouvement des machines simples peut étre ramené à deux espèces principales, le mouvement continu et le mouvement discontinu-alternatif et de sa et inverse. Il peut de plus se faire en ligne droite ou suivant un cercle, c'est-à-dire qu'il peut étre rectiligne, ou circulaire, de rotation autour d'un point, d'un axe, et il est très rare qu'on ait besoin de s'occuper de mouvements qui s'effectuent suivant des lignes plus compliquées que le cercle et la droite. Voilà donc qu'on espèce de mouvement qui, prise à deux à deux, ou combinée avec elle-même, donnent 10 à 15 combinaisons principales. C'est ainsi que le mouvement rectiligne continu est susceptible de se transformer en rectiligne ou circulaire soit continu, soit alternatif, etc. M. M. LAMARIE BÉLANCOUX ont dressé des tableaux où se trouvent écrites les solutions connues de ces transformations du mouvement. Mais il faut remarquer que plusieurs d'entre elles ne sont applicables qu'aux récepteurs moteurs, et opérateurs ou utiles, de sorte que, si on supprime des tableaux les transformations, et si on rejette tous les combinaisons qui sont défectueuses sous le rapport mécanique, ainsi que les mécanismes qui font seulement fonction de régulateurs ou de modificateurs instantanés du mouvement, il restera très peu de transformations possibles intermédiaires entre le mouvement du récepteur et celui de l'opérateur. Aussi n'auront nous guère à considérer que la transformation du mouvement rectiligne ou circulaire continu en mouvement rectiligne ou circulaire discontinu, transformation qui s'opère au moyen de roues armées de dents ou de courroies, ou par la vis avec son écrou, et que celle du mouvement circulaire continu en mouvement alternatif soit rectiligne soit circulaire qui s'opère avec des manivelles à bielles ou excentriques et avec les balanciers, etc.

Mouvement rectiligne continu en rectiligne continu



24. La plus simple des transformations du mouvement est celle du mouvement rectiligne continu en un autre mouvement rectiligne continu dirigé ou non dans le même plan. Parmi les divers moyens employés pour cet objet, la poulie nous offre le plus généralement utilisé et le plus commode. On nomme ainsi une roue pleine terminée en gorge à sa circonférence et bombée à ses surfaces latérales afin qu'elle ne frotte pas trop contre les chapes qui la supportent. Tantôt l'axe de la poulie lui est fixé invariablement (projection A), et cet axe se termine carrément par un contre-fort à quatre branches enchassées dans la poulie au moyen de quatre vis. Tantôt l'axe est fixé aux chapes, et la poulie est percée d'un trou en sa partie supérieure (projection B) d'une vis ou d'une courroie. De trois oreilles également enchassées chacune dans la poulie à l'axe



(a) Coupe.



Élévation Plan

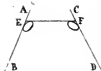
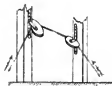


Chaînes anglaises



de trois vis. Supposons maintenant une pareille poulie suspendue par sa gorge, et dont la gorge reçoive un corde; il est évident que pendant que l'une des branches de la corde marchera dans une direction, l'autre branche marchera dans une direction différente; ce qui donne lieu à la transformation du mouvement. Donc il est question, mais seulement pour le cas où les deux brutes du mouvement sont dans une même plan. La même but est rempli par des tambours armés de bras qui relient à un moyen commun, des jantes tambours extérieurement et sur les quallers passent une lamiera ou courroie. Cette courroie a pour objet d'empêcher la lamiera de s'échapper quand elle prend une déviation oblique. Si la surface était concave, les arêtes saillantes de la concavité ne manqueraient pas d'attraper entièrement la lamiera, pour peu que celle-ci touchât, et de la détacher du tambour. — Quelquefois les poulies ou les tambours sont conduites avec des chaînes, et celles-ci quand elles sont flexibles produisent le même effet que les cordes ou les lamieres; mais plus souvent il en résulte des frottements, des frottements qui, pour être évités, exigent des dispositions particulières. Une chaîne est ordinairement formée d'un anneau oblong (fig. a) plat, d'une petite longueur et perpendiculaire aux axes autres, une rainure pratiquée dans le milieu de la gorge de la poulie ou du tambour est destinée à loger les maillons qui se présentent perpendiculairement à cette gorge, les longues branches des anneaux s'appliquent à plat sur les bords de cette rainure. Si on pouvait craindre que la chaîne ne vint à tomber, on pourrait placer latéralement des oreilles, telles qu'elles sont représentées sur la figure; mais cette précaution paraît être inutile. Au lieu de ces chaînes ordinaires, on fait aussi usage de chaînes plates; et dans ce cas il n'est plus nécessaire de pratiquer une rainure dans la gorge de la poulie. Ce sont des plaques ou qui se placent de champ sur la poulie, et qui percées de deux trous permettent que on les relie par des anneaux ovales et qui font fonction de boulons tourillonnés. — Enfin on a encore les chaînes anglaises. Elles se composent de plaques percées de trous au centre de chaque portion demi-circulaire qui les termine à chaque bout. La distance des centres de ces demi-cercles est un peu plus grande que le double de leur rayon. D'après cette forme, il est possible de les relier par des plaques semblables rangées sur l'un et l'autre côté des premières, au moyen de boulons qui traversent les trous circulaires des unes et des autres. Le jeu des plaques est évidemment égal à l'accès de la distance des trous d'une même plaque sur le double du rayon des portions circulaires qui forment leurs extrémités. — Parmi ces trois espèces de chaînes, on doit accorder la préférence à celle qui absorbe le moins de travail nuisible par suite du frottement sur la poulie, de chaque chaînon derrière celui qui vient de s'y poser. Or il faut remarquer que dans les deux derniers systèmes, tous les chaînons sont sur une même ligne droite, tant qu'ils ne sont pas courbés

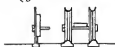
sur la poulie; et que lorsqu'il y sera parvenu, ila formera entre eux un angle qui dépend de la distance de leurs articulations consécutives. Cet angle étant aussi celui que décrit chacune des articulations autour de son bouton, absolument d'une manière analogue à ce qui a lieu pour un tourillon à l'égard de sa crapaudine, il est évident que le travail du frottement qui s'exerce entre deux chaînes, et tout le chemin parcouru par son point d'application en proportionnel à l'angle dont nous venons de parler, sera en général d'autant plus grand que ces articulations seront plus éloignées l'une de l'autre; ce frottement sera d'ailleurs de la première espèce (§121. 2^e partie) et proportionnel à la tension exercée à l'extrémité des chaînes. Quant au premier système des chaînes ordinaires, il est possible qu'il ne s'y produise aucun frottement sensible. Il faut pour cela se rappeler, d'après le § déjà cité, que le frottement ne devient de 1^{re} espèce ou de glissement pour un tourillon, que quand il celui-ci est parvenu sur sa crapaudine à la position où l'inclinaison de la tangente à ce tourillon avec la direction de la pression, est mesurée par le rapport du frottement à cette pression. Tant que le tourillon n'est pas encore arrivé à cette position, il n'y a que frottement de 2^e espèce ou de roulement, de sorte nous rendi-forons un maillon qui en tournant sur son point d'appui, est absolument dans le même cas que le tourillon par rapport à sa crapaudine, et si l'angle de deux maillons consécutifs est assez petit pour que leur point de contact n'atteigne pas la limite où le frottement de 1^{re} espèce commence, on doit concevoir comment il est possible qu'il n'y ait que simple roulement pendant toute la durée du ploiement d'une chaîne. Ainsi avec des dimensions convenablement réduites, on rendra le premier système qui lui-même est très simple, beaucoup plus avantageux que les deux autres. — Si nous nous reportons au système des lamères nous ferons observer que quand elles sont placées sur de larges tambours, ceux-ci sont à la vue, on compare de liteaux encastrés dans deux plateaux circulaires formant les bases d'un cylindre parallèle à l'axe de rotation. Ces mêmes tambours sont pleins ou d'une seule pièce massive s'ils sont de faible dimension. Tous ces exemples ne sont encore relatifs qu'aux cas où les directions des deux mouvements rectilignes continuent dans un même plan. Examinons maintenant ce qui arrive quand les directions sont quelconques ou dans des plans différents. Il faudra alors employer au moins deux poulies contournées chacune dans un plan quelconque passant par chaque droite, et qui s'elles soient disposées de telle sorte que la portion de la corde qui touche les deux poulies se confonde avec l'intersection de ces deux plans. Soient AB et CD les deux droites quelconques dans l'espace situées, lesquelles on veut que le mouvement rectiligne se transforme. On prendra sur ces droites deux points E et F près des positions où les poulies doivent se trouver, et on les joindra par une droite EF. Imaginez dans le plan BEF et



Dans le plan BFD deux cercles, l'un tangent à AB et à EF et l'autre à CD et à EF; le problème sera résolu. Ce genre de transformation est fort utile dans les circonstances où il faut communiquer le mouvement rectiligne continu à de grandes distances, et lorsqu'il y a des obstacles qui forcent à briser la direction des roues. C'est le cas où il s'agit de communiquer le mouvement de l'extrémité à l'autre d'un bâtiment en suivant des sinuosités. On a proposé d'autres moyens pour résoudre la question qui nous occupe, mais les plus simples sont défectueux ou compliqués. Je vais en indiquer un des plus simples, et vous montrerez combien son emploi dans les machines peut être utile. Soit un coin A qui peut glisser sur une sa longueur entre quatre piliers cd, ef, tan- dis qu'un autre coin B se arrête par des goupilles, m, n, qui vont mieux, afin de diminuer les frottements, par les rouleaux k, g, h, i, placés dans le même coin et qui touchent les piliers; il est clair que si l'on pousse le coin A de f vers d de la ligne n, m du coin B s'élèvera en conservant son parallélisme. Les frottements sont ici énormes et multipliés, comme on peut s'en assurer en remontant à ce qui a été dit du coin (§§ 114 et 116. 2^e partie). Un pareil système, bon pour tracer des parallèles m', n', m, n, ne vous rien pour transmettre l'action des forces. Les presses à coin offrent un exemple de la transformation actuelle du mouvement; mais c'est un outil, et l'action y est intermittente, on ne s'exerce qu'une fois, que par intervalle. On a encore eu recours pour le même objet au système de deux règles a b et cd jointes par des droites égales à chacune qui forment un parallélogramme, l'une cd étant fixe, l'autre a b se meut parallèlement à elle-même. Ce système est adopté dans certaines machines où le mouvement n'est pas continu; et il sera de guider une pièce de bois qu'on doit présenter parallèlement à elle-même à l'action d'une scie circulaire, ce parallélogramme est plus ou moins oblique, selon que la pièce à débiter a plus ou moins d'épaisseur, est alors maintenue au moyen de clefs, valons ou ergots. Le meilleur moyen de conduire un corps dans une direction rectiligne continue, ou parallèlement à lui-même, est de le poser sur un chariot armé de rouleaux en fer ou en cuivre sur des gorges et roulant sur des chemins ou languettes saillantes en fer. Cette disposition existe dans les *Mill-Turnys* afin de maintenir dans une direction invariable le mouvement du chariot qui porte toutes les bobines. C'est de grande chariot destinée à transporter des matériaux sur des chemins de fer; le parallélisme du mouvement n'est pas aussi rigoureux, et on supprime, (fig. M) l'oreille intérieure des jantes du chariot. Enfin on pratique quelques fois latéralement au chariot des languettes saillantes très droites et bien dressées qu'on fait glisser dans des fentes en cuivre; c'est ainsi qu'on guide les mouvements soit du chassis de la trie, soit du chariot porte-pièces dans les scieries.



(M) Elevation.



Plan.



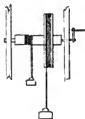
Plan.



Elevation.

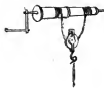


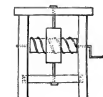
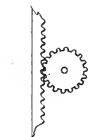
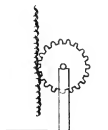
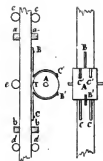
Mouvement rectiligne continu ou mouvement circulaire continu et vice versa.



25. Après la transformation précédente, nous arrivons tout naturellement à celle qui a pour objet de changer le mouvement rectiligne continu en mouvement circulaire continu et réciproquement. L'objet du travail demande à la double solution de cette question. On voit qu'il consiste dans un arbre appuyé sur des tourillons et tournant autour de son axe à l'aise d'une manivelle ou d'une roue. Supposons maintenant un arbre supportant un poids et enroulé à plusieurs reprises soit autour de l'arbre soit autour de la roue.

Dans le premier cas, si on imprime un mouvement circulaire à la manivelle, le poids s'élèvera selon la verticale, et il offrira l'exemple d'un mouvement circulaire continu transformé en un mouvement rectiligne continu. Dans le second cas, au contraire, si le poids suspendu à la courroie est abandonné à sa propre action, il descendra verticalement et fera tourner le système du treuil; en un mot, le mouvement rectiligne continu du poids sera transformé en un mouvement circulaire continu. Les vitesses de ces deux mouvements simultanés seront évidemment proportionnelles au rayon de l'arbre du treuil et à celui de la manivelle ou de la courroie. — Si le mouvement est transmis avec des chaînes l'arbre est creusé en hélice dans les intervalles contenant des gorges rapprochées à recevoir toutes les chaînes successives. Les spirales ne sont pas assez faibles pour que, l'une tour à tour, les portions de chaîne enroulées se trouvent l'une sur l'autre. Elles restent séparées. Enfin dans le cas où les chaînes sont alternativement perpendiculaires et parallèles à l'arbre, ce dernier prend la forme d'une vis à filets carrés; les portions s'y pendent de champ en les autres sur leur plat. Le système a été employé dans les grues anglaises vers 1840 de Charenton. Il existe une espèce de treuil dont la composition satisfait à la condition que la vitesse d'ascension du fardeau soit aussi petite que possible par rapport à la vitesse de la roue qui fait mouvoir le treuil. Cette invention qui paraît venir de la Chine, consiste à se composer l'arbre du treuil de deux parties ayant deux diamètres différents. On fixe au fardeau une poulie de renvoi, et les deux extrémités de la corde passent dans cette poulie sous attachées en deux contraires. Sur chacune des parties du treuil, de manière que la bête fixe sur la partie du plus gros diamètre s'enroule, tandis que l'autre se déroule. On voit que alors à chaque tour du treuil, le fardeau monte d'une quantité égale à la moitié de la différence entre les circonférences de ses deux parties. Or le travail de la puissance, en nommant P son intensité et C la circonférence qui s'enroule dans un tour la manivelle à laquelle elle est appliquée, se mesure dans un tour entier par le produit $P \times C$; et si on nomme Q la résistance du fardeau, R et R' les rayons des deux parties du treuil, $Q \times \frac{2\pi R - 2\pi R'}{2}$ sera le travail

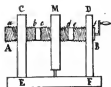




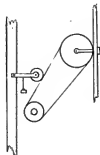
de la résistance du fardreau dans un tour entier. D'où on tire abstraction faite des résistances passives $P \times C = Q \times (\pi R - \pi R')$. On voit qu'à égalité de travail de la puissance, plus $\pi R - \pi R'$ ou enfin la différence de rayons sera petite, plus Q ou le poids du fardreau deviendra énorme, de sorte qu'avec un semblable appareil on sera sûr de pouvoir vaincre les plus fortes résistances sans avoir besoin de changer le travail de la puissance. 2^e Une seconde solution s'obtient au moyen d'une roue A qui emmène une barre ou tige BC glissant entre des guides fixes aa, bb , ou entre des roulettes cc, dd et e disposées à rainures et languettes, comme cela a été expliqué ci-dessus pour les chariots. On peut d'abord fixer en C sur la tige en C' sur la roue la bête d'une lanterne CTC' à l'extérieur de laquelle, la roue en tournant dans une bête convenable, soulevera la tige. — Si l'on place en outre deux lanternes BTB' en deux contraires, de manière à ménager entre elles un intervalle pour le jeu de la première, on pourra éprouver le mouvement de la tige de haut en bas, en faisant marcher la roue selon une direction opposée à celle qui avait eu lieu lors de l'ascension de la barre. Ces lanternes pourraient être remplacées par des chaînes anglaises construites comme il a été dit (24). — Quelqu'un aussi m'a montré une bête de dent qui engrenait dans une chaîne sans fin tendue à cette roue. Mais cette disposition est vicieuse, parce qu'il y a beaucoup de frottement, d'inégalité, et que la chaîne éprouve des oscillations qui tendent à la détraquer; les chaînes doivent être faites avec beaucoup de soin et d'égalité dans les mailles.

3^e. La disposition la plus convenable pour les machines puissantes, c'est d'armer la tige de dents ainsi que la roue, cette tige prend alors le nom de crémaillère, on donnera plus loin le tracé de ces dents.

4^e. L'écrin et la vis seront encore un exemple de la transformation du mouvement circulaire continu en rectiligne continu. C'est d'abord la vis qui tourne sur elle-même, et l'écrin qui ne pouvant suivre ce mouvement de rotation, chemine ou ligne droite dans la direction de l'axe de la vis. C'est d'abord l'écrin qui tourne et la vis qui monte ou baisse, nous avons traité de cette machine en détail aux §§ 136... 161 2^e partie. Ce système présente un frottement énorme qui doit le faire rejeter, toutes les fois qu'il ne s'agit pas de guider des outils ou de presser des matières. (Voyez à cet égard les divers §§ déjà indiqués dans la 2^e partie). M. de Brongy a trouvé une manière de transformer le mouvement circulaire en un autre rectiligne dont la vitesse sera aussi petite qu'on voudra. AB est un axe divisé en trois parties ab, cd, ef ; les deux vis ab et ef ont même pas et traversent deux supports fixes C, D où il y a deux écrous; cet axe se meut horizontalement et parcourt dans le sens FE à chaque tour un espace H égal au pas de ces deux vis, cd forme une vis dont le pas H' est plus grand que celui des deux premières, et qui s'introduit dans un écrou M lequel ne peut



Transformation du mouvement circulaire continu en un autre mouvement circulaire continu.



que glisse sur la dentelle EF. Ce dernier parcours de E vers F, le point H' de sa vis dans un trou, si cette vis ne faisait que tourner sur elle-même, mais comme en même temps elle chemine de F en E de la quantité H, il est évident que l'écran M participe aussi à ce dernier mouvement, et que ainsi il ne cheminera, pendant une révolution que de la différence H'-H, différence qui pourra être rendue aussi petite que possible, tant que les points H' et H sont réduits entre eux, cet appareil est utile soit pour guider les constructeurs à tracer dont les mouvements doivent être très lents, soit encore pour manœuvrer le fil réticulé des lunettes qui ne se déplacent que de quantités très petites, des vis qu'on nomme micrométriques sont construites de la sorte.

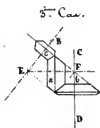
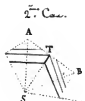
26. Pour changer un mouvement circulaire continu en un autre mouvement circulaire continu, il suffit d'envelopper d'une courroie dans fin les courroies montées sur chaque axe de mouvement. Mais il faut éviter que la courroie ne glisse sur la surface des courroies, car son glissement l'empêcherait de transmettre le mouvement. Pour les axes enveloppés sur les tambours sont considérables, plus le frottement est grand et moins le glissement est à craindre. Dans ce cas, on a soin que la courroie enveloppe extérieurement les deux tambours. Mais si les rayons de ceux-ci sont petits, on croise les courroies, disposition qui a pour avantage de changer la direction du mouvement. Peut-on encore se garantir mieux des effets du glissement ? On fera faire plusieurs tours à la courroie autour des tambours ainsi qu'on en agit pour l'archet du Tournevis. Ce qui recommande surtout l'emploi de la courroie, c'est qu'elle peut transmettre le mouvement de rotation dans quelque direction que ce soit. — Pour augmenter la pression et par suite le frottement des courroies on peut tirer en arrière au moyen d'une vis de rappel, l'axe d'un des tambours, mais ce procédé est évidemment vicieux ; on bien encore on a recours au rouleau de tension lequel suspendu à un point fixe, presse sur la courroie, soit à l'aide d'un contre-poids, soit quand il a été tiré de haut en bas par l'intermédiaire d'une corde qu'on enroule autour d'un petit treuil à bras. Malheureusement toutes ces corrections augmentent les frottements sur les appuis, ou les résistances nuisibles. — Le moyen le plus simple consiste à communiquer le mouvement par des courroies juxtaposées, et si la puissance est faible, d'entourer leurs surfaces de bandes de cuir de buffle qui s'engrènent réciproquement. Un tel système est principalement applicable dans les tiroirs des moulins, où les mouvements s'opèrent avec beaucoup de douceur. — Dans les circonstances où les machines sont puissantes, ainsi que cela arrive pour la plupart de celles de l'industrie, on a recours aux engrenages pour transmettre

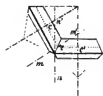
transmettre le mouvement circulaire contenu d'une couronne à l'autre.

On distingue trois cas principaux : 1°. Celui où les axes des couronnes sont parallèles, 2°. Celui où ils sont situés dans le même plan en faisant entre eux un certain angle, 3°. Celui où leurs directions sont quelconques dans l'espace, et où se rencontrent pas. Dans le premier cas les couronnes ont la forme d'un cylindre parallèle à la direction des axes ; quant à la forme des dents nous y reviendrons plus tard. Dans le deuxième cas les roues ne peuvent être cylindriques, parce que les arêtes de leurs bases s'opposeraient au mouvement.

Mais si on leur donne une forme conique dans la somme commune de confondre avec l'intersection S des deux axes SA et SB , ces roues deviendront trois propriétés à se transmettre le mouvement. Les couronnes cylindriques sont terminées par des plaques perpendiculaires à leur axe ; mais il ne saurait en être de même à l'égard des couronnes coniques, ou les terminent extérieurement par d'autres cônes limités qui ont une arête commune AB perpendiculaire à l'arête de contact ST des couronnes. Intérieurement elles sont terminées par des cônes parallèles à ceux qui les limitent extérieurement, de sorte que ces couronnes ont la forme dessinée ci-contre. Enfin si les axes ne se rencontrent pas, on sera obligé d'avoir recours à trois roues coniques, AB et CD étant les directions données de ces axes, on tracera une droite EF s'appuyant sur tous deux à la fois, et on la prendra pour axe d'une roue doublement conique (α) intermédiaire entre les roues b , c , d , dont les droites données représentent les axes : les positions de ces roues sont d'ailleurs fixées par les conditions du problème. On s'est proposé d'effectuer directement la transformation pour ce 3°. cas, mais les méthodes présentées relativement à cet objet sont trop savantes et par conséquent d'effectuer. Il reste une dernière question à résoudre sur les roues d'engrénage ; c'est de transmettre le mouvement dans un rapport donné.

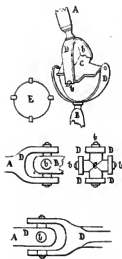
Deux roues de rayons égaux qui se conduisent par contact simple, tournent avec la même vitesse angulaire, parce que les arcs développés simultanément à leurs circonférences respectives sont égaux et mesurent des angles au centre égaux, angles qui indiquent de combien les roues tournent ensemble. Si les rayons sont inégaux, je dis que les vitesses de rotation des deux circonférences, juxtaposées seront en raison inverse de ces rayons, ou que la circonférence (α) fera deux ou trois tours pour un tour de la circonférence (β) selon que le rayon de la première sera $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ du rayon de la seconde. Soit les roues en se développant l'une sur l'autre, ont à la circonférence de leurs couronnes des vitesses absolues qui sont les mêmes de part et d'autre. Notamment R le rayon CT de la circonférence (α) et θ la vitesse angulaire à l'unité de





L'unité de distance (560, 2^e partie), φR sera la vitesse sur la circonférence. De même, si nous appelons R et φ' le rayon CT et la vitesse angulaire de la roue, $\varphi'R$ sera la vitesse de sa circonférence; et on aura $\varphi R = \varphi'R$ ou la proportion $R:R'::\varphi:\varphi'$. Si donc on a la position et la distance CC' des deux centres des couronnes, et qu'on partage cet intervalle en parties réciproquement proportionnelles aux vitesses angulaires ou aux nombres de tours de ces couronnes, ces parties obtenues CT et $C'T$ seront les rayons de ce qu'on nomme les circonférences primitives du mouvement. Quand les roues sont coniques, la même relation a lieu à l'égard de leurs cercles qui se touchent en un même point de l'axe de contact. Ordinairement on considère les cercles CT et $C'T$ milieux respectifs des couronnes; et comme les cônes doivent avoir une même somme pour rouler par contact, il est aisé de déterminer les angles au sommet de ces mêmes cônes, lorsqu'ils sont assujettis à tourner avec des vitesses qui soient dans un rapport donné, et lorsqu'on se donne les positions de leurs axes. En effet les perpendiculaires TC et TC' à ces axes qui sont les rayons moyens des cônes, doivent être dans le rapport assigné; tracés les parallèles m, m' et n, n' aux axes donnés SC et SC' et distantes de ces dernières de quantités égales aux perpendiculaires TC et TC' , ces parallèles se couperont en T qui sera le contact milieu des couronnes, ce qui donnera en même temps l'axe ST commune aux deux cônes primitifs.

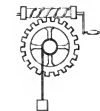
Autres exemples de transformation du mouvement circulaire continu en circulaire continu.



27 Le joint universel ou brisé est une pièce qui réunit deux axes quelconques, de manière que l'un transmette à l'autre le mouvement de rotation qui lui est imprimé. A et B sont les deux axes du mouvement et portent chacun une mâchoire D tournant sur deux boulons opposés b, b' d'un croisillon C. Les figures se jointes représentant le joint brisé, la première en fait voir la perspective, et les trois autres les diverses projections des mâchoires ainsi que du croisillon. Quelque fois, au lieu de ce dernier C composé de quatre cylindres bb' se coupant en croix, on se sert d'une bête E terminée par quatre tourillons. Pour concevoir le jeu d'un joint universel, il faut remarquer que quand le mouvement de rotation est imprimé à l'arbre A, cet arbre entraîne dans ce mouvement sa mâchoire D ainsi que le croisillon C quelque position que la mâchoire occupe d'ailleurs par rapport aux deux branches de cette mâchoire qui, comme nous l'avons vu, ont la faculté de tourner sur leurs tourillons respectifs. Mais puisque les quatre parties du croisillon sont solides, il est évident que celles qui servent de supports aux branches de la mâchoire, fixées à l'axe B doivent aussi tourner, et imprimer à cet axe un mouvement de rotation. Ce système très simple en lui-même, se conçoit cependant que dans les machines peu puissantes, ou lorsque les axes aux-quelques on a besoin de transmettre le mouvement ne forment pas extérieurement des angles très grands.

Il peut être employé, par exemple, pour réunir bout à bout ou accoupler des axes très longs qui devant reposer sur plus de deux appuis, ne sauraient être rigoureusement maintenus sur une même droite, les pressions sur les articulations sous ces inconvénients, et occasionnent beaucoup de frottements, quoique d'ailleurs les chemins parcourus par les points d'application de cette résistance soient assez petits. Ce communicateur a été mis en usage en Hollande pour transmettre le mouvement de rotation de l'axe horizontal d'un moulin à vent, à des axes de vis d'Archimède, qui comme on sait, doivent être inclinés à l'horizon. La vis sans fin dont il a été parlé au § 142 de la 2^e partie, est encore un exemple de la transmission du mouvement circulaire continu à deux axes perpendiculaires entre eux, et non situés dans le même plan.

C'est une vis à filets carrés qui repose sur deux tourillons et qui est tournée par une manivelle à laquelle la puissance est appliquée. Les hélices de cette vis s'engrènent dans les dents d'une roue dont le plan contient l'axe de la vis et les poulxent constamment selon la même direction. Il en résulte que la roue tourne autour de son axe, et devient propre à soulever des fardeaux suspendus à une corde qui vient s'enrouler autour d'un touril marqué avec la roue. On peut donc conduire la roue au moyen de la vis; mais la réciproque n'est pas vraie; autrement dit, il est impossible de conduire la vis au moyen de la roue. En effet, si la roue devait soulever la vis, les dents exerceraient contre les hélices des actions parallèles à l'axe de cette vis et qui, pour être comparées à la pression verticale d'un corps contre un plan incliné très doux sous l'inclinaison serait la même que celle des hélices par rapport à la base du cylindre auquel elles appartiennent. Or il est évident que quelle que grande que soit la pression verticale Q d'un corps sur un plan très doux AC , jamais cette pression ne parviendrait à le faire descendre, car les frottements contre le plan croissent avec cette pression, et si la pente du plan est telle que le mouvement ne puisse naître, le mouvement ne se produira pas même à la suite d'une augmentation dans la pression Q . Mais si on applique une puissance P contre le coin APC dans le sens BA , et que le corps Q fût assés à glisser verticalement entre des guides g, g, g, g , il ne sera pas à l'aide de cette puissance, très difficile de le faire monter verticalement. Revenons maintenant à la vis sans fin, on reconnaît sans peine que l'action des dents de la roue contre les filets de la vis, action qui est parallèle à l'axe de cette dernière, ne saurait entraîner qu'elle en puissance, produire de mouvement, tandis que ce dernier aurait lieu avec facilité pour une force perpendiculaire à cette action, c'est-à-dire pour une force qui conduirait la vis. Je nous nous rappelons ce qui a été dit (§) touchant l'objet des machines en général, nous nous souvenons de la vérité de ce principe que toutes les fois, qu'en agissant sur l'extrémité d'une machine on peut la faire aisément mouvoir, le contraire doit avoir lieu, si on agit à l'autre extrémité. En effet, puisque le but

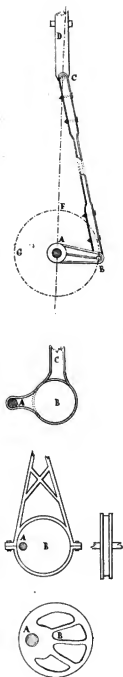


est de soulever le corps, on ne peut le faire qu'en agissant sur l'extrémité d'une machine on peut la faire aisément mouvoir, le contraire doit avoir lieu, si on agit à l'autre extrémité. En effet, puisque le but

D'une machine est de changer le travail $E \times F$ d'un moteur, dans le travail $E \times f$ de l'opérateur, et que ces deux travaux sont égaux à abstraction faite des frottements, il est évident que si E ou le chemin parcouru par le point d'application du moteur est très petit comparativement au chemin e de l'opérateur, l'effort F du moteur sera au contraire très grand par rapport à l'effort f exercé par l'outil. Voilà pourquoi dans ce cas, on mettrait si facilement la machine en mouvement en agissant sur l'opérateur, et si difficilement en poussant le récepteur. — C'est, par exemple, sur la barre d'un manège destiné à faire mouvoir un système où l'opérateur doit avoir une grande vitesse, cette barre résistera fort peu. Agissez au contraire immédiatement sur l'outil, la machine cédera à un effort assez médiocre. — La barre dans la vitesse est ordinairement très grande dans les machines, si on la compare à celle du moteur, mettez sous une action quand vous lui appliquez, tout l'appareil en mouvement, tandis que les efforts contre la roue motrice devaient à peu près impuissantes. Dans l'exemple précédent du ploy incliné, les chemins parcourus par la puissance P et par la pression Q sont proportionnelles à la base et à la hauteur du plan, si ce plan est très doux, la base devient considérable par rapport à sa hauteur, et il est visible que la puissance P est au contraire bien moindre que la pression Q . Enfin par un raisonnement analogue, on se rend compte dans la vie sans fin de la facilité qu'il y a à conduire la roue au moyen de la vis, et de la difficulté ou plutôt de l'impossibilité qu'il y aurait de vouloir obtenir un mouvement réciproque au précédent. Nous terminerons par cette remarque que la vis sans fin consume beaucoup de travail par les frottements, et que ce système ne s'est point employé dans les machines puissantes où l'économie du travail est importante. C'est à cause de la régularité de son mouvement, elle est fort utile dans le cas où il s'agit d'un ouvrage de précision.

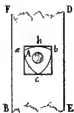
Transformation du mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif et vice versa.

28. Tout en comparant avec la transformation du mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif le réciproque de cette transformation, nous n'entendons pas dire que les moyens employés dans ces objets soient réciproques les uns des autres; c'est seulement pour abrégé que nous classons ces deux circonstances dans une seule section. Quoiqu'il en soit, le moyen le plus simple pour opérer la première de ces transformations, consiste dans la combinaison du mouvement de rotation d'une manivelle autour d'un axe avec celui d'une bielle dont l'extrémité supérieure pousse un corps fixé par d'autres ou des coulisser à prendre un mouvement rectiligne alternatif. A cet effet on tourne sur lui-même et auquel est fixé une manivelle armée d'un bouton B . Autour de ce bouton roule librement une bielle BC dont l'extrémité C transmet le mouvement rectiligne au corps D de bas en



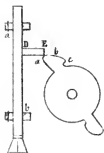
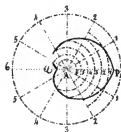
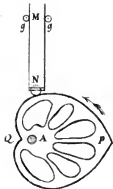
haut pendant la demi-révolution ascendante BB' de la manivelle AB , et de haut en bas pendant la demi-révolution descendante FGB . Ce qui fait le principal avantage de cette combinaison, c'est que la vitesse et l'action varient par degrés insensibles vers la fin et le commencement de chaque oscillation du corps D ou de chaque demi-révolution de la manivelle, et que les pièces ne se quittent jamais ni n'éprouvent aucun choc, aucune secousse nuisible. En effet la vitesse de l'extrémité supérieure C de la bielle devient nulle quand le bouton de la manivelle parvient sur la ligne AC aux points E et F où il décrit des chemins élémentaires perpendiculaires à cette droite; et cette même vitesse est au contraire la plus grande par des positions intermédiaires; ce qui fait que cette vitesse croît et décroît graduellement. Cette variation périodique du mouvement en vertu de laquelle la vitesse redouble la même aux mêmes positions; demeure la même, quelle que soit la grandeur du bouton B de la manivelle; de sorte qu'au lieu d'un petit bouton on peut employer un bouton plus considérable. Il suffit que la distance des centres AB reste la même, et il est visible que l'amplitude des mouvements rectilignes alternatifs du corps D n'en sera pas moins toujours égale au double de cette distance des centres. Si le cercle de B s'agrandit au delà de l'axe fixe A , sans que la distance des centres A et B varie, on aura ce qu'on appelle un excentrique, ou cercle tournant autour d'un point qui n'est pas le centre de ce cercle. La bielle consiste alors dans une double tringle qui roule avec jeu dans une gorge pratiquée à la circonférence extérieure de l'excentrique, et qui est reliée au delà de cette circonférence, de distance en distance par des croisillons destinés à la consolider. L'appareil d'un cercle roulant ainsi avec un axe A qui lui est fixé invariablement, est utile pour servir ou former les soupapes des machines à vapeur. — quelque fois quand l'excentrique est fort grand, on le compose d'un simple anneau relié à l'axe fixe A au moyen de bras. — Si la course de la bielle mue par un excentrique ne dépend que de la distance du centre du cercle qui le compose, à l'axe avec lequel il tourne, et non de la grandeur de ce cercle, il n'en est pas de même du travail absorbé par le frottement de la bielle sur la gorge de cet excentrique, car ce travail augmente avec la circonférence de ce dernier et peut même devenir un multiple de l'effet utile que la bielle doit transmettre. Nommons en effet F l'effort exercé par bielle, R la distance AB du centre de l'excentrique au centre de l'arbre qui l'emporte dans son mouvement; l'amplitude d'une oscillation rectiligne étant $2R$, le chemin parcouru par le point d'application supérieure de la bielle sera $4R$ pendant la durée de deux oscillations de va et vient de cette dernière ou d'une révolution complète de l'excentrique.

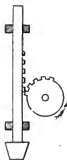
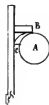
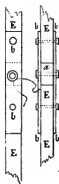
Ainsi le travail transmis par la bielle dans cette même durée sera hRF .
 D'un autre côté le frottement exercé sur la gorge de l'excentrique est pro-
 portionnel à la pression F ou égal à fF , f étant un coefficient donné
 par les tables du § 106, 2^e parties et dépendant de la nature des substances
 qui composent la bielle et l'excentrique, di-moi fais attention que dans l'hy-
 pothèse où la bielle demeure sensiblement parallèle à elle-même le che-
 min parcouru par la point d'application du frottement sur la gorge de
 l'excentrique pendant une révolution complète de ce dernier, est égal à
 sa circonférence, et si nous nommons r le rayon du cercle de cet
 excentrique, $2\pi r \cdot fF$ représentera le travail absorbé par le frottement.
 Divisant ce travail par l'effet utile hRF , on aura pour leur rapport,
 le quotient $\frac{2\pi r \cdot fF}{hRF} = \frac{\pi r \cdot f}{hR}$. Si par exemple le coefficient f est $\frac{1}{2}$, et
 que le rayon r de l'excentrique soit sextuple de la distance des centres, ce
 qui arrive souvent, le rapport précédent devient $\frac{\pi}{2}$. Or π ou le rapport
 de la circonférence au diamètre est $\approx 3,1415$. Donc le rapport de l'ef-
 fet consommé par les frottements à l'effet utile $\approx 1,57$. Par conséquent l'ef-
 fet transmis à l'arbre fixe est égal $1 + 1,57 = 2,57$ ou deux fois et demie
 le travail utile de la bielle. Cet exemple démontre la perte de travail
 immense qui résulte de l'emploi de l'excentrique, et combien il a été mal à
 propos mis en usage dans une machine aux environs de Soir d'été
 à dessein de punir ce qui avec la force de dix chevaux ne produi-
 guères que le travail de quatre. Toutefois ce système est sans inconvé-
 nient pour le rôle qu'il joue dans les machines à vapeur, parce que le
 travail nécessaire au mouvement des soupapes, n'est qu'une fraction
 fort petite du travail total de la machine. On voit cependant d'après
 ce qui précède que pour bien juger d'une disposition donnée à tel ou tel
 appareil, il suffit de comparer le travail des frottements qui se produi-
 sent avec celui de la puissance. — Quelques fois au lieu d'un bras de ma-
 niivelle, on se sert d'une roue en fonte armée d'un bouton qui transmet
 le mouvement à la bielle. On a d'ailleurs la précaution de renforcer le
 bras près de l'endroit où le bouton est adapté. Il n'est pas difficile de
 reconnaître que cette disposition est tout à fait analogue à celle de la
 manivelle. — En général on nomme excentrique toute courbe qui tourne
 avec un arbre, sans être concentrique à cet arbre, et elle peut toujours
 opérer la transformation de ce mouvement circulaire continu en un
 mouvement rectiligne alternatif. Supposons un triangle équilatéral
 dont le centre coïncide avec celui d'un arbre A tournant, fixé immua-
 blement à ce triangle, et dont les trois côtés soient remplacés par
 trois arcs de cercles décrits de chaque sommet opposé comme centre.
 Il est évident que si l'arbre tournant passe au travers d'une visée verti-
 cale $BEFD$ qui repose sur la système des trois arcs de cercle, cette
 pièce sera tenue à tout s'élever abaissée par la révolution du triangle.

3. P^o 9.

autour de l'axe A. Quant à l'amplitude d'une oscillation, elle sera ici égale à la différence AC-AH des parties interceptées par le centre A sur la rayonne de l'un des arcs de cercle; De plus pour une révolution complète de l'arbre A, il y aura en trois montées et trois descentes de la pièce BEFD. — Considérons encore une pièce verticale MN maintenue par deux gâchettes gg entre lesquelles elle peut glisser, et agissant par son point sur une bande courbe en forme de cœur qui reçoit son mouvement d'un arbre tournant A auquel cette bande est fixée invariablement. Si on imagine que la courbe se meure de droite à gauche, la pièce MN s'élèvera verticalement jusqu'à ce que la pointe P soit parvenue sur la verticale AN, et elle redescendra pendant une demi-révolution jusqu'à ce que le point de rebroussement Q soit arrivé dans la verticale AN, au-dessus de l'axe tournant A. Dans une révolution complète la pièce MN aura monté et descendu par degrés insensibles, de quantités égales à la différence AP-AQ. Enfin ce mouvement s'opérera de la même manière, quelle qu'ait été la nature de la courbe excentrique. Nous ordonnons, dans une telle transformation qui par exemple s'effectue par l'ascension et la descente des tiges de pistons, et où il faut que le mouvement soit très régulier, la trace de l'excentrique satisfaisant à cette condition que pour des angles égaux décrits par la courbe autour de l'axe A, la tige MN monte ou descende de quantités égales.

Cela posé, voici comment la trace pourra s'effectuer. Soient P et Q la pointe et le point de rebroussement de la courbe en cœur destinée à soulever et à faire baisser pendant sa révolution complète la tige d'un piston; A le centre de l'arbre tournant. Prolonge AQ de A en B sur la droite QAP; et partageons l'amplitude P-B de l'oscillation, en un certain nombre de parties égales, en six par exemple. Divisons aussi les deux demi-circconférences arbitraires s'appuyant sur la droite QAP comme diamètres, dans le même nombre 6 de parties. Joignant les rayons à ces points de division, nous décrirons du point A comme centre, avec des rayons successivement égaux à AP, A1, A2, A3, des arcs de cercle dont les intersections avec les rayons de même numéro détermineront les points de la courbe cherchée. Il est facile de voir que les diamètres de cette courbe qui passe par le centre A de l'arbre tournant, sont tous égaux à la distance QP de la pointe au point de rebroussement de l'excentrique. La figure ci-contre montre le système d'un piston qui soulève une courbe a-bc conduite par un arbre tournant A, et qui retombe par son propre poids dès que la courbe l'abandonne. Et l'instant où la courbe a-bc suit le rebroussement DE, elle l'abandonne avec une vitesse acquise et produit un choc violent qui consomme beaucoup de travail; mais ce choc paraît être inévitable, puis que le piston doit être abandonné à lui-même pour effectuer son travail. En plus l'action de la courbe contre le mandrin est telle que le mandrin du piston se dévise

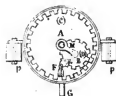




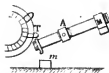
de droite à gauche et presse d'un côté contre la moise supérieure de gauche et de l'autre contre la moise inférieure de droite. Non seulement, c.à. s. frottement qui fonde entre ces pressions sont grande, mais il en est encore de même des chemins que parcourent leurs points d'application. Ces deux causes, le choc et le frottement, rendent évidemment ce système très vicieux. On a cherché à réduire les frottements en supprimant le mentonnet, et en faisant saisir par la came le pilon dans la verticale qui passe par son centre de gravité. Pour cela on compose le montant de deux parties EE maintenues à un certain intervalle au moyen de deux moises bb boulonnées. Cette portion vidée ménagée entre les deux parties du montant, est traversée par un boulon ou roulette α contre lequel pousse la came qui a ainsi la faculté de pénétrer dans l'intérieur du montant du pilon. Et la vérité cette roulette α finit par un plus tournant, et c'est ce qui arrive en général pour les galets de friction, &c. Il reste à examiner s'il ne serait pas possible de rendre moins influent les pertes occasionnées par le choc. Supposons que la came soit à la fois tangente en B à la circonférence de l'arbre tournant A, et au mentonnet, au moment où elle ramonte ce dernier à l'état de repos. On conçoit qu'à cet instant, au lieu du choc, il se produit un glissement pendant lequel le mentonnet, et par suite le pilon est graduellement soulevé. Mais comme ici la came doit recourir plus de développement, le frottement et en parcourant plus de chemin absorbe une quantité de travail q. si peu différente de celle que le choc aurait absorbée. Cent fois cet α disposition est au moins stérile, on a donc qu'elle évite au système, des secousses qui, dans tout état de choses, sont nuisibles à sa solidité. Enfin on a armé de dents le montant du pilon, ainsi qu'une portion de l'arbre tournant, le pilon monte tant que les dents de ce dernier engagent dans celles du montant, et descend dès que la portion non dentée de l'arbre se présente au pilon. Ce mouvement alternatif dure tout le temps que la roue continue à se mouvoir. Mais il est facile de voir que les dents n'ont pas assez de force pour résister au choc, et que ce système est encore plus vicieux que celui de came appliquée à un mentonnet.

Nous ne parlerons pas du plateau tournant autour d'un axe, mentionné dans l'ouvrage de M^{rs} Lartey et Bitancourt, et armé d'un bouton saillant qui englisant dans la rainure horizontale suffisamment longue d'un montant forcé de cheminer entre deux moises, communique encore à ce montant un mouvement rectiligne de va et vient, nous n'en parlerons pas, dis-je, par ce que bien que ici la vitesse s'éteigne à la fin de la descente et de la montée comme dans la manivelle, le chemin que décrit le bouton et le frottement qui en résulte absorbent une trop grande portion du travail du moteur.

Vous garderions aussi la même science à l'égard de l'égard de la combinaison d'une roue dentée qui roule dans une autre roue dentée intérieure, et d'un rayon double de celui de la première, si la plus petite des deux ne jouissait de cette singulière propriété qu'un point quelconque de sa circonférence ne décrit constamment, soit en montant, soit en descendant, un même diamètre de la grande roue. Voici un qui constitue cette combinaison. A est un arbre placé à une certaine distance en avant et vis-à-vis du centre de la grande roue (C) fixée invariablement sur deux supports pp. M est une manivelle qui tourne autour de l'arbre A, et dont le bouton B se prolonge suivant un axe parallèle à l'arbre A. La petite roue (D) dont le rayon est moitié de celui de la roue fixe A, non seulement peut rouler autour de l'axe A, mais encore s'engrèner dans toutes les dents intérieures de la roue (C), en suivant le mouvement de la manivelle. E représente une tige de fer rendant solidaire le prolongement de l'axe B avec un bouton F qui fait saillie en arrière de la petite roue (D) pour supporter une bielle FG. Or, je dis maintenant que la bielle FG ou son point de suspension F, restera toujours sur le diamètre AF, et que par conséquent l'amplitude d'une montée ou d'une descente de cette bielle sera égale au diamètre de la grande roue (C). En effet, pour que le point F reste toujours sur le diamètre IK, on a $FAO = IAO$. D'ailleurs l'angle $IAO = \frac{\text{arc } OI}{AI}$ et $FAO = \frac{\frac{1}{2} \text{ arc } FO}{BO} = \frac{\frac{1}{2} \text{ arc } FO}{\frac{1}{2} AI} = \frac{\text{arc } FO}{AI}$. D'où $\text{arc } FO = \text{arc } OI$, et cette dernière condition est remplie, puisque le petit cercle en roulant sur le grand, y développe un arc OI égal à l'arc OF. Toutefois, comme nous l'avons déjà dit, ce système a la grave inconvénient que les forces pressives produites par les dents sont capables d'en amener la rupture.



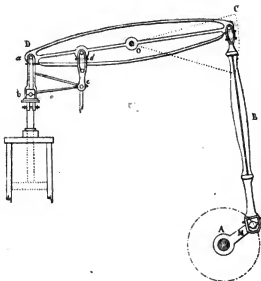
Transformation du mouvement circulaire continu en mouvement circulaire alternatif.



29. Le premier moyen que nous indiquerons pour transformer le mouvement circulaire continu en mouvement circulaire alternatif, a beaucoup d'analogie avec celui qui a pour objet le mouvement des pistons. C'est encore une roue armée de came qui presse les uns après les autres sur l'extrémité d'un levier mobile autour d'un point fixe de telle sorte qu'après avoir tourné dans un sens pendant qu'une came agit sur son extrémité, il reprend un mouvement en sens contraire dans l'intervalle qui s'écoule depuis l'instant où cette came le quitte, jusqu'à l'instant où la suivante le reprend. Ordinairement le levier dont nous venons de parler est une manche auquel un marteau est adapté. C'est à la queue du marteau qu'est poussée par la came de haut en bas contre une pièce inférieure M (voir renvoi), et dans ce cas le point d'application T de la came, et la tête M du marteau sont situés de part et d'autre de l'axe de rotation A du système. C'est à la came dont le marteau immédiatement par la tête, et c'est le cas du marteau

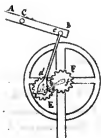


frontal. L'autre enfin le manivernier est saisi entre la tête et son axe de rotation. On peut alors pour éviter le choc, avoir recours à un procédé semblable à celui qu'on a indiqué pour le piston. C'est de mener par l'axe A une droite AC presque tangentielle à une ligne prise, à l'arbre tournant, et de tracer une came qui soit tangente dans la même point à l'arbre et à la droite parallèle à AC. Ce système a été mis en usage dans les usines de M. Cokerill à Liège.

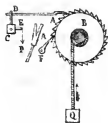


De tous les systèmes affectés à la transformation d'un mouvement circulaire continu en circulaire alternatif, le plus parfait est sans contredit celui d'une manivelle M tournant autour de l'arbre A et transmettant, par l'intermédiaire d'une bielle B, un mouvement circulaire alternatif à un balancier CD mobile autour d'un axe O. Ce balancier employé dans la machinerie à vapeur est une pièce en fonte mince de deux pouces d'épaisseur, renforcée par des côtes. Son objet est de transmettre un mouvement sensiblement rectiligne de va et vient à la tige d'un piston P. On verra bientôt comment le dispositif du parallélogramme a b c d remplit ce

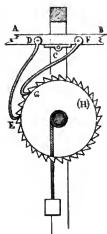
dernier but. L'appareil de la bielle, de la manivelle et du balancier n'est que une imitation de la pédale des remouleurs ou du roue à fléau. — Hott pour cette même transformation avait d'abord imaginé la mouche ou mouvement planétaire; quoique ce moyen ait été totalement abandonné à cause de son peu de solidité et des frottements énormes qui s'y produisent, nous allons en faire une description succincte: AB est un balancier susceptible d'un mouvement circulaire alternatif autour de l'axe C, et d'une tige qui tourne librement sur son axe en C, et dont l'extrémité est terminée en pointe fixe au moyen de trois boulons au centre d'une roue dentée E qui engraine dans une autre F de même rayon que la première et enarbres à l'axe



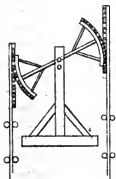
du volant N . Sur les deux faces opposées au plan du dessin des deux roues est une tige ef qui force la roue E à rester à la même distance du centre du volant et aux extrémités de laquelle les deux roues peuvent tourner respectivement. Le mouvement circulaire continu du volant fait monter et descendre la roue E autour de la roue F , et par suite la balle qui transmet ainsi un mouvement circulaire alternatif au balancier AB . De ce que les deux roues E et F sont de même rayon, il est facile de conclure qu'une oscillation complète du balancier correspondante à deux révolutions du volant. Enfin une oscillation complète du balancier a lieu, lorsque le centre de la roue E a fait une révolution entière autour du centre f du volant, de ou nomme \mathcal{N} la vitesse angulaire avec laquelle le premier centre de roue autour de f , et le rayon de chacune des roues dentées, $2R$, sera le chemin parcouru dans une seconde par le centre de la roue E . Puisque cette roue est fixée invariablement à la balle, tous les chemins parcourus simultanément par tous les points de cette roue seront égaux à celui qui parcourt son centre. Ainsi $\mathcal{N} \cdot 2R$ sera aussi le chemin parcouru par la roue E à son point de contact avec la roue F . Si j'appelons \mathcal{N}' la vitesse angulaire de cette dernière, le chemin parcouru dans une seconde par ce même point de contact, en tant qu'il appartient à la roue F , sera représenté par $\mathcal{N}'R$. D'où on tire $\mathcal{N}'R = 2\mathcal{N}R$, et par suite $\mathcal{N}' = 2\mathcal{N}$. Ce qui nous apprend que la vitesse angulaire ou le nombre de tours du volant est double de la vitesse angulaire de la balle ou du nombre de ses oscillations complètes.



Le levier DE à la fourche transforme le mouvement circulaire alternatif en mouvement circulaire continu. Si une fourche A pousse successivement et toujours dans la même sens les dents a et b d'un roue B , celle-ci prendra autour de son axe un mouvement circulaire. Or ce dernier, ainsi que l'effort de la fourche A qui on nomme *piéd de biche*, se produit par le mouvement circulaire alternatif d'un levier courbé DCE autour d'un axe C . Si la puissance P s'exerce de haut en bas, le piéd de biche fait avancer une dent de la roue B . Lorsqu'au contraire la puissance P fait mouvoir la branche CE du levier de bas en haut, la fourche se désengrène et se porte sur une dent inférieure. Quand ce système est employé à soulever un poids Q , on établit un frotte F pour empêcher la roue de prendre un mouvement contraire, pendant le désengrènement du piéd de biche. — Quelquefois ce système est composé. Il consiste alors dans un levier AB qui a un mouvement circulaire alternatif autour de son axe C . Deux crochets DE et FG suspendus par des articulations à ce levier, engrenent tour à tour dans les dents de la roue H . Ainsi lorsque la



Transformation du mouvement circulaire alternatif en rectiligne alternatif.



point B s'abaisse, le crochet DE s'élève et fait mouvoir la roue, tandis que le crochet FG se désengage pour aller saisir une dent inférieure. Lorsque par une oscillation contraire, le point B s'élève, c'est au tour du crochet FG de tirer la roue, et à celui du crochet DE de se désengager. On ne peut pas dire à la rigueur que le mouvement de la roue qui prend le nom de *roue à minute* soit continu, car l'action est intermittente et se transmet par une suite de chocs qui démontrent combien ce système est défectueux lorsqu'il s'agit de lui faire exécuter un véritable grand travail. C'est pourquoi quand la roue à minute ne se met qu'avec lesteur et qu'elle ne transmet pas l'effort utile, dans ce cas son travail est fort petit, ainsi que les pertes qui résultent de cette combinaison. C'est ce qui justifie l'emploi de la roue à minute pour conduire le chariot *porte-pièce* dans les scieries. Mais un pareil système ne pourrait convenir pour faire mouvoir les roues des vis à pressoir. Les sauttes qui succèdent, fatiguant les hommes préparés à la manœuvre.

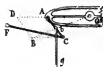
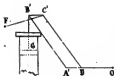
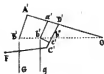
30. Le premier exemple que nous offrons sur la transformation du mouvement circulaire alternatif en mouvement rectiligne alternatif, c'est un balancier à secteur qui en tournant sur son axe O tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre, agit pour soulever et baisser des bielles ou des tiges de piston au moyen de chaînes fixées à la fois aux secteurs et à ces tiges, comme il a été indiqué § 25. Ce système a été et est encore employé dans les machines à vapeur destinées à épuiser l'eau. Mais on l'a remplacé avec avantage par le système suivant dû au célèbre Watt, mécanicien anglais qui le premier a rendu la machine à vapeur susceptible de transmettre le mouvement de rotation continu aux machines industrielles.

La figure ci-jointe représente le balancier AE des machines à vapeur actuelles, doué d'un mouvement circulaire alternatif autour de son centre de rotation O, ou qui le reçoit de la tige BG animée, par l'action de la vapeur contre le piston G, d'un mouvement rectiligne de va et vient. Si le point d'attache supérieure B de la tige BG était fixé à l'extrémité A du balancier au moyen d'un tourillon ou d'une articulation, comme le point A ne peut que décrire un arc de cercle autour de O, la tige BG ne pourrait rester verticale, et puisqu'elle le piston G se meut en ligne droite, la tige BG serait forcée ou brisée, à moins qu'il n'y eût une autre articulation à sa naissance en G du côté du piston. C'est ce qui a lieu dans quelques machines; mais alors l'action contre le piston de la part de BG se décompose et le piston presse plus d'un côté que de l'autre, ce qui occasionne des frottements de vapeur du côté où il presse moins. Watt a fixé l'articulation B de la tige à l'un des sommets du parallélogramme ABCD articulé dans

ses angles, ou plutôt à la traverse qui réunit les sommets tels B des deux parallélogrammes parallèles et égaux, embrassant le balancier de part et d'autre de ses deux faces verticales. Deux sommets A et D de ces parallélogrammes que déterminais nous regarderons comme n'en formant qu'un seul, sont situés sur l'axe de symétrie AB du balancier et la quatrième C est guidée par une ou deux tiges FC nommées brides et tournant autour du centre F fixé de façon que B demeure sensiblement sur une même verticale. Voici comment on s'y prend pour fixer la position de F, quand le parallélogramme, la tige du piston et le balancier sont donnés.

Soient AO, NO les positions extrêmes du balancier, AO la position intermédiaire ou horizontale, NG la direction indéfinie de la tige du piston. On tracera les trois parallélogrammes A'B'C'D', A''B''C''D'' et ABCD correspondant aux positions précédentes, c'est à dire que les sommets D', D'', B étant sur la verticale BG, les côtés qui réunissent les sommets des mêmes lettres respectivement sur chacun des parallélogrammes soient égaux. Il en résultera trois positions C', C'', C de l'extrémité de la bride conductrice FC, et on fera passer par les trois points C', C'', C une seule droite la centre F sera pris pour le point fixe de cette bride. Cette solution n'est pas rigoureuse, parce que si on construisait un grand nombre de positions du parallélogramme d'après la condition que tous les sommets B soient sur la même verticale BG, on verrait que le sommet C ne reste pas sur un véritable arc de cercle. Donc réciproquement en fixant le sommet C à parcourir la circonférence dont F est le centre, le sommet B ne restera pas constamment sur la verticale BG. Mais en choisissant des données convenables, on peut faire que les déviations du point B hors de la verticale soient alors très-petites, ou ne dépassent pas 1 ou 2 lignes. Pour obtenir cette déviation, on s'a qu'à imaginer que le sommet B du parallélogramme divienne libre, et qu'à diriger le parallélogramme, en contraignant C à rester sur le cercle C'C'C trouvé ci-dessus, puis on tracera la ligne qui passe par toutes les positions du sommet B intermédiaires aux positions B', B et B'' qui resteront toutes forcément sur la verticale. On trouvera que cette ligne forme une espèce de S qui coupe la verticale BG en B et qui s'en écarte symétriquement, entre les positions extrêmes B' et B'', de quantités CB, C'B' qui il sera facile de mesurer. On aura d'ailleurs l'attention de construire l'épure de grandeur naturelle, ou même avec des dimensions plus grandes, si on veut procéder avec beaucoup de rigueur. Il y a quelques règles à observer pour que la déviation soit la moindre possible. 1°. la direction verticale BG de la tige doit diviser en parties égales la distance AA' comprise entre l'axe et la corde de l'arc AA' décrit par l'extrémité A du balancier, 2°. la corde AA' qui est à très-peu près égale à la course du piston, ne doit pas



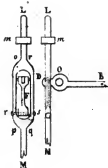
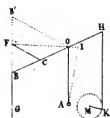


nécessaire de beaucoup la moitié ou les deux tiers de la longueur AO du balancier, c'est-à-dire que AO doit surpasser une fois et demie au moins la longueur de course de la tige. 3°. On fera la longueur de cette son parallèle au balancier, du parallélogramme, de façon que l'extrémité B' de la tige sur l'horizontale BO du centre du balancier, quand celui-ci occupe la position supérieure coïncide avec A'.

4. L'horizontale OB' sera partagée en deux parties égales, l'angle total
façonné par le balancier, 5° . Quand à la longueur des côtes AD' et
 $B'C'$, elle est arbitraire; ou plutôt si on veut, elle dépend de la distance à
laquelle on veut placer le centre F , ou de la longueur de la bride. Cou-
plets CD' se rapproche vers le centre O du balancier, moins l'arc sé-
paré par C' sera grand, et plus la bride FC' sera courte. — Quelque-
fois quand on veut faire conduire simultanément deux tiges $B'G$ et
 $b'g$ on forme un parallélogramme $d'b'c'd'$ intérieur qui a deux côtes
 $c'd'$ et $a'd'$ communs avec le grand, et dont le sommet b' servira de

« suspension à la seconde tige est sur la droite OB' qui joint au centre O du balancier, le sommet de suspension B' de la première tige; l'arc AOB' a cause que les lignes BO et BO' sont en rapport invariable, B' décrira une droite si B en décrit une; et il n'y aura besoin que de la même bride CF . On pourrait encore attacher une troisième tige au point b' de rencontre de BO avec la tige opposée $C'D$. — La figure ci contre donne une disposition de parallélogramme renversé, dans laquelle $A'O$ est le balancier, et les cotés AB' et $C'D'$ sont très longs parce qu'ici la

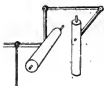
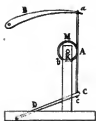
tige B'C est censée être fort courte et être placée à une hauteur assez grande au-dessus du balancier. — On peut encore simplifier la construction du parallélogramme, en supprimant les côtés AD, BD et BD, et en le remplaçant au seul côté AC guidé en C par la bride FC. Le point d'attache de la tige b'g à mouvoir verticalement, se place au b sur la côté censée AC à son point de rencontre avec la ligne menée du centre O du balancier au point B qui serait le sommet d'un véritable parallélogramme. La construction pour obtenir le centre F de la bride est extrêmement facile. Car b'g' étant la verticale donnée, menée par les positions supérieure et inférieure et horizontale K', K'' et A de l'extrémité de balancier AO, on trace telles que le point d'attache soit en b', b'' et b sur la véritable verticale b'g, et prolonge chacune de b', b'' et b égales au reste b'c du côté AC ; le point F de rotation de la bride sera le centre du cercle passant par les extrémités C', C'' et C. — Il existe d'autres systèmes de balanciers à axes mobiles et qui peuvent servir à rendre le mouvement des tiges sensiblement vertical.



Mouvements circulaires
ou rectilignes alternatifs en
mouvements de même
espèce.

une idée succincte. BO est un balancier oscillant sur l'axe O placé à l'extrémité d'une forte tige qui tourne autour d'un axe fixe A. FC est une double bride embrassant le balancier, laquelle tourne autour d'un point F. La position de ce point fixe F est à l'intersection de l'horizontale de l'axe O et de la verticale passant par l'extrémité B du balancier en tant que cette dernière occupe la position la plus basse. BG représente la tige d'un piston dont on veut que le mouvement soit tenu vertical. Les positions extrêmes BO et BO' du balancier sont d'ailleurs toujours symétriques par rapport à sa position horizontale FO. Pour trouver le centre de rotation A de la tige qui sera de support au tourillon O du balancier, on portera $FC + CO = BO$ (à cause de $BC = FC$) de F vers F sur l'horizontale FO. Soit par les points I et O on fera passer un cercle le plus grand possible dont le centre sera pris pour l'axe A du support. On conçoit en effet que pour que l'extrémité B de la tige BG s'éloigne peu de la verticale BB' avec laquelle elle aura trois positions communes, il conviendrait que O fût très-petit par rapport au rayon OA. Si on ne peut faire OA très-grand, il faudrait éloigner le point de rotation O du balancier de F ou de B, pour que l'angle BOB' décrit par le balancier soit très-petit, ce pourvu qu'il en soit de même de OI ou de la différence entre OB et BO. Nous terminerons ce que nous avons à dire sur la transformation du mouvement circulaire alternatif, en mouvement rectiligne alternatif, par un système fort simple qui peut être utilement employé pour la manœuvre d'une pompe à eau. Il consiste dans un levier BD mobile autour de l'axe O et dont une des extrémités B reçoit par une poignée appliquée un mouvement circulaire alternatif, tandis que l'autre est engagée dans une tige LM tenue dans une position verticale, par la partie supérieure au moyen d'un anneau M dans lequel elle glisse, et par la partie inférieure au moyen du piston que cette tige supporte, et qui glisse dans son corps de pompe. — Reste à expliquer comment le levier moteur est engagé dans la tige LM. La tige est courbée selon une mortaise opqr au bas de laquelle est un axe rs. C'est sur cet axe que tourne une fourche F dont les deux branches forment une articulation avec le levier OB au moyen d'un autre petit axe qui traverse à la fois les deux branches de cette fourche et l'extrémité D du levier de manœuvre. Cette disposition est généralement adoptée dans les presses hydrauliques.

31. Il serait peut-être inutile d'indiquer les transformations soit du mouvement circulaire alternatif en circulaire alternatif, soit encore du mouvement rectiligne alternatif en rectiligne alternatif, parce que les moyens qui transforment le mouvement circulaire alternatif ou le mouvement rectiligne alternatif en circulaire continu (§§ 28 et 29)



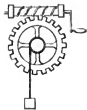
résolvant la question parfaitement. Il existe cependant un petit nombre de moyens directs d'opérer cette transformation. Le tour à pédale et à ressort est un exemple de transformation du mouvement circulaire alternatif en un autre mouvement circulaire alternatif; car la pédale CD qui le reçoit, le transmet au tour K, par le moyen de la corde abc enroulée à plusieurs reprises sur le tour-bour AM et qui s'attache au ressort B par son autre extrémité. Le mouvement rectiligne alternatif se communique par les mouvements connus de sonnettes. C'est une pièce ou levier courbé bœc tournant autour de l'axe O, et dont les deux branches ob et oc transmettent le mouvement alternatif d'un fil de pivo ou corde ab à la corde cd. Si au lieu d'être situés dans le même plan les deux droites ab et cd sont dans des plans différents, il faudrait les réunir par une droite commune ef, et, placer deux mouvements de sonnettes l'un dans le plan de ab et de ef, l'autre dans le plan de ef et de cd; ces deux pièces communiqueraient entre elles au moyen d'une corde située à l'intersection ef des deux plans. Enfin ce même mouvement est transmis aussi par des viselles ou bœlles, ainsi que cela a été pratiqué dans l'ancienne machine de Marly. Mais tous ces systèmes donnent lieu à des frottements énormes, leur jeu augmente, les chocs se succèdent et la machine finit par se dégrader. C'est pour cette raison que les Anglais, se cherchant par à transmettre directement les mouvements alternatifs; ils préfèrent transformer le premier mouvement alternatif en circulaire continu, et obtenir dans le nouveau mouvement alternatif qu'on veut produire.

Des modificateurs instantanés du mouvement.

Classification des modificateurs instantanés du mouvement.

Définition.

32. On appelle modificateur instantané du mouvement toute pièce destinée à changer à volonté, et tout d'un coup le mouvement d'une ou de plusieurs pièces d'une machine. Les modificateurs peuvent se classer en trois espèces distinctes, selon l'objet qu'ils ont à remplir. La première espèce a pour but ou d'interrompre le mouvement ou de le reproduire pendant un temps fini, d'opérer en un mot ce qu'on entend par embrayage ou débrayage des pièces. La deuxième espèce de ces modificateurs doit changer l'état du mouvement de quelques parties pendant un instant fort court, c'est-à-dire momentanément, et il arrive que c'est la machine elle-même qui remplit la fonction de rendre ou de donner le mouvement, par des mécanismes à détente, des ressorts, des encliquetages, par des roues à rochet, etc. Enfin la troisième espèce sert à modifier, à rendre double ou triple la vitesse d'une machine, sans l'arrêter, pendant qu'elle est en action. Nous allons passer succinctement les plus importantes modificateurs de chacune de ces trois classes, et qui sont caractérisés par l'usage ou par leur but.



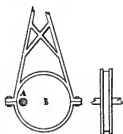
Il peut être employé, par exemple, pour réunir bout à bout ou accoupler des axes très longs qui devant reposer sur plus de deux appuis, ne pourraient être rigoureusement maintenus sur une même droite. Les pressions sur les articulations sont ici énormes, et occasionnent beaucoup de frottements, quoique d'ailleurs les chemins parcourus par les points d'application de cette résistance soient assez petits. Ce communicateur a été mis en usage en Hollande pour transmettre le mouvement de rotation de l'axe horizontal d'un moulin à vent, à des axes de vis d'Archimède, qui comme on sait, doivent être inclinées à l'horizon. La vis sans fin dont il a été parlé au (§ 142 de la 2^e partie), est encore un exemple de la transmission du mouvement circulaire continu à deux axes perpendiculaires entre eux et non situés dans la même plane. C'est une vis à filets carrés qui repose sur deux tourillons et qui est terminée par une manivelle à laquelle la puissance est appliquée. Les hélices de cette vis s'engrènent dans les dents d'une roue dans le plan contenant l'axe de la vis et les points constamment selon la même direction. Il en résulte que la roue tourne autour de son axe, et devient propre à soulever des fardeaux suspendus à une corde qui vient s'enrouler autour d'un treuil muni de la roue. On peut donc conduire la roue au moyen de la vis; mais la réciproque n'est pas vraie; autrement dit, il est impossible de conduire la vis au moyen de la roue. En effet si la roue devait conduire la vis, ses dents exerceraient contre les hélices des actions parallèles à l'axe de cette vis et qui, pour être comparées à la pression verticale d'un corps contre un plan incliné très doux dont l'inclinaison serait la même que celle des hélices par rapport à la base du cylindre auquel elles appartiennent. Or il est évident que quelle que grande que soit la pression verticale Q d'un corps sur un plan très doux AC , jamais cette pression ne parviendrait à le faire descendre, car le frottement entre le plan et le corps avec cette pression, et si la pente du plan est telle que la réaction ne puisse naître, le mouvement ne se produira pas même à la suite d'une augmentation dans la pression Q . Mais si on applique une puissance P contre le coin ABC dans le sens BA , et que le corps Q fût assésité à glisser verticalement entre des guides g, g, g, g , il ne sera pas à l'aide de cette puissance, très difficile de le faire mouvoir verticalement. Revenant maintenant à la vis sans fin, on reconnait sans peine que l'action des dents de la roue contre les filets de la vis, action qui est parallèle à l'axe de cette dernière, ne saurait en tant qu'elle est puissance, produire de mouvement, tandis que ce dernier aurait lieu avec facilité pour une force perpendiculaire à cette action, c'est-à-dire pour une force qui conduirait la vis. Si nous nous rappelons ce qui a été dit (§ 8) touchant l'objet des machines en général, nous nous convaincrons de la vérité de ce principe que toutes les fois, qu'en agissant sur l'extrémité d'une machine on peut la faire aisément mouvoir, le contraire doit avoir lieu, si on agit à l'autre extrémité. En effet, puisque le but



D'une machine est de changer le travail $F \times x$ d'un moteur, dans le travail ef de l'opérateur, et que ces deux travaux sont égaux abstraction faite des frottements, il est évident que si F ou le chemin parcouru par le point d'application du moteur est très petit comparativement au chemin e de l'opérateur, l'effort F du moteur sera au contraire très grand par rapport à l'effort f exercé par l'outil. Voilà pourquoi dans ce cas, on mettrait si facilement la machine en mouvement en agitant sur l'opérateur, et si difficilement en poussant le récepteur. — C'est, par exemple, sur la barre d'un manège destiné à faire mouvoir un système où l'opérateur doit avoir une grande vitesse, cette barre résistera fort aisément. Eligistes au contraire immédiatement sur l'outil, la machine cédera à un effort assez médiocre. — La sise dans la vitesse est ordinairement très grande dans les machines, si on la compare à celle du moteur, mettez sous une action que vous lui appliquerez, tout l'appareil en mouvement, tandis que les efforts contre la roue motrice deviendront à peu près insaisissables. — Dans l'exemple précédent du ploy incliné, les chemins parcourus par la puissance P et par la pression Q sont proportionnelles à la base, et à la hauteur du plan, si ce plan est très doux, la base devient considérable par rapport à sa hauteur, et il est visible que la puissance P est au contraire bien moindre que la pression Q . Enfin par un raisonnement analogue, on se rend compte dans la vie sans fin de la facilité qu'il y a à conduire la roue au moyen de la vie, et de la difficulté ou plutôt de l'impossibilité qu'il y aurait à vouloir obtenir un mouvement réciproque au préalable. Nos termineront par cette remarque que la vie sans fin consomme beaucoup de travail par les frottements, et que ce système n'est pas employé dans les machines puissantes où l'économie du travail est importante. Toutefois à cause de la régularité de son mouvement, elle est fort utile dans le cas où il s'agit d'un ouvrage de précision.

Transformation du mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif et vice versa.

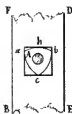
28. Tout en comparant avec la transformation du mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif la réciproque de cette transformation, nous n'osons pas dire que les moyens employés dans ces deux sont réciproques les uns des autres; c'est seulement pour abréger que nous citons ces deux circonstances dans une seule solution. Quoiqu'il en soit, le moyen le plus commode pour opérer la première de ces transformations, consiste dans la combinaison du mouvement de rotation d'une manivelle autour d'un axe avec celui d'une bielle dont l'extrémité supérieure pousse un corps forcé par lui-même ou par un autre à prendre un mouvement rectiligne alternatif. A cet effet on se sert d'un arbre tournant sur lui-même et auquel est fixé une manivelle armée d'un bouton B . Autour de ce bouton roule librement une bielle BC dont l'extrémité C transmet le mouvement rectiligne au corps D de bas en-



haut pendant la demi-révolution ascendante ABF de la manivelle AB , et de haut en bas pendant la demi-révolution descendante EGF . Ce qui fait le principal avantage de cette combinaison, c'est que la vitesse et l'action varient par degrés insensibles vers la fin et le commencement de chaque oscillation du corps D ou de chaque demi-révolution de la manivelle, et que les pièces ne se quittent jamais ni n'éprouvent aucun choc, aucune secousse nuisible. En effet la vitesse de l'extrémité supérieure C de la bielle devient nulle quand le bouton de la manivelle parvient sur la ligne AC aux points E et F où il décrit des chemins élémentaires perpendiculaires à cette droite; et cette même vitesse est au contraire la plus grande par des positions intermédiaires; ce qui fait que cette vitesse croît et décroît graduellement. Cette variation périodique du mouvement en vertu de laquelle la vitesse redvient la même aux mêmes positions; demeure la même, quelle que soit la grandeur du bouton B de la manivelle; de sorte qu'au lieu d'un petit bouton on peut employer un bouton plus considérable. Il suffit que la distance des centres AB reste la même, et il est visible que l'amplitude des mouvements rectilignes alternatifs du corps D n'en sera pas moins toujours égale au double de cette distance des centres. Si le cercle de B s'agrandit ou diminue de l'axe fixe A , sans que la distance des centres A et B varie, on aura ce qu'on appelle un *excentrique*, ou cercle tournant autour d'un point qui n'est pas le centre de ce cercle. La bielle consiste alors dans une double tringle qui roule avec jeu dans une gorge pratiquée à la circonférence extérieure de l'excentrique, et qui est reliée au delà de cette circonférence, de distance en distance par des croisillons destinés à la consolider. L'appareil d'un cercle roulant ainsi avec un axe A qui lui est fixé invariablement, est utilisé pour ouvrir ou fermer les soupapes des machines à vapeur, quelquefois quand l'excentrique est fort grand, on le compose d'un simple axe ou bras, relié à l'axe fixe A ou moyen de bras. Si la course de la bielle mue par un excentrique ne dépend que de la distance du centre du cercle qui la compose, à l'axe avec lequel il tourne, et non de la grandeur de ce cercle, il n'en est pas de même du travail absorbé par le frottement de la bielle sur la gorge de cet excentrique, car ce travail augmente avec la circonférence de ce dernier et peut même devenir un multiple de l'effet utile que la bielle doit transmettre. Nommons en effet F l'effort exercé par bielle, R la distance AB du centre de l'excentrique au centre de l'arbre qui l'emporte dans son mouvement; l'amplitude d'une oscillation rectiligne étant $2R$, le chemin parcouru par le point d'application supérieure de la bielle sera $4R$ pendant la durée de deux oscillations de va et vient de cette dernière ou d'une révolution complète de l'excentrique.

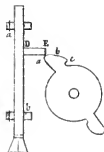
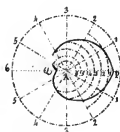
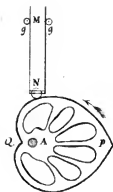
Ainsi le travail transmis par la bielle dans cette même durée sera hRF .
 D'un autre côté le frottement exercé sur la gorge de l'excentrique est proportionnel à la pression F ou égal à fF , f étant un coefficient donné par les tables du § 106, 2. partie et dépendant de la nature des substances qui composent la bielle et l'excentrique, de ce fait attention que dans l'hy-pochoïde où la bielle demeure sensiblement parallèle à elle-même la chemin parcouru par la point d'application du frottement sur la gorge de l'excentrique pendant une révolution complète de ce dernier, est égal à sa circonférence, et si nous nommons r le rayon du cercle de cet excentrique, $2\pi r \cdot fF$ représentera le travail absorbé par le frottement. Divisant ce travail par l'effet utile hRF , on aura pour leur rapport, le quotient $\frac{2\pi r \cdot fF}{hRF} = \frac{\pi r \cdot f}{hR}$. Si par exemple le coefficient f est $= \frac{1}{2}$, et que le rayon r de l'excentrique soit sextuple de la distance des centres, ce qui arrive souvent, le rapport précédent devient $\frac{\pi}{2}$. Or π ou le rapport de la circonférence au diamètre est $\approx 3,1415$. Donc le rapport de l'effet consommé par les frottements à l'effet utile $\approx 1,57$. Par conséquent l'effet transmis à l'arbre fixe est égal $1 + 1,57 = 2,57$ ou deux fois et demie le travail utile de la bielle. Cet exemple démontre la perte de travail inévitable qui résulte de l'emploi de l'excentrique, et combien il a été mal à propos mis en usage dans une machine aux environs de Paris destinée à sérier des pierres et qui mise avec la force de dix chevaux ne produisait guère que le travail de quatre. Toutefois ce système est sans inconvénient pour le rôle qu'il joue dans les machines à vapeur, parce que le travail nécessaire au mouvement des soupapes, n'est qu'une fraction fort petite du travail total de la machine. On voit cependant d'après ce qui précède que pour bien juger d'une disposition donnée à tel ou tel appareil, il suffit de comparer le travail des frottements qui se produisent avec celui de la puissance.

Quelques fois au lieu d'un bras de manivelle, on se sert d'une roue en fonte armée d'un bouton qui transmet le mouvement à la bielle. On a d'ailleurs la précaution de renforcer le bras près de l'endroit où le bouton est adapté. Il n'est pas difficile de reconnaître que cette disposition est tout à fait analogue à celle de la manivelle. — En général on nomme *excentrique* toute courbe qui tourne avec un arbre, sans être concentrique à cet arbre, et elle peut toujours opérer la transformation de ce mouvement circulaire continu en un mouvement rectiligne alternatif. Supposons un triangle équilatéral dont le centre coïncide avec celui d'un arbre A tournant, fixé invariablement à ce triangle, et dont les trois côtés soient remplacés par trois arcs de cercles décrits de chaque sommet opposé comme centre. Il est évident que si l'arbre tournant passe au travers d'une pince verticale $BEFD$ qui repose sur la système des trois arcs de cercle, cette pince sera tenue à tour s'élever et abaissée par la révolution de l'arbre.

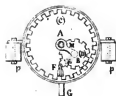


autour de l'axe A. Quant à l'amplitude d'une oscillation, il sera ici égale à la différence AC-AH des parties interceptées par la centre A sur le rayon de l'un des arcs de cercle; de plus pour une révolution complète de l'arbre A, il y aura en trois montées et trois descentes de la pièce BBEF. — Considérons encore une pièce verticale MN maintenue par deux gâtes gg entre lesquelles elle peut glisser, et agissant par son poids sur une bande courbe en forme de cœur qui reçoit son mouvement d'un arbre tournant A auquel cette bande est fixée invariablement. Si on imagine que la courbe se meut de droite à gauche, la pièce MN s'élèvera verticalement jusqu'à ce que la pointe P soit parvenue sur la verticale AN, et elle redescendra pendant une demi-révolution jusqu'à ce que la point de rebroussement Q soit arrivé dans la verticale AN, au-dessus de l'axe tournant A. Dans une révolution complète la pièce MN aura monté et descendu par degrés insensibles, de quantités égales à la différence AP-AQ. Enfin ce mouvement s'opérera de la même manière, quelle qu'elle soit la nature de la courbe écentrique. Nous ordonnons, dans une telle transformation qui par exemple s'effectue par l'ascension et la descente des tiges de pistons, où il faut que le mouvement soit très régulier, la trace de l'écentrique doit satis-

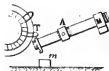
faire à cette condition que pour des angles égaux de rotation de l'arbre tournant A, la tige MN monte ou descende de quantités égales. C'est pourquoi, voici comment la trace pourra s'effectuer. Soient P et Q la pointe et le point de rebroussement de la courbe en cœur destinée à soulever et à faire baisser pendant sa révolution complète la tige d'un piston; A le centre de l'arbre tournant. Prolonge AQ de A en B sur la droite QAP; et partageons l'amplitude P-B de l'oscillation, en un certain nombre de parties égales, en six par exemple. Divisons aussi les deux demi-circconférences arbitraires s'appuyant sur la droite QAP comme diamètre, dans le même nombre 6 de parties. Traçant les rayons à ces points de division, sous des angles du point A comme centre, avec des rayons successivement égaux à AP, A1, A2, A3, des arcs de cercle sous les intersections avec les rayons de même numéro déterminent les hauteurs de la courbe cherchée. Il est facile de voir que les diamètres de cette courbe qui passe par la centre A de l'arbre tournant, sont tous égaux à la distance QP de la pointe au point de rebroussement de l'écentrique. La figure ci-contre montre le système d'un piston qui soulève une courbe a-bc conduite par un arbre tournant A, et qui retombe par son propre poids dès que la courbe l'abandonne. A l'instant où la came a-bc suit le mouvement AB, elle l'abo-dit avec une vitesse acquise et produit un choc violent qui consommant beaucoup de travail; mais ce choc paraît être inévitable, puis que le piston doit être abandonné à lui-même pour effectuer son travail. De plus l'action de la came contre le montant est telle que le montant du piston se déplace



Vous garderions aussi le même silence à l'égard à l'égard de la combinaison d'une roue dentée qui roule dans une autre roue dentée intérieure et d'un rayon double de celui de la première, si la plus petite des deux ne jouissait de cette singulière propriété qu'un point quelconque de sa circonférence, va décrit constamment soit en montant soit en descendant un même diamètre de la grande roue. Voici en quoi consiste cette combinaison. A est un arbre placé à une certaine distance en avant et vis-à-vis du centre de la grande roue (C) fixée invariablement sur deux supports pp. M est une manivelle qui tourne autour de l'arbre A, et dont le bouton B se prolonge suivant une axe parallèle à l'arbre A. La petite roue (D) dont le rayon est moitié de celui de la roue fixe A, non seulement peut rouler autour de l'axe B, mais encore s'engrèner dans toutes les dents intérieures de la roue (C), en suivant le mouvement de la manivelle. E représente une tige de fer rendant solidaire le prolongement de l'axe B avec un bouton F qui fait saillie en arrière de la petite roue (D) pour supporter une balle FG. Or, je dirai maintenant que la balle FG au point de suspension F, restera toujours sur le diamètre AF, et que par conséquent l'amplitude d'une montée ou d'une descente de cette balle sera égale au diamètre de la grande roue (C). En effet, pour que le point F reste toujours sur le diamètre IK, on a $FAO = IAO$. D'ailleurs l'angle $IAO = \frac{\text{arc } OI}{AI}$ et $FAO = \frac{\frac{1}{2} \text{ arc } FO}{BO} = \frac{\frac{1}{2} \text{ arc } FO}{\frac{1}{2} AI} = \frac{\text{arc } FO}{AI}$. D'où $\text{arc } FO = \text{arc } OI$, et cette dernière condition est remplie, puisque le petit cercle en roulant sur le grand, y dé-veloppe un arc OI égal à l'arc OF. Toutefois, comme nous l'avons déjà dit, ce système a le grave inconvénient que les fortes pressions éprouvées par les dents sont capables d'en amener la rupture.



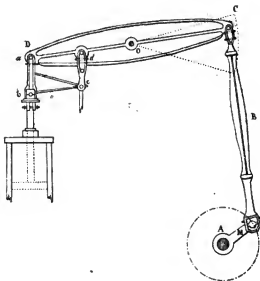
Transformation du mouvement circulaire continu en mouvement circulaire alternatif.



29. Le premier moyen que nous indiquons pour transformer le mouvement circulaire continu en mouvement circulaire alternatif, a beaucoup d'analogie avec celui qui a pour objet le mouvement des pilons. C'est encore une roue armée de cames qui présente les unes après les autres sur l'extrémité d'un levier mobile autour d'un point fixe de telle sorte qu'après avoir touché dans un sens pendant qu'une came agit sur son extrémité, il reprend un mouvement en sens contraire dans l'intervalle qui s'écoule depuis l'instant où cette came le quitte, jusqu'à l'instant où la suivante le reprend. Ordinairement le levier dont nous venons de parler a son manche auquel un marteau est adhérent. C'est alors la queue du marteau qui est poussée par la came de haut en bas contre une pièce inférieure mite renvoi, et dans ce cas le point d'application T de la came, et la tête M du marteau sont situés de part et d'autre de l'axe de rotation A du système. C'est alors la came qui soulevé le marteau immédiatement par la tête, et c'est le cas du marteau



frontal. L'auto-empu le maintenant est placé entre la tête et son axe de rotation. On peut alors pour éviter le choc, avoir recours à un procédé semblable à celui qui en a indiqué pour la pelote. C'est de mener par l'axe A une droite AC presque tangentielle à une ligne prise, à l'arbre tournant, et de tracer une came qui soit tangente dans le même point à l'arbre et à la droite parallèle à AC. Ce système a été mis en usage sous les noms de M. Cokerill à Liège.

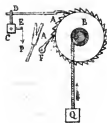


Detournez les typhloïdes... affectés à la transformation du mouvement circulaire continu en circulaire alternatif, le plus parfait est sans contredit celui d'une manivelle M tournant autour de l'arbre A et transmettant, par l'intermédiaire d'une bielle B, un mouvement circulaire alternatif à un balancier CD mobile autour d'un axe O. Le balancier employé dans la machinerie à vapeur est une pièce en fonte mince de deux pouces d'épaisseur, renforcée par des côtes. Son objet est de transmettre un mouvement sensiblement rectiligne de va-et-vient à la tige du piston P. On verra bientôt comment le dispositif du parallélogramme *abcd* rompt ce

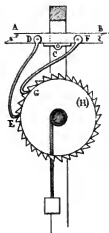
deuxième but. L'appareil de la bielle, de la manivelle et du balancier, n'est que une imitation de la pédale des remorqueurs ou du tour à bras. — Witt pour cette même transformation avait d'abord imaginé la manivelle au mouvement planétaire; quoiqu'un ce moyen ait été totalement abandonné à cause de son peu de solidité et des frottements énormes qui s'y produisent, nous allons en faire une description succincte: AB est un balancier susceptible d'un mouvement circulaire alternatif autour de l'axe C, et d'une tige qui tourne librement sur son axe en C, et dont l'extrémité est terminée en pointe D et se frotte au moyen de trois boules au centre d'une roue dentée E qui engraine dans une autre F de même rayon que la première et encastrée à l'axe



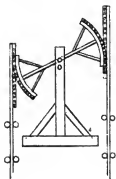
Involutant N . Sur les deux faces opposées au plan du dessin des deux roues est une tige ef qui force la roue E à rester à la même distance du centre du volant et aux extrémités de laquelle les deux roues peuvent tourner respectivement. Le mouvement circulaire continu du volant fait monter et descendre la roue E autour de la roue F , et par suite la bielle qui transmet ainsi un mouvement circulaire alternatif au balancier AB . De ce que les deux roues E et F sont de même rayon, il est facile de conclure qu'une oscillation complète du balancier correspondante à deux révolutions du volant. Enfin une oscillation complète du balancier a lieu, lorsque le centre de la roue E a fait une révolution entière autour du centre f du volant, c'est-à-dire lorsque la vitesse angulaire avec laquelle le premier centre se meut autour de f , R , le rayon de chacune des roues dentées, $2R$, sera le chemin parcouru dans une seconde par le centre de la roue E . Puisque cette roue est fixée invariablement à la bielle, tous les chemins parcourus simultanément par tous les points de cette roue seront égaux à celui que parcourt son centre. Ainsi $\frac{1}{2}R$ sera aussi le chemin parcouru par la roue F à son point de contact avec la roue E . Si je nomme $\frac{1}{2}R'$ la vitesse angulaire de cette dernière, le chemin parcouru dans une seconde par ce même point de contact, c'est-à-dire qu'il appartient à la roue F , sera représenté par $\frac{1}{2}R'$. D'où on tira $\frac{1}{2}R' = 2R$, et par suite $\frac{1}{2}R' = 4R$, ce qui nous apprend que la vitesse angulaire ou le nombre de tours du volant est double de la vitesse angulaire de la bielle ou du nombre de ses oscillations complètes.



Le levier DE à la garniture transforme le mouvement circulaire alternatif en mouvement circulaire continu. Si une fourche A pousse successivement et toujours dans le même sens les deux crochets au feu d'une roue B , celle-ci prendra autour de son axe un mouvement circulaire. Or ce levier, ainsi que l'effort de la fourche A qu'on nomme pied de biche, se produit par le mouvement circulaire alternatif d'un levier courbé DCE autour d'un axe C . Si la puissance P s'élève de haut en bas, le pied de biche fait avancer une dent de la roue B . Lorsqu'au contraire la puissance P fait mouvoir la branche CE du levier de bas en haut, la fourche se désengrène et se porte sur une dent inférieure. Quand ce système est employé à soulever un poids Q , on établit un villet F pour empêcher la roue de prendre un mouvement contraire, pendant la désengrènement du pied de biche. — Quelquefois ce système est composé. Il consiste alors dans un levier AB qui a un mouvement circulaire alternatif autour de son axe C . Deux crochets DE et FG suspendus par des articulations à ce levier, engrènent tour à tour dans les deux dents de la roue H . Ainsi lorsque le



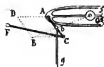
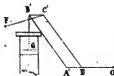
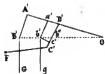
Transformation du mouvement circulaire alternatif en rectiligne alternatif.



point B s'abaisse, le crochet DE s'élève et fait mouvoir la roue, tandis que le crochet FG se désengage pour aller saisir une dent inférieure lorsque par une oscillation contraire, le point B s'élève, c'est au tour du crochet FG de tirer la roue, et à celui du crochet DE de se désengager. On ne peut pas dire à la rigueur que le mouvement de la roue qui prend le nom de roue à minute, soit continu, car l'action est intermittente et se transforme par une suite de choses qui démontrent combien ce système est défectueux lorsqu'il s'agit de lui faire exécuter immédiatement un grand travail. C'est pourquoi quand la roue à minute ne se meut qu'avec lenteur et qu'elle ne transmet pas l'effet utile, dans ce cas son travail est fort petit, ainsi que les pertes qui résultent de cette combinaison. C'est ce qui justifie l'emploi de la roue à minute pour conduire le chariot porte-pièce dans les machines. Mais, un pareil système ne pourrait convenir pour faire mouvoir les roues des vis à pressoir. Les secouilles qui succèdent, fatiguent les hommes préposés à la manœuvre.

30. Le premier exemple que nous offrons sur la transformation du mouvement circulaire alternatif en mouvement rectiligne alternatif, est un balancier à secteur qui en tournant sur son axe O tantôt donne un sens et tantôt dans l'autre, agit pour soulever et baisser des balles ou des tiges de piston au moyen de chaînes fixes à la fois aux secteurs et à ces tiges, comme il a été indiqué § 25. Ce système a été et est encore employé dans les machines à vapeur destinées à épuiser l'eau. Mais on l'a remplacé avec avantage par le système suivant dû au célèbre Watt, mécanicien Anglais, qui le premier a rendu la machine à vapeur susceptible de transmettre le mouvement de rotation continue aux machines industrielles.

La figure ci-jointe représente le balancier AB des machines à vapeur actuelles, dont d'un mouvement circulaire alternatif autour de son centre de rotation O, on lui fait passer de la tige BC animée, par l'action de la vapeur contre le piston G, d'un mouvement rectiligne de va et vient. Si le point d'attache supérieure B de la tige BC était fixé à l'extrémité A du balancier au moyen d'un tourillon ou d'une articulation, comme le point A ne peut que décrire un arc de cercle autour de O, la tige BC ne pourrait rester verticale, et puisque le piston G se meut en ligne droite, la tige BC serait forcée ou brisée, à moins qu'il n'y eût une autre articulation à sa naissance en G du côté du piston. C'est ce qui a lieu dans quelques machines; mais alors l'action contre le piston de la vapeur de BG se décompose et le piston presse plus d'un côté que de l'autre, ce qui occasionne des frottements de vapeur du côté où il presse moins. Watt a fixé l'articulation B de la tige à l'un des sommets du parallélogramme ABCD articulé dont

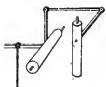
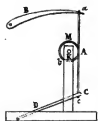


exécutoir de beaucoup la moitié ou les deux tiers de la longueur AO du balancier, c'est-à-dire que AO doit surpasser une fois et demie au moins la longueur de course de la tige. 3°. On fera la longueur des côtés non parallèles au balancier, du parallélogramme, de façon que l'extrémité B' de la tige sur l'horizontale BO du centre du balancier, quand celui-ci occupe la position supérieure, coïncide A'O.

4°. L'horizontale OB' doit partager en deux parties égales l'angle total décrit par le balancier. 5°. Quand à la longueur des côtés A'D et B'C, elle est arbitraire, ou plutôt si on veut, elle dépend de la distance à laquelle on veut placer le centre F, ou de la longueur de la bride. (Comme C'D se rapproche vers le centre O du balancier, moins l'arc décrit par C' sera grand, et plus la bride FC' sera courte.)

Quelquefois quand on veut faire conduire simultanément deux tiges B'G et b'g on forme un parallélogramme a'b'c'd' intérieur qui a deux côtés c'd' et a'd' communs avec le grand, et dont le sommet b' servira de suspension à la seconde tige et sur la droite OB' qui joint au centre O du balancier, le sommet de suspension B' de la première tige. (C'est à cause que les lignes BO et b'O sont en rapport invariable, b' décrira une droite si B' en décrit une; et il n'y aura besoin que de la même bride CF. On pourrait encore attacher une troisième tige au point b' de rencontre de BO avec la côté opposé C'D'. La figure ci-dessous donne une disposition de parallélogramme renversé, dans laquelle A'O est le balancier, et les côtés AB et C'D' sont très longs, parcequ'ici la tige B'C est censée être fort courte et être placée à une hauteur assez grande au-dessus du balancier. On peut encore simplifier la construction du parallélogramme, en supprimant les côtés AD, BD et BD, et en le transformant en un seul côté AC guidé en C par la bride FC. Le point d'attache de la tige bg à mouvoir verticalement, se place en b sur la côté courbé AC à son point de rencontre avec la ligne menée du centre O du balancier au point B qui serait le sommet d'un véritable parallélogramme. La construction pour obtenir le centre F de la bride est extrêmement facile. (C'est b'g' étant la verticale donnée, mener par les positions supérieure et inférieure et horizontale A, A' et A'' de l'extrémité du balancier AO, des droites telles que le point d'attache soit en b', b'' et b' sur la véritable verticale b'g, et prolonger chacune de b'c', b'c'' et b'c' égales au reste bc du côté AC, le point F de rotation de la bride sera le centre du cercle passant par les extrémités C'c' et C.

Il existe d'autres systèmes de balanciers à axes multiples et qui peuvent servir à rendre le mouvement des tiges sensiblement vertical. Quoique ces systèmes n'offrent pas d'avantages particuliers sur les précédents et soient rarement employés, nous en donnons



résolvent la question parfaitement. Il existe cependant un petit nombre de moyens directs d'opérer cette transformation. Le tour à pédale et à ressort est un exemple de transformation du mouvement circulaire alternatif en un autre mouvement circulaire alternatif; car la pédale CD qui le reçoit, le transmet autour K, par la moyen de la corde abc enroulée à plusieurs reprises sur le tour AM et qui s'attache au ressort B par son autre extrémité. Le mouvement rectiligne alternatif se communique par les mouvements connus de sonnettes. C'est une pièce ou levier courbé BOC tournant autour de l'axe O, et dont les deux branches ob et OC transmettent le mouvement alternatif d'un fil de corde ab à la corde cd. Si au lieu d'être situés dans la même place les deux droites ab et cd sont dans des plans différents, il faudrait les réunir par une droite commune ef, et, placer deux mouvements de sonnettes l'un dans le plan de ab et de ef, l'autre dans le plan de ef et de cd; ces deux pièces communiquent entre elles au moyen d'une corde située à l'intersection ef des deux plans. Enfin ce même mouvement est transmis aussi par des valets ou bielles, ainsi que cela a été pratiqué dans l'ancienne machine de Marly. Mais tous ces systèmes demandent lieu à des frottements énormes; leur jeu augmente, les chocs se succèdent et la machine finit par se fatiguer. C'est pour cette raison que les Anglais, ne cherchant pas à transformer directement les mouvements alternatifs; ils préfèrent transformer la première mouvement alternatif en circulaire continu, et obtiendraient dans le nouveau mouvement alternatif qu'on veut produire.

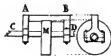
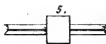
Des modificateurs instantanés du mouvement.

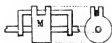
Classification des modificateurs instantanés du mouvement.

Définition.

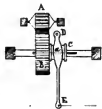
32. On appelle modificateurs instantanés du mouvement toute pièce destinée à changer à volonté, et tout d'un coup le mouvement d'une ou de plusieurs pièces d'une machine. Les modificateurs peuvent se classer en trois espèces distinctes, selon l'objet qu'ils ont à remplir. La première espèce a pour but ou d'interrompre le mouvement ou de le reproduire pendant un temps fini, d'opérer en un mot ce qu'on entend par embrayage ou débrayage des pièces. La deuxième espèce de ces modificateurs doit changer l'état du mouvement de quelques parties pendant un instant fort court, c'est à dire momentanément, et il arrive que c'est la machine elle-même qui remplit la fonction de rendre ou de donner le mouvement, par des mécanismes à détente, des ressorts, des encliquetages, par des roues à rochet, etc. Enfin la troisième espèce sert à modifier, à rendre double ou triple la vitesse d'une machine, sans l'arrêter, pendant qu'elle est en action. Nous allons maintenant successivement les plus importants modificateurs de chacune de ces trois classes, et qui sont consacrés par l'usage ou par leur bonté.

Donnons d'abord quelques définitions indispensables. — On sait qu'un manchon n'est autre chose qu'un cylindre creusé intérieurement et susceptible d'embrasser un arbre sur tout son pourtour, et qu'il diffère d'un tambour en ce que le manchon est plein et que le tambour porte des bras. Cela posé, toute roue ou poulie, tout manchon ou tambour qui est lié d'une manière invariable à un arbre de rotation ou qui fait corps avec lui se nomme fixe. Si une roue ne peut que glisser le long de son arbre, sans même l'être entraînée dans le mouvement de rotation, on la dit libre par glissement. En fin quand une roue ne peut que glisser, et que seulement elle peut tourner sur elle-même sans entraîner l'arbre dans le mouvement de rotation, on la nomme roue ou poulie folle. — Nous ne dirons rien sur les roues fixes, attendu qu'il est facile de les concevoir. — Quant aux roues libres par glissement sur un arbre, nous observerons qu'on leur donne cette qualité de deux manières, soit en les liant invariablement à cet arbre et en laissant à ce dernier la faculté de glisser longitudinalement sur des coussinets, soit encore en ajustant l'ail par lequel elles embrassent l'arbre, avec cet arbre lui-même, de façon qu'avec très peu de jeu, la roue et l'arbre puissent glisser à fortement d'une, l'un sur l'autre et s'entraînent réciproquement par leurs parties saillantes dans le sens de la rotation. Et cet effet, comme toute roue peut être liée invariablement à son manchon, on doit concevoir que l'arbre et l'ail du manchon reçoivent la forme d'un carré (fig. 1) ou d'une figure régulière quelconque (fig. 2) ayant des saillies et des rentrantes. Mais il est très difficile d'ajuster sans beaucoup de jeu deux pièces ainsi conformées; il vaut mieux faire l'arbre et l'ail du manchon circulaires, ce qui s'exécute avec perfection sur le tour, et placer une saillie sur l'arbre (fig. 3) ou dans l'intérieur du manchon (fig. 4) un tamon languette parallélépipédique ou cylindrique qui s'engage dans une rainure plus ou moins longue pratiquée à l'une ou à l'autre de ces deux pièces (fig. 5). Nous ne saurions entrer ici dans les détails sur la construction de ces pièces qui demandent lieu d'ailleurs à une grande explication. Nous proposerons seulement à la place des systèmes précédents inventés pour le glissement des roues sur leurs arbres, et autre procédé plus simple. L'arbre CD et l'ail du manchon étant l'un et l'autre parfaitement circulaires, le manchon M qui conduit la roue ou qui lui est fixé invariablement, serait terminé extérieurement par une surface parfaitement cylindrique qui porterait une rainure ou une saillie continue parallèle à l'axe et destinée à glisser le long d'une pièce de fer solide AB. La longueur AB de cette pièce dépendrait de l'amplitude de la course qu'aurait besoin de prendre la roue sur son arbre, et les extrémités de cette même pièce seraient fixées par des deux bouts avec l'arbre CD auquel elle serait parallèle et hors duquel elle formerait saillie. En général la solidité de ce système

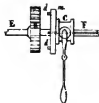




Embrayage des
roues dentées.



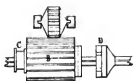
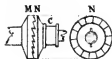
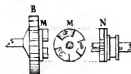
Embrayage au
moyen de plateaux avec
baillies ou contrebaillies.



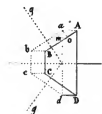
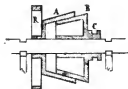
sera d'autant plus assurée, que la distance de AB à l'axe sera plus grande et que la longueur de cette pièce sera plus courte. On peut même se procurer une mortaise sur toute la surface du manchon, ou pourvoir à des oreilles embrassant de part et d'autre la pièce AB et placées deux à deux à chaque extrémité du manchon... Lorsque la roue ou poulie doit être folle, sa disposition est très simple; l'arbre et l'ail de la roue sont circulaires et concentriques dans la partie en contact, et la roue s'appuie de part et d'autre contre des épaulements de l'arbre. Ceci étant entendu, passons à la première espèce de modification, c'est-à-dire à ceux qui doivent servir l'embrayage ou le désembrayage.

33. La figure ci-contre montre le moyen de désembrayer, ou de désengrèner deux roues dentées. A est une roue fixe et B une autre roue qui peut glisser le long de son axe supporté fixe. Cette dernière roue porte un manchon extérieur C avec une gorge dans laquelle s'engage un levier ED qui pousse les épaulements de ce manchon par une partie arrondie a et qui tourne autour d'un point fixe D. L'extrémité E de ce levier est tirée au moyen d'une ficelle A la place de la partie arrondie a du levier, on pourrait substituer une roulette fixée avec le levier. Dans tous les cas il est aisé de voir comment on fait glisser la roue B par la désengrènement de la roue fixe A. Cependant ce système, en tout autre équilibre, ne servirait qu'à rendre le mouvement d'une machine au repos, quand la masse et la vitesse des pièces à mouvoir sont très grandes. Leur inertie à vaincre deviendrait trop considérable, et il se produirait un choc capable de briser les extrémités des dents en prise au moment de l'engrènement. Voilà pourquoi on n'emploie ce mode de rambrayer et de désembrayer que dans le repos de la machine ou que quand elle marche avec lenteur.

34. Afin d'éviter la rupture dans toutes les circonstances où elle pourrait avoir lieu, on a imaginé de rendre la roue B folle et indépendante du manchon. Ce dernier est mobile par glissement sur l'axe, et se rapproche ou s'écarte de la roue B par le moyen d'un levier comme précédemment; et dans que pour cela la roue doit être désengrèner. Mais le manchon s'engage de diverses manières. Tantôt le manchon C est armé d'un plateau qui porte deux ou plusieurs dents destinées à s'engager dans deux trous de la roue dentée B quand on veut que son mouvement devienne commun à l'arbre EF. Si la rupture, si elle avait lieu, ne se manifesterait qu'à l'égard des deux trous dd et aurait moins d'inconvénient



Cônes de friction.

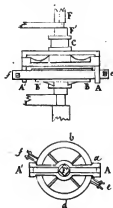


que pour les deux de la roue B. — L'autre la roue B est terminée par un plateau M garni de saillies convergentes vers le centre a, b, c qui s'engagent avec les deux égales à ces saillies, pratiquées dans un plateau N qui fait corps avec le manchon C. Il s'ensuit alors que ce dernier glisse librement le long de l'axe, et que c'est encore par sa réunion avec la roue folle B, que l'arbre participe au mouvement de rotation reçu par l'engrenement permanent de cette dernière avec une autre roue dentée fixe. Quelque fois, le plateau du manchon et de la roue sont découpés en crémaillière, ou terminés vis à vis l'un de l'autre par des plans inclinés qui limitent la surface extérieure cylindrique des plateaux, et des plans verticaux qui convergent vers le centre. Les projections de cette dernière espèce d'embrayage sont dessinées sur la figure ci-contre. Enfin les mêmes systèmes sont encore applicables, si on fixe invariablement le manchon C après la roue B qui devient à la fois mobile par glissement et folle. L'autre plateau D qui n'a proportion pas au manchon, fait corps avec l'arbre fixé entre des soutiens. Ici la roue motrice B doit être fort longue, si on veut encore éviter le débrayage des roues.

35. Au lieu de faire embrayer la roue R et son manchon C par des pièces à saillies et à entailles, on fixe à la première un tambour conique creux A, et au manchon C un pareil tambour qui entre dans l'intérieur de l'autre cône, quand à l'aide du manchon on vient à l'approcher avec force. Si on peut conduire les choses avec une telle adresse, que le mouvement ne soit transmis que peu à peu à celle des deux pièces qui doit recevoir le mouvement de rotation; car on se mettra de faire accorder avec le vent, le frottement des cônes par la pression radiale du manchon. Ce système excellent sous ce rapport, n'est pas bon pour les machines puisqu'autant attendre que l'effort pour embrayer et déembrayer peut être très grand. — Notons E, l'effort qui agit sur le cône ABCD destiné à pénétrer dans l'autre. Ce cône ABCD pressera le cône extérieur en des points a qui seront séparés le long du cercle moyen de la surface selon laquelle les deux cônes se touchent; et ces points seront autour de point d'appui ou seront appliqués des composantes normales parallèles aux lignes g selon lesquelles la force E pourra être décomposée. — Ainsi la pression totale qui résultera entre ces deux cônes, et qui est analogue à celle que le coin exerce sur ses points d'appui dans la machine qu'il est destiné à forcer, peut être représentée par $2PQ$, et par le rayon moyen de la circonférence

de contact. On peut supposer d'ailleurs que le cône ABCD écarte les parois du cône extérieur, de manière à se mouvoir sans frottement à lui-même, et à prendre la position très voisine $a b c d$. Le chemin élémentaire attiré sur la direction de F sera alors AA', et le travail de cet effort, égal à $F \times AA'$. Si on abaisse la perpendiculaire ao sur le côté AB du cône, cette perpendiculaire sera le chemin attiré sur une pression normale partielle q ; $q \times ao$ exprimera le travail de cette pression normale, et il est évident que la somme des travaux de toutes les forces q sera $2\pi r \cdot q \times ao$. Or la pression totale résultant $2\pi r q$ est aussi représentée par Q, en sorte que le travail élémentaire dû à toute la pression sera $Q \times ao$. Quant au frottement le long des génératrices du cône, il sera fQ , et son chemin élémentaire se sera autre chose que AA'. Donc le travail total du frottement aura pour valeur $fQ \times Am$. On aura par conséquent $F \times AA' = Q \times ao + fQ \times Am$. D'où $F = Q \left\{ \frac{ao + f \times Am}{AA'} \right\}$. Or le frottement fQ doit être égal à l'effort P qui agissant à la circonférence de contact, est nécessaire pour entraîner les deux cônes dans le mouvement de rotation. Ainsi $P = fQ$, ou $Q = \frac{P}{f}$. Faisant cette substitution dans la valeur de F, on trouvera $F = \frac{P}{f} \left\{ \frac{ao}{AA'} + \frac{Am}{AA'} \right\}$. Cette valeur nous apprend que l'effort à faire F est d'autant moindre, que le rapport $\frac{ao}{AA'}$ est plus petit et le coefficient f du frottement plus considérable. Si maintenant, on fait abstraction que le premier rapport est relatif à l'inclinaison de la génératrice du cône on doit conclure, que plus l'angle des cônes sera aigu et plus les surfaces en contact seront raboteuses, plus l'effort F du manchon aura d'action pour produire le frottement nécessaire à l'entraînement des deux surfaces.

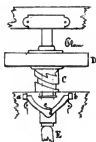
Embrayage au moyen
de la bête de friction.



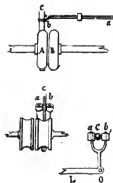
36. Une roue BB' faisant corps avec son arbre tournant DD', porte à la couronne une gorge qui est embrassée par une tige en fer a b c d e composée de deux branches réunies aux extrémités d'un même diamètre par des vis f et e. En serrant plus ou moins les pattes b et d des écrouilles en f et e, on augmente à volonté la pression et par suite le frottement de la bête a b c d e contre la gorge de la roue. C'est un manchon à gorge à glissement, muni de deux tenons b et d, qui, par le rapprochement du manchon, peuvent s'élever en sens contraire ou dans des positions diamétralement opposées contre les saillies accouplées de la bande en e et f. On voit qu'alors le manchon en tournant avec son arbre FF' entraîne la bande de fer a b c d e et que celle-ci entraîne la roue qu'elle enveloppe, avec son arbre. Et la vérité, lors de l'insertion de la prise, la roue résistera d'abord en vertu de son inertie, et le ressort glisiera en frottant autour de la gorge, avec beaucoup de lenteur. Mais

bauté la vitesse augmentera au point que le travail du frottement deviendra assez considérable pour faire marcher la roue avec la bande. — La même figure fait voir qu'avec les moyens qui précèdent, il est possible de suspendre à volonté ou de rétablir le mouvement entre deux arbres placés bout à bout. Enfin si le manchon C et la roue BB' étaient montés sur la même arbre et que cette dernière fut folle, on reconnaît combien il serait aisé de la faire participer au mouvement de l'arbre au moyen des deux tannes A et A'.

Manœuvres des
manchons d'embrayage.



Embrayage des
tambours à courroie ou
poulies à cordes.



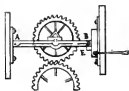
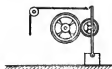
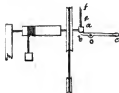
37. Faisons connaître quelques moyens de manœuvrer les manchons d'embrayage. D'jà nous avons parlé § 33 du levier simple avec son mécanisme ou sa roulette; quand un levier simple ne suffit pas, on emploie un système de plusieurs leviers qui augmente la cheminée de la puissance et diminue celui du manchon. Le moyen le plus parfait est le suivant pour faire disengager par les machines elles-mêmes, et il a été inventé à la fonderie de Emment par M. le Chef de bataillon Aubertin votre compatriote. Ce moyen consiste à creuser dans la gorge du manchon C une hélice, pour y laisser tomber une espèce de levier a b d mobile autour de deux supports fixes a et b, et armé d'un fort bouton c qui doit finir par se loger dans la creux de l'hélice. Dès lors le mouvement de rotation force le manchon à glisser le long de la partie carrée de l'arbre jusqu'à ce que le disengager de la roue D qui est folle, et de l'arbre E s'en suive.

38. A est une poulie folle, on libère par tournoisement sur l'axe, et B une autre poulie fixe ou faisant corps avec l'arbre. Si on fait passer la courroie C sur A, le mouvement de l'arbre A est suspendu, parce que cette poulie tourne indépendamment de l'arbre, si au contraire on fait passer la courroie sur la poulie B, le mouvement est rendu à l'arbre. Pour manœuvrer la courroie, on l'embrasse par une fourche a b en fer qui reçoit son mouvement d'une tige ou d'un levier, et qui fait glisser facilement la courroie. Cette manœuvre de la fourche simple ne conviendrait plus aux cordes qu'une tardevrait pour à être usées. On y remédie en armant la fourche de deux rouleaux a et b qui embrassent la corde; les axes de ces rouleaux se réunissent sur une même tige qui reçoit autour de O un mouvement de rotation au moyen du levier OI. Ce dernier mécanisme existe à l'usine des Pucelles à Metz où il sert d'embrayage au tour à moyen de l'Arsonal du Génie; le levier OI se trouve sous la main de l'ouvrier qui intercepte ou rétablit à volonté la transmission du travail lequel est communiqué par le moteur général de toutes les machines.

Enfin on



Embrayage à axes mobiles.

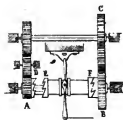


Moyens de changer le sens de la rotation d'un arbre.

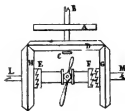
Enfin on désembraye aussi, en détendant les courroies verticales, au moyen du rouleau de tension. Dès que ce dernier abandonne une courroie C, celle-ci quitte la roue inférieure A qui sert de moteur, et celle-ci entraîne la roue B. Si les courroies n'étaient pas verticales, ce système ne servirait rien, parce qu'à lors la courroie s'userait contre le rouleau de tension.

39. On peut encore embrayer ou désembrayer deux roues, en rendant mobile l'axe de l'une d'elles, ou en la rendant susceptible d'un mouvement de translation. Si ces roues se communiquent le mouvement par des courroies, cordes ou chaînes sans fin verticales, il suffit d'élever ou d'abaisser le grèvement l'axe de la roue supérieure, ou plutôt le porte-constitutif de cet axe, au moyen du levier BOC mobile autour du point O, ou bien encore au moyen d'une corde verticale ef. Ce système sert dans les moulins à farine pour mouvoir les tiroirs. On emploie aussi à ces objets deux roues sans dents qui, en se pressant par les courroies se conduisant réciproquement. Lorsqu'on diminue la pression ou qu'on écarte l'une des roues de l'autre, le mouvement cesse d'être communiqué. On fait également usage de ce procédé, pour désengrener deux roues dentées. — AB est un pont ou porte-constitutif de la roue d'embrayage porté sur une cale E fixée à l'extrémité d'un levier EF mobile autour d'un axe qui traverse carrément la cale. En abattant le levier E, on lui donne une position verticale, la cale soutient le pont AB qui porte carrément sur elles. Deux systèmes pareils sont adaptés aux deux ponts qui supportent les constituents de la roue. — Quelqufois aussi on fait marcher l'arbre de la roue parallèlement à lui-même, en faisant glisser les constituents entre des guides solides. Le mouvement se donne aux constituents à l'aide de crémaillères C manœuvrées par des vis. Les crémaillères portent à leurs extrémités des mâchoires M qui embrassent l'arbre extérieurement aux constituents. Ce système est employé à l'usine de la scierie de Vézé pour désengrener la roue de la scierie; les roues des deux vis sont rendues solidaires entre elles. Enfin une clef O qui en passant, se traverse des brides b de chaque constituant, se loge dans la jeu ménagé pour la translation, est destinée à maintenir la roue dans son embrayage.

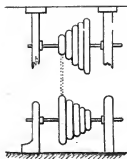
40. Lorsqu'on veut changer à volonté le sens de la rotation d'un axe, il suffit d'un manchon à glissement sur cet axe, susceptible d'embrayer deux à deux par chaque extrémité avec deux



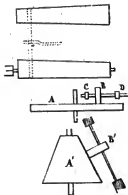
roues folles montées sur ces arbres, et dont chacune a un mouvement de rotation en sens contraire. — C et D sont des roues fixes qui marchent en sens contraires, et qui engagent dans les roues A et B folles sur leur axe, en sorte que chacune de ces dernières tourne dans des directions opposées et dans un sens l'arbre sur lequel elles sont montées. EF est un manchon armé de deux griffes à ses extrémités, et glissant sur l'arbre de deux roues A et B. Si on le pousse contre la roue A, celle-ci fait tourner le manchon et l'arbre avec lui, et c'est contre la roue B, l'arbre prend alors le mouvement de cette roue. Ce système est établi à Clusby près Paris, et sert à faire mouvoir sur un laminoir à plomb, de très fortes lames tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre. Si le mouvement est très lent et permet d'embrayer ou de déembrayer sans arrêter le moteur, parce que la vitesse est fort petite ainsi que le moment d'inertie du laminoir. — Le manchon double sert encore à transmettre très simplement le mouvement de rotation à un axe perpendiculaire à celui de la roue motrice, tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre. A est une roue motrice qui fait tourner l'arbre BC ainsi que la roue conique D fixée invariablement à cet arbre. La roue D engage d'ailleurs dans les deux roues G et H qui sont folles sur l'arbre LM; mais le double manchon EF qui glisse sur ce dernier, en se rapprochant de l'une ou de l'autre roue G et H au moyen des griffes de ses extrémités, communique à l'arbre LM le mouvement propre à chacune d'elles.



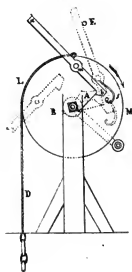
Moyens de changer la vitesse du mouvement.



41. Pour changer la vitesse du mouvement instantanément, on emploie divers appareils dont nous indiquerons les quatre principaux. Le premier appareil consiste dans deux systèmes de poulies ou tambours alternés, en nombre sur deux axes parallèles. Leur disposition est telle que si par exemple, les diamètres supérieurs des rouleaux croissent de gauche à droite, les diamètres inférieurs croissent de droite à gauche, et que les diamètres de deux rouleaux placés dans la même plan vertical forment une somme constante. En un mot les couronnes qui correspondent en face l'une de l'autre, se trouvent à même distance de dehors en dehors. Une courroie sans fin enveloppe deux couronnes correspondantes, et par des moyens qu'on peut voir sur place, elle passe rapidement d'un couple de couronnes à l'autre pendant le mouvement; ce qui modifie la vitesse de l'arbre inférieur; cette vitesse sera plus rapide que celle de l'arbre supérieur ou au contraire, selon que le diamètre d'un rouleau en prise inférieurement sera plus petit ou plus grand



Moyens de changer le mouvement par intervalles.



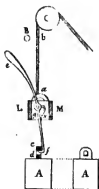
que le diamètre du rouleau correspondant de l'arbre supérieur — Les cônes alternés sont également montés sur des axes parallèles, et sont embrassés par une courroie sans fin, seulement leurs génératrices opposées entièrement sont parallèles. On peut faire varier les vitesses d'une manière instantanée, en faisant marcher la courroie au moyen d'une griffe. A est une grande roue plane fixée à son arbre et B une petite roue tournant avec son axe CD lequel peut glisser dans ses coussinets. En éloignant plus ou moins la roue B du centre de A, la vitesse transmise à la première par simple contact est rendue plus forte ou plus faible à volonté. Enfin le dernier moyen que nous indiquerons, consiste dans une roue B' en contact avec une cône A' dont la génératrice est parallèle à l'axe de la roue. Sous le cercle du cône avec lequel la roue B' se trouve en contact est grand, plus la vitesse de cette roue devient considérable.

42. Nous avons donné les moyens de modifier d'une manière constante et permanente le mouvement des machines; en voici d'autres qui servent à le changer par intervalles.

1°. Roue à détente. Une roue à détente n'est autre chose qu'une roue folle B montée sur un arbre qui reçoit un mouvement de rotation à l'aide d'une manivelle. Ce cet arbre est fixé la pièce A susceptible de s'accrocher à la saillie b d'un levier ab dit détente et mobile autour d'un axe m qui fait corps avec la plate-forme de la roue. Enfin un ressort s maintient l'extrémité b accrochée avec la pièce A. Si donc on imagine l'arbre en mouvement dans le sens LM, la pièce A le suit, et ne venant pas à s'accrocher avec la saillie b; puis elle entraîne le levier ab avec la roue B qui fait alors monter un poids ou un piston par le moyen d'une corde D enroulée autour de sa gorge. Mais aussitôt que dans sa course la détente a rencontré une cheville sollicitée ou arrêtée E, cette détente tourne autour de son axe m, et est bientôt abandonnée par la pièce A ainsi que la roue B. Celle-ci sollicitée par le poids qu'elle a soulevé, prend un mouvement en sens contraire sur l'axe qui continue le sien dans le sens de celui de la manivelle, et le poids redescend. On conçoit comment les choses recommencent par chaque tour de manivelle.

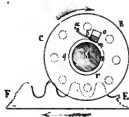
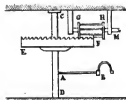
2°. Picéris. Un système analogue est employé dans les sonnettes à riches pour faire échapper du haut de sa course le mouton destiné à battre les pièces. Seulement le mouvement est toujours rectiligne au lieu d'être circulaire. — A est un mouton en fonte suspendu par son anneau c d au crochet C

D'un levier *ef*. Ce levier tourne autour d'un boulon *g* logé dans une chape creusée en fonte *LM*, et il est forcé de saisir l'anneau *cd* par un ressort *x* également fixé dans la chape *LM*. Une corde *ab* enroulée à une poulie soulevée la chape *LM* et passant sous le monton *A* jusqu'à ce qu'il le levier *ef* ait rencontré dans sa course verticale un arrêt *B*. Alors le levier *ef* tourne autour de son boulon *g*, le crochet *C* se désengage de l'anneau *cd* du monton, et ce dernier retombe seul en vertu de son propre poids. Si on abandonne ensuite la chape *LM*, il est évident qu'en retombant sur le monton, elle forcera, malgré l'action du ressort *x*, le crochet *C* du levier *ef* à s'engager de nouveau dans l'anneau *cd* du monton. Ce mécanisme est à peu près celui que M. Rémé a exécuté dans la galerie des modèles de l'École d'application, si ce n'est que dans ce dernier, deux leviers semblables au levier *ef* de l'appareil précédent manœuvrent autour d'un même boulon, et sont pressés respectivement chacun par un ressort.



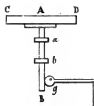
3. Roue à rochet. (C) est une roue folle sur un arbre; B est une autre roue montée sur la partie carrée de ce dernier; et armée de dents crochues dans lesquelles s'engrènent un défilé *ab* fixé à la roue folle (C) et poussé à son talon *d* par un ressort *ec* fixé en *e*. Le jeu de ce défilé est tel que, si vous faites monter de gauche à droite la roue à rochet (B) ainsi que son arbre, leur système tournera indépendamment de la roue (C) qui demeurera au repos parce que les dents de B échapperont au défilé *ab*. Mais si vous contraindez la roue B à avoir un mouvement de droite à gauche, les dents de celle-ci sautent une dentée dans le défilé *ab*, et la roue folle (C) sera forcée de suivre le mouvement de la roue à rochet et de son arbre. La roue à rochet est employée dans les mouvements de pendule. Fixée sur un arbre carré, elle échappe à son défilé dans le sens où il faut la tourner avec une clef pour opérer le bandement du ressort moteur. Mais dès que ce dernier exerce son action, la roue à rochet tourne en sens contraire à celui dans lequel on a monté le pendule et entraîne avec elle la roue folle destinée à transmettre l'action motrice du ressort aux autres pièces. — Ce même moyen peut également servir à suspendre l'action des moteurs dans les grandes machines, sans arrêter le mouvement de ces machines. Je citerai une application à un moulin de Metz mise par un manège. La meule de ce moulin qui fait de 90 à 100 tours par minute, agit en même temps comme un volant, et elle ne saurait s'arrêter instantanément. Par conséquent si le cheval attelé à la barre du manège avait besoin de prendre un repos momentané, de quelques minutes par exemple,





la chose ne saurait avoir lieu, puis qu'en vertu de son inertie la
meule tendrait à persévérer dans son mouvement et continuerait
à pousser la lanterne qui s'engènera dans la roue concentrique au
manège à la barre duquel le cheval est attelé. Voyons donc s'il
serait possible que cette réaction ne s'étende pas au delà de la
lanterne. Nous commencerons d'abord par rappeler que pour
faire mouvoir le manège d'un moulin, un cheval est attelé à
l'extrémité de la barre AB qui fait corps avec un arbre tournant
CD. Une roue dentée EF invariablement fixée à cet arbre verti-
cal, fait tourner une lanterne GH dont l'axe M imprime par
une certaine combinaison de pièces, le mouvement aux meules, de
telle sorte que le mouvement de ces dernières peut être regardé com-
me solidaire avec celui de l'axe M de la lanterne. Cela posé,
voici comment on doit concevoir la disposition cherchée. La lanterne
est fixée sur son arbre M; mais ces deux plateaux, dont un est
représenté par CD, sont traversés par une pièce de bois O suscep-
tible de se soulever de bas en haut dans les deux mortaises qui
la supportent sur les plateaux. L'arbre M porte une frette
pqr armée d'un mentonnet m qui s'applique d'un côté selon
un plan, contre la pièce de bois O, et qui du côté opposé se rac-
corde tangentielllement avec la surface intérieure de la frette.
Enfin la pièce O est pressée fortement contre le mentonnet m par
un ressort ab fixé à chaque plateau de la lanterne. Supposons
maintenant que par l'action du cheval, la roue du manège tourne
de E vers F, il est évident qu'elle entraînera la lanterne de C vers
D, et que la pièce O communiquera le mouvement de cette dernière
au mentonnet m qui l'arc-boute, et par conséquent à la frette
pqr, ou enfin à l'arbre M auquel cette frette est fixée invariable-
ment. Mais si le cheval, par une cause quelconque, vient à cess-
perdre son mouvement momentanément, la roue EF suspend le
sens, et la lanterne CD cesse de tourner. Toutefois l'arbre M en-
traîné par les meules, continue à se mouvoir, le mentonnet m
s'éloigne de la pièce O; puis après une révolution complète de
l'arbre, il se présente à cette pièce O par le côté où il se raccorde
tangentielllement avec la frette, et il la soulève peu à peu et
sans choc dans ses mortaises. Celle-ci retombe très que le men-
tonnet s'en est échappé. Le mentonnet s'éloigne encore dans
le même sens que la première fois, de sorte que la pièce O se
trouve soulevée une fois à chaque révolution, sans que la lan-
terne CD, la roue EF, le moteur participant aux mouvements
de l'arbre M, ou des meules par lesquelles celui-ci est forcé de

se mouvoir encore au moment où le cheval s'est arrêté.



4°. Freins à talon ou à excentrique. Soit α un boulon mobile forcé de s'appuyer par sa partie arrondie contre la couronne ABC d'une roue fixée invariablement avec l'arbre D. Il est évident que, que le mouvement est toujours possible de A vers B. Mais si un accident quelconque faisoit revenir la roue sur elle-même, ou de B vers A, le boulon α tournera et s'arc-bouterait sur la couronne, jusqu'à ce que le mouvement soit empêché. — Considérons encore une pièce verticale AB portant un plateau CD et glissant entre des guides α et β à frottement doux; il est possible de maintenir cette pièce à une hauteur déterminée au moyen de l'excentrique g à talon et à levier qui l'empêchera de descendre. La vis de pression produit à la vérité le même effet, mais ici cet effet se produit plus rapidement.

Les échappements des montres et horloges appartiennent aussi à la classe des modificateurs qui nous occupent; mais ils ont plus particulièrement pour objet de régulariser le mouvement.

Des Modérateurs et régulateurs.

Objet
des modérateurs et des
régulateurs.

43. Le mouvement tend quelquefois à s'accélérer dans les machines, ainsi que cela peut arriver, lorsque le moteur est un contre-poids abandonné à lui-même. La vitesse deviendrait alors tellement rapide, que des accidents graves ne manqueraient pas bientôt de survenir. C'est pour maintenir la vitesse dans des limites convenables, certaines pièces ont été ajoutées pour augmenter les résistances quand les vitesses deviennoient trop grandes ou de modifier ces puissances elles-mêmes dès que une accélération ou un ralentissement dans le mouvement se manifeste. Ces pièces sont précisément ce que nous entendons par modérateurs ou régulateurs.

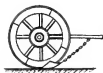
Modérateurs.

44. Nous nous occuperons d'abord des modérateurs ou des moyens d'augmenter les résistances pour s'opposer aux accélérations de vitesse. Ces moyens sont 1°. le volant à ailettes; 2°. le frottement ordinaire; 3°. les freins.

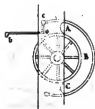
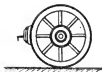
1°. Volant à ailettes. Les tours à broches, les horloges qui reçoivent le mouvement par la descente d'un contre-poids, sont armés, comme on sait, d'un volant à ailettes ou d'un système de bras et de surfaces planes dont l'axe vertical de rotation porte une vis sans fin avec des hélices qui conduisent les dents d'une roue de la machine. Les ailettes, ou le mouvant circulaire dans l'air, éprouvent de sa part, une résistance qui agit à peu près



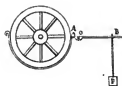
comme le carré de la vitesse (§ 199, 1.^{re} partie) que le contrepoide leur imprime. Si leur surface est calculée (§ 213, 1.^{re} partie) de manière que leur résistance estimée d'après la vitesse permanente à la machine, fasse équilibre à l'action du contrepoide, on voit que l'holaga ou le tourne-broche se mouvra uniformément et que la vitesse restera toujours dans la limite assignée. Cet exemple nous montre une vis sans fin conduite par une roue dentée, et cela paraîtrait contraire à ce qui a été dit au (§ 27); si on ne faisait attention que pour le tourne-broche, les filets de la vis sont très inclinés, et que la friction est d'autant plus facilement vaincue que la pente de ces filets est plus raide; on le voit que dans les machines puissantes, les filets de la vis sont nécessairement plus inclinés.



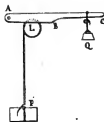
2.^o Frottement ordinaire. Lorsque des voitures passent d'une route horizontale à une route descendante très inclinée, leur poids deviendrait capable de produire une accélération dangereuse dans leur mouvement, et il importe de leur opposer une plus grande résistance. Remarque que la résistance ordinaire des voitures n'est occasionnée que par celle des roues contre le terrain, laquelle est alors un frottement de la deuxième espèce ou un frottement de roulement. On la transformera en un frottement de première espèce ou de glissement, en empêchant les roues de tourner et en les faisant frotter contre le terrain. Mais afin que leurs bandes ne fassent pas trop vite ou aillent aussi vite métallique & lequel concentrique à la roue s'interpose entre elle et le terrain; ce sabot est retenu par une chaîne fixée à l'avant de la voiture. M.^r Molard, Directeur du fonderie des arts et métiers a inventé un procédé plus simple. Il consiste dans un arc de cercle en bois ou en métal placé derrière une des grandes roues, de manière à pouvoir l'approcher de cette roue au moyen d'une vis de pression. Quand cette pression augmente, elle crée une résistance de frottement proportionnelle et bientôt la roue perd à peu de choses près tout son mouvement. Il est évident qu'à l'aide d'un système de cette espèce, on ne peut pas dépasser l'effet de deux sabots. Ce procédé est généralement adopté dans toutes les diligences et la manœuvre peut être faite par le conducteur du haut de l'impériale des voitures, à l'aide d'une combinaison de leviers.



3.^o Le Frein. Les freins ont pour objet d'arrêter subitement ou du moins de se dérober à volonté la marche d'une machine. Un frein est un grand arc de cercle ABC en bois extérieurement garni d'une bande de cuir. Une extrémité de cet arc est fixe, et l'autre articulée à l'extrémité du petit bras OC d'un levier conduit BOC. Quand on fait force sur le grand bras OB de ce levier, le frein se rapproche d'une



grande roue qui participe au mouvement général de la machine. — On peut encore se servir d'un levier BOA dont le plus long bras est chargé d'un poids, et dont le plus court porte l'extrémité d'une courroie qui après avoir enveloppé la couronne de la roue dont on veut arrêter ou modifier le mouvement, est attachée à un point fixe. La roue repose d'ailleurs sur des coussinets à frotter, afin qu'elle ne puisse pas être soulevée par la courroie quand on la bande. Ici la résistance du frottement n'a point de linéarité; non seulement on peut augmenter le poids P, mais encore on peut enrouler à plusieurs reprises la courroie autour de la roue, et on sait (III, 2^e partie) que le frottement croît très rapidement, à mesure que l'arc enveloppé est plus grand. Le moyen est celui qu'on emploie pour collecter et même pour suspendre le mouvement de l'arbre des ailes du moulin à vent.



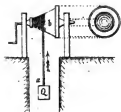
Quoique ces freins aient l'inconvénient d'absorber en pure perte une portion plus ou moins grande du travail de la puissance, leur utilité est cependant incontestable dans beaucoup de circonstances. Nous l'avons déjà reconnu d'après le service qu'ils rendent aux voitures. Il en est de même pour ces roues destinées à lever des pierres, et que des hommes font marcher en agissant sur des chevilles. Si, par une cause quelconque, ces roues venaient à céder à l'action du poids énorme des pierres qu'on soulève, les accidents les plus graves résulteraient et pour les hommes qui font mouvoir la roe, et pour ceux qui travaillent au fond de la carrière. Aussi sur l'arbre de ces roues a-t-on le soin d'établir des freins dont la disposition est indiquée sur la figure ci-contre. L'arbre du treuil, P pierre qu'on élève, ABC frein échancré en arc de cercle pour embrasser une partie du treuil, et mobile autour du boulon A. Q poids suspendu à l'extrémité du frein pour forcer ce dernier à presser contre l'arbre du treuil.

Régulateurs.

44. Les freins ou modérateurs peuvent il est vrai, servir à régulariser le mouvement. Toutefois comme ils ajoutent des résistances partout où on les emploie, on est convenu d'appeler régulateurs tous les dispositifs exemptés de ce dernier inconvénient. Ils dépendent d'ailleurs de la nature soit du moteur soit de l'opérateur; ou des fonctions de la machine. Aussi leur nombre est trop considérable pour que nous les examinons tous les uns après les autres. Nous nous bornerons donc à exposer les principaux.

1^{er} Régulateurs.
— idem — à vapeur.

45. Dans les machines qui servent à élever des fardeaux ou à tirer de l'eau du fond d'un puits; il arrive souvent que le poids à soulever n'est pas constant, parce qu'il est augmenté de celui de la corde ou de la chaîne à laquelle il est suspendu.



Si la puit est profond, on conçoit que ce dernier poids peut être considérable. Comme la mouvement de la puissance qui fait mouvoir la machine doit être constant, et cela afin que les hommes qui la manœuvrent éprouvent le moins de fatigue possible, il faut faire en sorte que le moment de la somme des poids tant du fardreau que de la chaîne pendante qui se raccroche continuellement soit aussi constant. En conséquence on trace tous les cercles concentriques répartis sur la longueur du treuil de manière à ce que cette condition soit satisfaite. Si nous appelons P les efforts exercés sur les manivelles du treuil, R le rayon de ces manivelles; $P \times R$ sera le moment de la puissance qui, comme nous venons de le dire, est constant. Désignons par Q le poids à soulever, par l la longueur de la chaîne pendante à la comprise depuis la hauteur de l'arbre du treuil jusqu'à une position partielle ou libre et quelconque du fardreau, et par p le poids du mètre courant de chaîne. Il est évident que $p \times l$ sera le poids de la partie pendante ab de chaîne; et que $Q + p \times l$ sera la charge totale à soulever à l'instant où le poids Q occupe la position que l'on considère. Si r est le rayon de la section du treuil sur laquelle la chaîne s'enroule à ce même instant, $\{Q + p \times l\} r$ sera le moment de la résistance, et en vertu de l'équilibre du treuil (§ 127, 2^e partie), on aura, abstraction faite du frottement, l'égalité $(Q + p \times l) r = P \times R$. D'où on tire $r = \frac{P \times R}{Q + p \times l}$. Cette expression dans laquelle l , ou l'abaissement du poids Q au-dessous du treuil entre en dénominateur, nous apprend que le rayon du treuil doit être d'autant plus petit que le poids Q est à une plus grande profondeur, ou que la chaîne pendante est plus longue. C'est pourquoi ce rayon est le plus grand possible, quand le fardreau est parvenu à la hauteur de l'axe du treuil. Pour avoir le rayon du treuil r dans cette dernière circonstance, on fera ab ou l égal à zéro; ce qui donne $r = \frac{P \times R}{Q}$. Appelons r' le rayon de la circonférence du treuil autour de laquelle la chaîne pendante s'enroule, quand celle-ci s'est déroulée d'un premier tour ou quand sa longueur est devenue $2\pi \cdot r$, on trouve $r' = \frac{P \times R}{Q + p \times 2\pi \cdot r}$. (R est l'apport, 3,1416 de la circonférence au diamètre.) Si la chaîne se déroule d'un nouveau tour ou de $2\pi \cdot r'$, la longueur de chaîne pendante deviendra

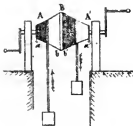
$2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi (r_1 + r_2)$, et si je nomme r le rayon du cercle autour duquel cette chaîne pendante se courbe sur le treuil, on verra facilement pourquoi $r = \frac{P \times R}{Q + p \times 2\pi (r_1 + r_2)}$.

On aurait de même pour le rayon suivant $r_2 = \frac{P \times R}{Q + p \times 2\pi (r_1 + r_2)}$. La loi de vis est ainsi facile à saisir. On voit d'après ce qui précède que l'enroulement de la chaîne, au moment où on la prend comme on a été soulevé, doit commencer sur la partie la plus étroite du treuil. Si nous appelons H la profondeur du puits, le rayon r_2 de cette partie, la plus étroite du treuil sera évidemment égal à $\frac{P \times R}{Q + p \times 2\pi H}$. Quelquefois il arrive, afin

d'éviter la perte du temps, qu'on fait enrouler la chaîne par deux chaînes égales mais en deux sens différents, de telle manière que quand celle qui soulève un second vaupe l'autre du mineur qu'on veut extraire s'enroule, l'autre qui conduit un second vaupe se déroule. Mais il n'y a pas lieu de tenir compte du poids des deux, parce qu'ils sont égaux et se font constamment équilibre. Quant aux longueurs des deux chaînes pendantes, leur somme est constamment égale à la profondeur H du puits. Si donc je nomme l la longueur de chaîne descendante, dont le moment du poids s'ajoute au moment de la résistance, et l' la longueur de chaîne descendante dont le moment du poids s'ajoute au moment de la puissance, on aura l'égalité $P \times R + p \times l \times r = Q \times r + p \times l' \times r$. Puisque la somme $l + l'$ des longueurs simultanées des deux chaînes pendantes est égale à H , on voit que $l' = H - l$. Substituons cette valeur dans l'équation précédente, on trouve

$$P \times R + p \times (H - l) \times r \text{ ou } P \times R + p \times H \times r - p \times l \times r = Q \times r + p \times l \times r.$$

Réduisant dans un même nombre de l'égalité toutes les termes multipliés de r on trouve $(Q - p \times H + 2p \times l) \times r = P \times R$, d'où $r = \frac{P \times R}{Q - p \times H + 2p \times l}$. Dans cette expression générale, r est le rayon des deux cercles auxquels s'enroulent simultanément les chaînes pendantes, ascendantes et descendantes quand leurs longueurs sont l'une l et l'autre $H - l$. Ce rayon diminue à mesure que la quantité l , c'est-à-dire la longueur de la chaîne qui s'enroule au-dessous, est plus grande, on voit que le treuil doit se composer de deux parties égales qui se rejoignent au milieu de sa longueur totale, et qui se soulevent chacune au déroulement de la chaîne à vide, et à l'enroulement de la chaîne chargée d'un fardeau. Si on veut le plus grand rayon on fera $l = 0$ dans

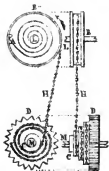


la valeur de r , on trouvera $r = \frac{PR}{Q - pH}$. Si nous voulons obtenir tous les autres à partir de r , en sur chaque partie symétrique de la largeur du treuil, on trouvera comme précédemment

$$r = \frac{P \times R}{Q - pH + 2p \times \pi r} \quad r = \frac{P \times R}{Q - pH + 2p \times \pi (r + r)} \quad r = \frac{P \times R}{Q - pH + 2p \times \pi (r + r)}$$

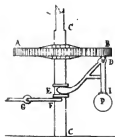


La figure indique l'ailleur suffisamment la position à donner au treuil dans le cas actuel. Il est facile de reconnaître que le point d'attache des deux chaînes doit être sur le plus petit cercle de la partie du treuil où une chaîne s'enroule, et sur le plus grand cercle de l'autre s'enroule. De cette manière en effet, l'une et l'autre des chaînes agissent sur les plus grands rayons égaux des deux parties symétriques du treuil au moment où la deuxième sera arrivée au haut du puits et la première au fond. Mais comme les bras du levier de ce dernier, quand il remontera, doivent aller en croissant ainsi que ceux du moule au sein vide, il sera nécessaire à chaque course de changer les points d'attache respectifs des chaînes, pour qu'ils se trouvent sur la partie renflée du côté où la chaîne descendra, et sur le cercle le plus étroit du côté où la chaîne sera ascendante. Voilà pourquoi chaque moitié du treuil AB et BA sera munie de deux roches de suspension l'une à ses deux extrémités a, b et l'autre à ses extrémités a' et b'. On simplifiera plus simplement le travail de la résistance sur le treuil, au moyen d'une chaîne sans fin enroulée plusieurs fois autour d'un cylindre. Car alors les deux portions de chaînes ascendantes et descendantes sont égales et se font équilibre, ainsi que le poids des deux chaînes, et le rayon du treuil demeure constamment égal au moment de la puissance divisé par le poids absolu du fardeau. Ce système a cependant l'inconvénient d'exiger des chaînes trop longues et d'augmenter ainsi les dépenses, surtout quand on doit l'employer pour des mines très profondes. — Les fusées de moulin ont une disposition analogue aux tambours précédents. Une ressort en spirale est fixé d'une part à l'arbre L et de l'autre à la surface intérieure d'un barillet A qui peut tourner indépendamment de cet arbre. Une chaîne est attachée à la surface extérieure du même barillet s'enroule autour d'une fusée C qui tourne avec l'arbre M et qui est montée sur une roue motrice D à laquelle on a avec une roue à rochet. La fusée C a la forme d'un cône à spirale, et en la faisant tourner qu'on y enroule la chaîne H, elle se communique ce mouvement au barillet, et force le ressort à se bander autour de

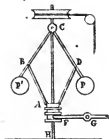


L'arbre L. Ce ressort ensuite, en vertu de son débâtement, fait tourner le barillet B dans le sens de la flèche indiquée sur la Dessin, et transmet son action par l'intermédiaire de la chaîne H à la fusée dont les rayons indiqués sous les bras de levier de cette action, mais comme cette action devient d'autant plus petite que le débâtement est plus grand, ces bras de levier croissent à mesure que cette action diminue, et ils sont tels que si on nomme F l'action variable du ressort et r un bras de levier quelconque, le moment de cette action ou le produit $F \times r$ est toujours une quantité constante. Or F va en suivant une loi que les horlogers trouvent pour chaque espèce de ressort au mesurant les poids capables de résister au débâtement qui a lieu pour chaque longueur de chaîne enroulée autour du barillet D et l'on voit qu'on aura facilement les bras de levier, un premier bras étant pris pour origine. Tous ces moyens sont bons lorsqu'on connaît la loi de la variation de l'effort, et quand cette loi est continue et régulière pendant plusieurs révolutions. Nous passerons sous silence les régulateurs des autres moteurs et opérateurs, régulateurs qui ont pour but d'augmenter ou de diminuer l'action de la puissance ou de la résistance par des dispositifs qui varient avec chaque chose, et nous nous occuperons des régulateurs à forces centrifuges, qui à dire vrai, peut être regardé comme le régulateur universel.

Régulateur
à force centrifuge.

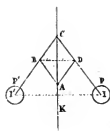


N^o 6. Supposons une barre horizontale AB mise en mouvement par la machine et faisant corps avec son arbre CC. DI est une verge terminée par une boule de fonte pesante P, et qui tourne autour d'une articulation D. Cette verge est liée invariablement avec un levier DE qui s'engage dans le manchon E mobile par glissement sur l'arbre CC. Lorsque AB tourne, la force centrifuge icelle d'autant plus la boule P de sa verticale, que la vitesse de rotation en plus grande, et plus cette même force fait tourner le levier DE qui pousse le manchon E. Celui-ci pousse un autre levier GF mobile autour de l'axe G; de là résulte un mouvement qui peut fermer soit une vanne soit une soupape, ou à bander un frein, afin de diminuer l'action du moteur lors que la vitesse dépasse les limites dont on a besoin. Si au contraire la machine se ralentit, la boule P se rapproche de la verticale, le manchon E s'élève un peu ainsi que le levier FG qui suit le mouvement du manchon; la vanne ou la soupape s'ouvre un peu plus, ou le frein se débâte, et la puissance augmente. C'est là l'idée qu'on peut se faire



du rôle que joue le régulateur PDB à force centrifuge. Ordinairement le régulateur à force centrifuge se compose d'une lozange à charnières ABCD montée sur un arbre vertical CH mis en communication de mouvement avec une pièce de rotation de la machine, la lozange est fixée à cet axe par l'un de ses angles C et on reçoit le mouvement, les verges supérieures CB et CD portent sur leurs prolongements, des boules égales de métal P, P', l'angle inférieur A porte un manchon en cuivre qui embrasse l'axe CH et qui peut glisser le long de cet axe. L'effet de la force centrifuge sur les boules, est encore de doubler ou plus ou moins le manchon qui par la communication d'un levier FG sert à régler la dépense du moteur ou fait varier l'ouverture d'une vanne, d'un robinet, etc.

L'établissement d'un régulateur à force centrifuge dépend de deux conditions essentielles, l'une que le manchon A occupe une position déterminée pendant que la machine décrit un nombre voulu de révolutions dans un certain temps, l'autre que quand la vitesse de la machine a acquis un excès fixé à l'avance sur celle que lui assigne la nature du travail, la force centrifuge des boules soit capable de régler l'ouverture de la vanne ou du robinet de sorte à modifier l'action du moteur.



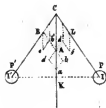
Première condition. Pour plus de simplicité, nous réduisons les diverses parties du lozange à des lignes. Si, quand la machine possède la vitesse convenable, le manchon doit occuper une position fixe A sur l'axe vertical, il résulte que ce manchon ne saurait éprouver aucune action de la part des pièces qui le lient aux vanes ou au robinet, et qu'ainsi dans la circonstance où cette première condition est satisfaite, le pendule régulateur n'est sollicité que par le poids des boules et par leur force centrifuge, corrigés dans la vitesse assignée pour l'axe vertical du régulateur. Il y aura donc équilibre entre le poids des boules et leur force centrifuge, ce qui exige que la résultante du poids P de chaque boule avec l'action verticale et parallèle à l'axe CA et de sa force centrifuge avec l'action horizontale KI du centre de la boule, que cette résultante, dis-je, soit dirigée dans la direction de la ligne CI ou passe par le point fixe C. Donc si CI représente la grandeur de cette résultante, les côtés CK et KI du triangle CKI seront proportionnels, le premier au poids P d'une boule, et le deuxième à sa force centrifuge que je nommerai F. D'où l'on tire $\frac{F}{P} = \frac{KI}{CK}$. On sait d'ailleurs

(§ 60, 2^e partie) que la force centrifuge d'un corps, de même dimension comparative, ne s'en distingue, ni centre, ni lieu d'équilibre, tournée (ce s'est le cas de ce que boule P par rapport à la distance IK qui la sépare de l'axe vertical du régulateur); est égale à la force vive imprimée à ce corps, divisée par la rayonne circulaire que décrit son centre de gravité. Or en appelant φ , la vitesse angulaire du point P autour de l'axe, lorsque la machine possède la vitesse convenable, et en observant que la vitesse de son centre de gravité est alors $\varphi \times KI$, la force vive de ce point P est égale à $\frac{\varphi^2}{g} \times KI^2 \times KI$ (§ 60, 2^e partie). Divisons cette force vive par le rayon KI, le quotient $\frac{\varphi^2}{g} \times KI$ représentera la force centrifuge F de la boule P. Si nous substituons à F cette dernière valeur dans l'égalité $\frac{F}{P} = \frac{KI}{CK}$, on trouvera, après avoir supprimé le facteur commun P aux deux termes de la fraction du premier membre, et le facteur KI commun aux deux termes de l'égalité, cette autre $\frac{\varphi^2}{g} = \frac{1}{CK}$ et par suite $CK = \frac{g}{\varphi^2}$. On voit que la vitesse angulaire φ , ou le chemin parcouru autour de l'axe, de l'unité de distance pendant une seconde équivalent au produit de 2π (π étant le rapport, 3,1416 de la circonférence au diamètre), multiplié par le nombre n de révolutions que le régulateur doit parcourir en une minute, lorsque la machine marche convenablement, et divisé par 60, c'est à dire que $\varphi = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$. C'est dans la valeur de CK, φ , est connu aussi bien que la gravité $g = 9,81$. Donc on aura déterminé CK c'est à dire l'abaîssement des boules au dessous du sommet supérieur C du triangle. Or, ce triangle ayant reçu des côtés une grandeur jugée convenable, et le sommet inférieur A, c'est à dire le manchon, devant avoir une position fixée d'après la constitution du moteur, et d'après ce dont la forme ou le ruban, son ouverture, pour vaincre toutes les résistances nuisibles et utiles de la machine, une avec la vitesse qui correspond à φ , on voit ainsi que l'ouverture des verges de ferre nécessairement déterminée, et par conséquent aussi la position de chaque boule, sous prolongement de ces verges, (cavité leur ouverture est l'angle RCA, la perpendiculaire à l'axe menée par le point K, rencontrera les verges aux points c et d' qui sont les centres des boules). On peut encore assigner une règle plus simple pour la détermination de CK. Prenons la durée d'une révolution du régulateur à l'état du régime qu'on veut maintenir dans la machine, et est évident que 2π est le chemin parcouru pendant ce temps à l'unité de

Distance de l'axe, que $\frac{2\pi}{t}$ est la chemin parcouru à cette même distance, nous prendront l'unité de temps, ce qui nous fait $t = \frac{2\pi}{t}$. Faisant cette substitution dans l'égalité précédente, $CK = \frac{g}{\frac{4\pi^2}{t^2}}$, nous aurons $CK = \frac{g}{\frac{4\pi^2}{t^2}} = \frac{g t^2}{4\pi^2}$ d'où on tire $t^2 = 4\pi^2 \times \frac{CK}{g}$, et pour suite $t = 2\pi \sqrt{\frac{CK}{g}}$.

Maintenant si on se reporte à ce qui a été donné sur la durée des oscillations du pendule simple (§ 76, 2. partie), on trouve que cette durée pour un pendule d'une longueur égale à CK , équivaut à $\pi \sqrt{\frac{CK}{g}}$; ce qui nous apprend que la durée d'une révolution du régulateur est double de celle de l'oscillation du pendule qui aurait pour longueur la distance verticale de 2 boules du régulateur ou somme supérieure de son bras. Si donc on veut trouver cette même distance, il suffira de suspendre une balle de plomb à un fil, et d'allonger ce fil au dessus du point de suspension jusqu'à ce que la durée de ses oscillations soit moitié de la durée d'une révolution complète du régulateur, la longueur du fil qui remplira cette condition sera précisément la distance verticale cherchée.

Seconde condition. Ce qui précède indique seulement que tant que la machine marche avec la vitesse qu'on s'est donnée, les boules demeureront pour rapport au somme supérieure du bras, à la distance verticale trouvée plus haute; qu'elles ne s'écartent ni ne se rapprocheront et qu'en un mot le manchon qui conduit les leviers de manœuvre d'avance, retarde, &c. demeurera dans la même position. Mais si la vitesse venait à se ralentir, ce serait une preuve que la résistance ou l'action de la pesanteur sur la poignée, et que, cette dernière devant être augmentée, le régulateur aura besoin de faire ouvrir les vannes ou les boudes, pour établir la vitesse moyenne qu'on desire maintenir. Si même la vitesse augmente, il faudrait au contraire diminuer l'action du moteur; c'est à dire fermer plus ou moins les vannes, et il est évident que le manchon va servir à opérer ces divers effets, dans l'intervalle d'une certaine distance que je nommerai p . C'est de cette résistance déterminée à l'avance, et qu'il est facile d'évaluer au moyen de poids capables de faire mouvoir les vannes ou soupapes régulatrices, c'est à cette résistance due je que nous allons confondre la poignée à donner aux boules. Supposons, par exemple, qu'une petite accélération de vitesse soit x admise, les boules ne s'écartant d'ailleurs du manchon, en sorte que la résistance p de ce dernier agira de haut en bas, ou dans la même

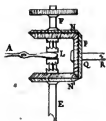
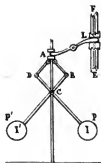


sous que le poids des boules. Cette action ayant lieu précisément sur
 l'axe vertical CA, imaginons qu'elle soit représentée par la grandeur AA',
 Elle se décomposera en deux autres composantes égales AB et Ad qui
 dirigées sur les côtés inférieurs du losange ABCD pourront, à cause de
 la rigidité des verges, être regardées comme appliquées en B et en
 D selon les directions Bb' = Ab et Dd' = Ad. Décomposons de nouveau
 la force Bb' en deux autres l'une Bb' concourant au point fixe C
 et l'autre Bf verticale. La première de ces deux composantes sera
 d'un effet nul puisqu'elle passe par le point fixe C. Quant à la
 deuxième Bf, elle redeviendra égale à AA' ou à p, par suite de l'éga-
 lité des triangles Adc et d'Bf qui ont chacun un côté égal compris
 entre deux angles égaux. On démontrerait par une décomposition
 analogue en B, que la force p s'y produira. Ainsi cette résistance se
 répètera aussi à l'extrémité A et D tout en y conservant la valeur primi-
 tive. L'observe que la force verticale Bf ou p peut se décomposer
 en deux autres forces parallèles appliquées l'une au sommet variable
 C et l'autre au centre S de la boule P, attendu que les trois points
 C, D et S sont situés sur une même verge rigide CS. La première est
 évidemment d'un effet nul pour le mouvement, il ne reste que la
 deuxième dont la valeur (§§ 20 et 21, 2^e partie) l'après la composition
 des forces parallèles équivaut à Bf x $\frac{CD}{CI}$ ou à p x $\frac{CD}{CI}$ et qui s'ajoute
 au poids P de la boule. La même chose aurait lieu à l'égard de la
 boule P'. Dès lors nous retombons dans un cas semblable à celui du
 paragraphe précédent, c'est à dire que chaque boule est sollicitée par
 sa force centrifuge F et par une force verticale P + p x $\frac{CD}{CI}$ au lieu de la
 force verticale P. Ainsi au lieu de la relation d'équilibre précédent
 $\frac{F}{P} = \frac{KI}{CK}$, nous aurons ici cette autre $\frac{F}{P+p \cdot \frac{CD}{CI}} = \frac{KI}{CK}$. Remplaçons
 la force centrifuge F par sa valeur correspondante à la vitesse angulaire
 φ de régime que nous avons trouvée dans le paragraphe précédent
 égale à $\frac{P}{g} \times \varphi^2 \cdot KI$; notre égalité deviendra $\frac{\frac{P}{g} \times \varphi^2 \cdot KI}{P+p \cdot \frac{CD}{CI}} = \frac{KI}{CK}$, ou en sup-
 primant le facteur KI, et en multipliant les deux termes de l'égalité
 par CK x $\left(P+p \cdot \frac{CD}{CI}\right)$, nous aurons en définitive $\frac{P}{g} \cdot \varphi^2 \cdot CK = P+p \cdot \frac{CD}{CI}$.
 Dans cette relation, CK est connue d'après la première condition, p ou
 la résistance du manœuvre est également donnée, et il en est de même
 de CD et de CI. Donc cette relation démontrera le poids P de chaque
 boule métallique. Mais il est impossible que la règle tourne indéin-
 timent, et, car il y a nécessairement un intervalle pendant
 lequel la vitesse augmente avant que les tiges se bougent. —

Demonstrons cette limite de vitesse, et supposons que son succès sur la vitesse moyenne v , soit de $\frac{1}{10}$ de cette dernière, en sorte que la vitesse sera $v \left\{ 1 + \frac{1}{10} \right\}$ ou $\frac{11}{10} v$, au moment où la vaine s'embrase. Si, avant l'instant où cette vitesse est acquise, le mouvement n'a pas lieu, il est visible que la relation $\frac{P}{g} v^2 \times CK = P + p \frac{CD}{CI}$ ne sera satisfaite qu'autant que v y sera remplacé par $\frac{11}{10} v$, puis que d'après notre hypothèse c'est seulement pour cette dernière vitesse que la résistance p du manchon se manifeste. Nous aurons par conséquent, après avoir divisé par P , $\frac{CK \times v^2 \left(\frac{11}{10} \right)^2}{g} = 1 + \frac{p}{P} \cdot \frac{CD}{CI}$, et par suite $\frac{p}{P} = \frac{CI}{CD} \left\{ \frac{CK \cdot v^2 \left(\frac{11}{10} \right)^2}{g} - 1 \right\}$. Or d'après la première condition, CK est réglé de telle sorte que $CK = \frac{g}{v^2}$ ou que $\frac{CK \cdot v^2}{g} = 1$. Notre nouvelle relation se réduit donc à

$$\frac{p}{P} = \frac{CI}{CD} \left\{ \left(\frac{11}{10} \right)^2 - 1 \right\} = \left\{ \frac{121}{100} - 1 \right\} \frac{CI}{CD} = \frac{21}{100} \frac{CI}{CD}.$$

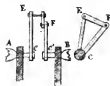
Donc les machines à vapeur où la résistance du manchon ou p est très petite ou ne se pas à donner à P ou au poids de chaque boule manœuvre très faible. On fait CI de moitié en sur plus long que la coté CD c'est-à-dire que $\frac{CI}{CD} = \frac{3}{2}$. On aura donc $\frac{p}{P} = \frac{3}{2} \cdot \frac{21}{100} = \frac{63}{200}$ et par suite $\frac{200}{63} p = 3,17 p$. Si par exemple la résistance p du manchon est de $3^{\text{kil}} \frac{63}{63}$ on aura pour le poids de la boule $P = 3,17 \times 3^{\text{kil}} = 9^{\text{kil}} \frac{51}{63}$. Si nous revenons à la relation $\frac{p}{P} = \frac{21}{100} \frac{CI}{CD}$, on voit que plus le rapport de $\frac{p}{P}$ est grand, plus grand est aussi le rapport de CI à CD . Vient pour-quoi quand la résistance p devient un peu considérable, on change le système pour le disposer de telle sorte que la manchon se trouve au sommet supérieur du lozange, et la point fixe C du régulateur au sommet inférieur. Mais afin que les verges ne puissent fléchir, CI ne dépasse guères 3 à 4 fois CD . Et s'il s'agit d'une vaine qui, pour être levée, exigerait l'effort d'un homme, on conçoit que la force centrifuge deviendrait insuffisante. Cette force est alors employée uniquement à soulever le manchon A , et par suite à faire mouvoir par l'intermédiaire du levier AI un manchon L armé d'une double griffe mobile par glissement sur un arbre EF . Il faut en outre concevoir que l'arbre EF est mis en mouvement par la machine elle-même, et que la transmission du manchon L a pour objet d'embrayer avec lui, l'une ou l'autre des deux roues coniques N et N' folles sur l'axe FE , et qui s'engrènent sur une troisième roue P dont l'arbre QR auquel elle est fixée, est susceptible de soulever ou de fermer la vaine au delà du point assigné pour le travail ordinaire, selon que cet arbre tourne dans un sens ou dans l'autre. Lorsque la vitesse

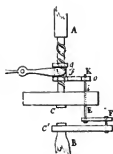


de régime de la machine à feu, le manchon L, prend une position moyenne pour laquelle il n'embraye dans aucune des deux roues N et N'; l'arbre EF tourne sans entrainer ces dernières, et il n'y a aucun mouvement de rotation sur la roue P, ni aucun changement dans l'ouverture de la vanne. Mais si le régime s'accroît, le manchon embraye l'une des roues N qui se met avec l'arbre EF; la roue à angle P fait fermer la vanne, mais en vertu du travail de cet arbre EF, et non en vertu de celui de la force centrifuge des boules. Dans la cas d'un ralentissement, le manchon L embraye dans la roue N' et son engrenement avec la roue P fait tourner celle-ci et par conséquent l'arbre QR dans une direction contraire à celle qui provenait de l'engrenement de la roue N; ainsi la vanne s'ouvrira dans ce deuxième cas au lieu de se fermer. Ce système quoique très ingénieux ne remplit cependant pas tout-à-fait le but, à moins qu'on puisse de la diminution apportée à la résistance, ou de l'augmentation apportée à la puissance, la vitesse ainsi accélérée ne doive durer pendant un espace de temps très long. Sous ce rapport le régulateur serait très propre à régler le travail du moteur. Mais l'accélération provient le plus souvent d'une cause qui ne peut durer longtemps, et le régulateur ne peut opérer, ni fermer la vanne et qu'après que la vitesse s'est accélérée de $\frac{1}{10}$ ou de $\frac{1}{20}$. Il se passe donc un certain temps entre l'instant où la cause de l'accélération a commencé, et l'instant où le régulateur doit la faire cesser. Or c'est pendant l'écoulement du régulateur à force centrifuge et qu'il ne peut augmenter ou diminuer l'action du moteur instantanément, c'est-à-dire au moment même où une cause vient à déranger le régime de la vitesse le plus avantageux de la machine.

Régulateur à ressort en spirale.

47. Parmi les moyens qu'on pourroit employer pour régulariser instantanément l'action des machines, en voici un que nous proposons et qui nous semble assez convenable. Concevez que l'arbre moteur AB qui transmet le mouvement à des mécanismes tels que ceux d'une filature de soie interrompu en C et C'; que le mouvement d'une partie de l'arbre à l'autre soit communiqué à l'aide de deux manivelles dont les boutons E et F sont réunis par une bielle EF articulée et perpendiculaire au bras CE attaché sur la partie AC de l'arbre adjacent à une résistance. Remplacez maintenant ce même bras CE par un tambour cylindrique renfermant un ressort en spirale lié d'une part à l'axe AC et de l'autre à la surface du tambour comme dans le barillet des montres; enfin supposez que le tambour puisse tourner



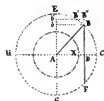


librement autour de son arbre arondi à cet effet. Il est évident que le bandon B, attaché à la base du cylindre du côté de la puissance, sera tiré par la bielle EF, avec un effort égal à celui qui est nécessaire pour vaincre les résistances de l'arbre AC, par suite la resorte spirale sera bandée; le bandon tournera plus ou moins autour de son arbre, et l'angle qu'il aura décrit mesurera l'effort exercé en F, parce qu'en ce point la bielle EF se trouve perpendiculaire au rayon EC. Imaginer à côté du tambour une aiguille ab fixée à l'arbre; elle pourra servir à mesurer la tension du ressort à chaque instant, ou l'effort de la résistance; de là résultera un nouveau dynamomètre qu'on rendra sensible à volonté. Mais il n'est rien d'est plus facile que de communiquer le mouvement du tambour autour de son arbre, à un manchon fg monté sur CA, et dont la surface intérieure est creusée en écrou tandis que la surface de CA est taillée en vis. IX représente une tige saillante fixée au tambour et qui pénètre dans l'œil de la tige saillante fo fixée au manchon. Ainsi, si l'on varie la résistance de la machine augmentera ou diminuera, le manchon fg avancera ou reculera par suite du mouvement relatif du tambour sur son arbre, et il poussera la larve gl destinée à ouvrir ou à fermer une vanne plus ou moins. Connaissant le rapport de la puissance motrice à la résistance ou effort utile qu'on veut produire sur l'opérateur, on pourra régler le mouvement du manchon ou de la vanne de façon qu'il y ait à chaque instant équilibre malgré les changements des résistances de l'opérateur, et cela presque instantanément. Ce système qui est en même temps un dynamomètre nous paraît devoir être utilement appliqué aux machines. Le ressort spirale recevra d'ailleurs une force proportionnelle aux efforts qui doivent être exercés, et sa construction n'offrira aucune difficulté.

Des Manivelles simples.

Manière de varier le travail élémentaire des manivelles simples, dans un premier demi-tour.

48. Toutes les fois qu'il s'agit de transformer un mouvement circulaire continu en rectiligne alternatif, ou même en circulaire alternatif, nous avons vu (§ 28 et 29), que ce qu'il y a de plus avantageux c'est d'employer la manivelle quand les machines sont puissantes, ou l'excentrique (§ 28) quand les efforts ne sont que médiocres. Mais comme le travail élastique produit sur une manivelle varie à chaque instant, sous un effort même constant, il est utile d'étudier la loi de cette variation parce qu'elle veut



conduira au principe de l'établissement des volants. Une manivelle est formée, comme on l'a dit, d'un solide ou bras AB fixé à un arbre tournant AE , et à l'extrémité duquel agit une puissance due à un mouvement alternatif, par l'intermédiaire d'une bielle BF . Ordinairement on s'arrange de façon que la direction de la bielle varie très peu ou ne fasse que des angles fort petits avec la verticale qui passe par le centre de l'arbre, et cela pour qu'après la décomposition de l'effort de la bielle en deux autres, l'un parallèle et l'autre perpendiculaire à cette verticale, ce dernier soit fort petit ou ne produise que peu de frottement. Cette condition est suffisamment remplie, quand la longueur de la bielle est 4 ou 5 fois celle du bras AB . Ainsi nous admettrons que la direction de la bielle et de la force qui la sollicite soit invariable, verticale par exemple, et que cette force soit constante, hypothèse qui facilitera beaucoup la considération du travail. Cela posé, cherchons le travail élémentaire produit par la force F , pendant que le bouton B , c'est-à-dire le point d'application décrit le très-petit arc de cercle BB' . Il est évident d'après le troisième principe du § 1^{er}, que ce travail se mesure par le produit de l'effort multiplié par le petit chemin parcouru, mais estimé sur la direction de cet effort. Si par le point B' on mène l'horizontale $B'B''$ laquelle est perpendiculaire à la direction BF de la force, $B'B''$ sera ce chemin estimé, et par suite le produit $F \times B'B''$ donnera la mesure du travail élémentaire de la bielle. Mais en observant que $B'B''$ est égal à bb' c'est-à-dire à la projection de l'arc BB' sur le diamètre EG , ce même travail sera exprimé par $F \times bb'$. Si maintenant on cherche toutes les quantités de travail élémentaire produites pendant un intervalle fini qui sera compris par exemple entre les points K et B , et qu'on en fasse la somme, celle-ci donnera le travail dépendant de la bielle pendant ce même intervalle. Mais remarquons que dans cette somme l'effort F constant se trouve multiplié par la somme des projections telles que bb' sur le diamètre EG de tous les petits arcs élémentaires BB' , c'est-à-dire par la projection Kb de l'arc total EB parcouru par le bouton. En général le travail de la bielle pour un arc parcouru quelconque a pour valeur le produit de la projection de cet arc sur le diamètre vertical, et de l'effort de la bielle. D'où l'on voit que si cet effort a agi sur le demi-cercle total ECG , le travail pendant cet intervalle équivaut à l'effort F multiplié par le diamètre EG , ou à $2Fr$, r désignant la longueur AB du bras de la manivelle. Voyons maintenant comment varie

le travail élémentaire à chaque instant pour de très petites arcs égale à BB' travail que nous avons représenté tout à l'heure par le produit $F \times BB'$. Or cet effort nous remarquons que, si du point d'application B , on abaisse la perpendiculaire BD au rayon horizontal AC , on aura formé un triangle ABD semblable au petit triangle $BB'B$, d'où résultera la proportion $BB' : BB :: AD : AB$ qui donne $BB' = \frac{BB}{AB} \cdot AD$. Appelant S le petit arc élémentaire BB' , et nous rappelant que r représente le rayon ou le bras AB de la manivelle, on trouvera $BB' = \frac{S}{r} \times AD$. Le travail instantané devient par conséquent $F \times \frac{S}{r} \times AD$. Si nous imaginons la demi-circonférence CCE partagée en une suite de petites arcs égaux à S , et que des points de division, ou même des perpendiculaires au rayon horizontal AC , je dis que la distance AD depuis de chaque perpendiculaire au centre A du cercle décrit, continuera la variation du travail instantané produit sur chaque petit arc décrit BB' , on lui sera proportionnelles. Car dans la valeur de ce travail, F , S et r sont des quantités constantes pour chaque travail instantané, et il n'y a que AD qui soit variable. Dans l'expression $F \times \frac{S}{r} \times AD$. Si le bouton est parvenu en E , la longueur AD est nulle, aussi bien que le travail instantané de la bielle; puis à partir de ce point jusqu'au rayon horizontal AC , cette perpendiculaire AD augmente jusqu'à devenir égale à r . Le travail instantané est alors parvenu à son maximum, et il a pour valeur dans la position C du bouton, le produit $F \times \frac{S}{r} \times r$ ou $F \times S$. Enfin au dessous du point C , la perpendiculaire AD décroît de nouveau, et devient encore nulle au point le plus bas G . Le travail instantané passant par toutes ces variations, on voit combien sont grandes les inégalités qu'il éprouve, puisque de $F \times S$ qu'il se trouve en C , il se réduit à zéro en G et en E . Cherchons maintenant à quelle distance AX il faudrait appliquer l'effort F de la bielle pour qu'agissant tangentielle ment à une roue de ce rayon AX que nous représenterons par X , elle produise dans un demi-tour le même travail que celui de la bielle dans cette même demi-révolution. Nous avons reconnu que ce dernier était égal à $2 \cdot r \cdot F$. Quant au premier, il est évidemment égal à $F \times \pi X$, puisque πX est la mesure de la demi-circonférence dont X est le rayon, et que cette demi-circonférence en réalité divise sur les directions partielles de F en tant que cette force est tangente à cette circonférence. On aura par conséquent $2 \cdot r \cdot F = F \times \pi X$, ou $X = \frac{2r}{\pi} = \frac{2 \cdot r}{3,1416} = 0,637 \cdot r$. Cette longueur X qu'on nomme le bras de levier moyen de la manivelle, se trouve ici être les $\frac{2}{3}$ environ du bras de cette dernière. Si nous nous rappelons que le travail instantané de la bielle est représenté par $F \times \frac{S}{r} \times AD$, et que pour le bras de levier moyen il est égal à $0,637 \cdot S \times F = F \times \frac{S}{r} \times 0,637 \cdot r$, on reconnait sans

premier que le premier est proportionnel au moment variable $AD \cdot F$, et la deuxième au moment moyen et constant $O, 637 \cdot F$. Or si les calculs relatifs à la manivelle sont-ils susceptibles de simplification, par exemple sans erreur sensible, cette manivelle peut être remplacée par une roue d'un rayon égal à $O, 637 \cdot r$, que sollicite la force F tangentielle à sa circonférence. Dès que le plus grand travail instantané de la bielle est proportionnel à $F \cdot r$, son plus petit à O , et le travail moyen instantané à $O, 637 \cdot F \cdot r$, on en conclut que le premier étant 1 , la deuxième sera O , tandis que le travail instantané moyen sera représenté par $O, 637$. Par conséquent les écarts du plus grand travail instantané et du plus petit hors du travail moyen, comparés au plus grand travail pris pour unité, seront représentés l'un par $1 - O, 637$ ou $0,363$ et l'autre par $O, 637$. Autrement dit, le travail moyen diffère des deux extrêmes de $0,363$ et de $O, 637$ du plus grand travail.

Manière dont varie le travail instantané dans le tour.

49. Nous avons encore considéré que ce qui se passe dans un demi-tour de la manivelle, voyons maintenant ce qui a lieu quand elle achève l'autre demi-tour EHG . Or il peut arriver l'une de ces trois choses : 1° la puissance F agit entièrement d'agir, 2° ou elle agit dans une direction contraire à la direction primitive, 3° ou enfin elle continue d'agir dans la même direction.

Dans le premier cas qui est celui des pédales ou des pistons de pompe à simple effet, le travail total de F est $2F \cdot r$, tandis que celui de la même puissance appliquée au bras de levier moyen X pendant un tour entier, sera $2\pi X \cdot F$. On aura $2\pi X \cdot F = 2F \cdot r$ ou $X = \frac{r}{\pi} = 0,318 \cdot r$. Le plus grand travail étant toujours proportionnel à $F \cdot r$ et le plus petit à O , tandis que le travail instantané le sera ici $0,318F$, on voit que les écarts du plus grand et du plus petit sur le travail instantané moyen seront ici représentés par $1 - 0,318$ et $0,318$ ou par $0,682$ et $0,318$. Par conséquent l'écart du plus grand travail sur le travail moyen, écart qui est ici $0,682$, sera plus considérable que dans le cas précédent où il était représenté par $O, 637$.

Dans le deuxième cas, où la puissance F change de direction à chaque demi-tour, et où elle agit toujours pour faire tourner dans le même sens, elle développera dans le tour entier un travail égal à $4\pi F \cdot r$. On aura donc $4\pi F \cdot r = 2\pi X \cdot F$ ou $X = \frac{2r}{\pi} = 0,637 \cdot r$, comme pour le cas où la puissance agit à chaque demi-tour. Les écarts du plus grand travail et du plus petit en dehors du travail moyen sont donc représentés par $0,363$ et $0,637$. Par conséquent le plus grand écart dans le deuxième cas est plus petit que celui du premier cas.

Dans la troisième cas, le travail total fourni par la puissance pour tout un tour entier de la manivelle sera nul, et il en sera de même du travail instantané moyen, en sorte que les écarts du plus grand travail et du plus petit en dehors du travail moyen, seront proportionnels à ce travail aux mêmes ou représentés par 1 et 0 : car l'écart deviendrait dans ce cas les plus grande possible.

Ce dernier cas ne peut être que relatif à l'action de la puissance qui agit toujours dans la même sens, et qui ne produit aucun travail pendant une révolution complète (§ 16). Mais comme cette action se joint toujours à celle d'une autre force qui agit dans la direction de la bielle, comme les précédentes, il convient d'examiner son influence dans les intégrales du travail instantané.

Manière de régler
le poids de l'équipage
de manivelle.

50. Nommons p le poids de la bielle BEF et de son équipement qui agit toujours dans la direction de F. On observera que le poids p s'ajoute à la force F ou s'en retranche selon qu'il agit ou non dans le sens de cette force, de telle sorte que la quantité de travail dans un tour entier n'est nullement altérée par ce poids. Par conséquent son influence est également nulle et sur le bras de levier moyen et sur le travail instantané moyen, et comme le travail élémentaire de la puissance est toujours nul pour la position verticale du bouton de la manivelle en E et G, on voit que l'effet du poids p se réduira à augmenter ou à diminuer le plus grand travail instantané en C et H toujours proportionnel à rF , selon le sens de la gravitation F .

Cela posé, il est aisé de voir que les écarts du plus grand travail instantané d'un axe forces F et p sur le travail moyen, seront dans le cas où F agirait dans les deux demi-tours, et dans celui où elle n'agirait que dans le premier demi-tour en s'ajoutant à p , plus considérables que dans les cas précédents où on faisait $p=0$: dans ces circonstances donc il sera essentiel de mettre l'équipage en équilibre autour de l'axe de rotation. Mais il prouvera au être tout autrement du cas où F agit seulement dans le premier demi-tour et dans une direction contraire à celle du poids p . En effet la plus grande valeur du travail instantané ayant toujours lieu pour la position horizontale du bras de la manivelle, elle sera proportionnelle à $r(F-p)$ pour le premier demi-tour et à rp pour le second. On devra donc prendre la première ou la dernière de ces quantités pour la limite supérieure du travail instantané selon qu'on aura $F-p$ ou $< p$, ou F ou $> 3p$. Le cas le plus avantageux aura lieu évidemment quand la valeur de p sera telle que $r(F-p)$ sera égal à rp , ou que p sera égal à $\frac{1}{2}F$ en sorte

que le plus grand travail instantané, réduit ici à la moitié, sera représenté par $\frac{1}{2} F r$. Mais, comme au premier cas, le travail moyen demeure toujours proportionnel à $0,318 r F$, et le plus petit à zéro. Les écarts du plus grand et du plus petit travail instantané en dehors du travail moyen, deviennent donc $\frac{1}{2} - 0,318$ et $0,318$ c'est-à-dire $0,182$ et $0,318$, et ils sont alors moindres que pour le cas précédent.

Différence d'une
manivelle à simple
effet et d'une manivelle
à double effet.

51. Nous avons dit que la puissance appliquée à la bielle d'une manivelle tantôt agit pendant un seul demi-tour et s'agit plus pendant le demi-tour suivant, et tantôt agit pendant un tour entier en changeant d'un demi-tour à l'autre, le sens de sa propre direction. De là résultant deux distinctions à faire dans la manivelle, selon ces deux circonstances, c'est-à-dire qu'elle peut être ou à simple effet ou à double effet.

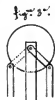
Pour se faire une idée de la manivelle à simple effet, imaginez un moteur tirant de haut en bas sur une corde attachée au bras d'une manivelle; il ne pourra que faire décrire un demi-tour descendant à ce bras, sans l'élever pendant le demi-tour ascendant, et un volant devient nécessaire pour que la manivelle continue à marcher pendant ce demi-tour où l'action du moteur cesse forcément. Mais si au lieu d'une corde, on a une bielle inflexible, alors le moteur peut travailler sur cette bielle aussi bien de bas en haut que de haut en bas, et toute manivelle ainsi disposée pour que le moteur exerce son action dans le sens descendant pendant un premier demi-tour, et dans le sens ascendant pendant le second demi-tour, c'est ce qu'on nomme une manivelle à double effet.

Des Manivelles composées.

Effet des manivelles
doubles et leur disposition
la plus avantageuse.

52. On applique souvent sur un même axe deux manivelles dirigées dans un sens contraire, et situées dans des points différents de l'axe, afin que les bielles qui manœuvrent chacune d'elles ne puissent point se rencontrer. Lors que ces manivelles sont composées dans un même plan, passant par l'axe, leur disposition ne peut servir à régulariser l'action de la puissance, quand elle est constante en grandeur et en direction. Il faut nécessairement pour que cette régularisation ait lieu, que les deux manivelles soient dans des plans différents passant par l'axe et formant un angle quelconque.

Cauteh



Deux manivelles sont montées sur un même arbre, fig. 1; tantôt l'arbre est interrompu par des cordes faisant fonction de manivelles, et il est supporté par trois appuis dans les intervalles d'axe au jeu de chaque bielle, fig. 2; toutes les projections latérales de ces deux systèmes sont représentées en commun par la fig. 3. Soit donc que deux bras de manivelle montés sur un même arbre forment entre eux un angle quelconque, (et dans ce cas le système s'appelle une manivelle double), voyons s'il y a de l'avantage à répartir une seule puissance en deux autres égales et parallèles sur ces deux bras. Si je nomme F chaque puissance partielle appliquée à chaque bielle, et que ces puissances n'agissent que pendant un demi-tour, on reconnaît que l'action est presque aussi irrégulière que si une puissance égale à $2F$ se trouvait appliquée à une manivelle simple d'un bras égal à ceux de la manivelle double. Car la résultante $2F$ des deux premières peut être considérée appliquée au milieu I de la corde BB' qui réunit les deux bouts projetés dans un même plan; et bien que cette résultante agisse sur un bras AI moindre que l'un des bras AB ou AB' , néanmoins les variations du travail auront des écarts par rapport au travail moyen, qui seront entièrement les mêmes que pour la manivelle simple. Donc dans le cas où les deux puissances égales n'agissent que pendant un demi-tour sur une manivelle double, le travail n'est pas plus régulier que celui d'une puissance double de l'une d'elles qui travaillerait sur une manivelle simple. — Mais quand chaque puissance F agit en montant et en descendant ou que chaque bras est à double effet, on peut se demander l'inclinaison des deux bras entre eux, pour que l'irrégularité soit la moindre possible. Soient AB, AB' les deux bras de la manivelle double dans laquelle les puissances agissent également aux deux demi-tours, et BAB' l'angle constant que forment ces deux bras entre eux. Il est aisé de s'assurer que le travail instantané total des puissances F atteindra sa limite supérieure pour les positions verticales et horizontales de la corde BB' , et sa limite inférieure pour les quatre positions symétriques où l'un des bras AB, AB' se confondra avec la verticale. Observons que le travail instantané total pour sa limite supérieure, en appelant θ l'arc élémentaire constant décrit, et r le rayon AB sera exprimé par $2F \times \frac{\theta}{r} \times AI$ et par $2F \times \frac{\theta}{r} \times BI$; que si la première valeur

devient très grande lorsque AI est très grand, la grandeur de BI est alors très petite au lieu que la deuxième valeur de la limite supérieure du travail instantané. Par conséquent, les écarts de ces deux limites en dehors du travail moyen instantané, quelque soit ce dernier, seront réduits la plus possible si $AI = BI$, c'est-à-dire si l'angle BAB' est droit. On a alors $AI = BI = \frac{AB}{\sqrt{2}}$, et les limites supérieures du travail instantané deviennent l'une et l'autre $2F \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{r}{\sqrt{2}}$. Quant aux quatre valeurs des limites inférieures du travail instantané, il est évident qu'elles sont, dans le cas de l'angle droit BAB' égales à $F \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times r$. Pour avoir le travail instantané moyen, il faut remarquer que les puissances dans un tour entier développent un travail égal à $2F \times \pi r$, et que le même travail produit par elles quand elles sont appliquées à la circonférence d'un X est le rayon sera égal à $2F \times \pi X$. On aura donc $X = \frac{2r}{\pi} = 0,6366r$. Le travail moyen instantané sera donc exprimé par $2F \times 0,6366 \cdot S$. Si maintenant nous comparons le plus grand travail instantané au plus petit avec le travail moyen, on trouve que leurs écarts en dehors du dernier pris pour unité, sont environ le $\frac{1}{9}$ et le $\frac{1}{5}$ de ce travail moyen. Les manivelles conduites à angle droit sont donc très avantageuses pour la régularité du mouvement.

Eff. de circonférence
des manivelles triplées.



53. Pour une manivelle triple dont les bras AB, AB', AB'' partageraient dans leur projection sur un plan perpendiculaire à l'axe, la circonférence en trois parties égales et qui seraient sollicitées par trois forces égales F agissant seulement dans le demi-tour ERG , on trouve que le travail instantané total a sa plus grande et sa plus petite valeur quand l'un quelconque des bras est horizontal ou vertical; que le bras de levier moyen donne pour l'équation $GF \cdot F = \pi X F$, a pour expression $\frac{3r}{\pi} = 0,955 \cdot r$, et qu'enfin le travail moyen instantané ne diffère que de $\frac{1}{2}$ du plus grand et de $\frac{1}{10}$ du plus petit, pour toutes les équivalences des manivelles de ces dimensions en équilibre autour de l'axe A . — Enfin si les puissances agissent sur les deux demi-tours de chaque bras, le plus grand travail instantané et le plus petit ont lieu quand l'un des bras est successivement horizontal et vertical. Le bras de levier moyen est donné par la relation $6\pi X \cdot F = 12rF$ ou $X = \frac{2r}{\pi} = 0,6366$. On reconnaît d'ailleurs que le travail instantané moyen est proportionnel à 1,910, que le plus grand travail instantané est proportionnel à 2, et le plus petit à 1,732. Par conséquent, les écarts hors du travail moyen, rapportés à ce dernier pris pour unité sont $\frac{1}{21}$ et $\frac{1}{10}$. Ainsi dans les manivelles

triples à double effet le mouvement est presque aussi irrégulier que si les puissances agissaient tangentiellement à une roue. Mais ces inconvénients sont insurmontables par la difficulté de maintenir un ligne droit les appuis d'un arbre quand il y en a plus de deux (et il en faut quatre au moins pour les manivelles triples en arbre à un seul axe). En tous cas, voici comment, à Mory, on a cherché à éviter ces inconvénients pour une manivelle triple destinée à faire jouer trois soufflets, et dont l'utilité est incontestable non seulement pour que ces soufflets produisent un jeu d'air continu, mais encore pour régulariser la plus possible la résistance, qui dans l'établissement, se trouve vaincue par la puissance uniforme d'une roue hydraulique. L'arbre des manivelles se compose de deux parties *a b* et *c d* dont la première porte deux manivelles et l'autre une troisième, de manière que les projections de ces manivelles sur un même plan perpendiculaire à l'axe partagent la circonférence en trois parties égales. Un autre arbre *A B*, parallèle aux deux parties précédentes reçoit le mouvement du moteur, et le transmet au moyen de deux roues égales *C* et *C'* qui engrènent chacune dans deux autres *e* et *e'* et *D* et *D'* aussi égales entre elles et montées respectivement sur les deux parties *ab* et *cd* de l'arbre de la manivelle triple. Il est évident que les roues *C* et *C'* reçoivent des vitesses égales, et que si, dans le principe les trois bras de manivelle sont à angles égaux, les choses se passeront comme pour une manivelle simple ordinaire.

Chôrie et Etablissement des Volants.

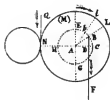
Forme ordinaire des Volants et expression de leur force vive.



54. Il n'est pas toujours possible de régulariser le travail d'un moteur ou d'une résistance par l'emploi des manivelles doubles ou triples, et quand on est réduit à se servir d'une manivelle simple, on voit, au chapitre précédent, que les variations du travail instantané ne laissent pas que d'être assez sensibles. Il n'en est de même dans toutes les circonstances où tantôt le mouvement alternatif a lieu, tantôt la puissance ou la résistance, ou tantôt des deux à la fois agissent par intermittences. Le moyen le plus général de satisfaire à la condition de la régularité du travail, est sans contredit le *Volant*. Il se compose ordinairement d'un anneau en fonte à section rectangulaire, relié à l'axe au moyen de bras de même matière ou de bois qui s'assemblent sur un *noyau* ou *moyeu* commun, monté sur la partie carrée de cet axe. Quelquefois

aussi on se contente de placer à l'extrémité du bras, du matter métallique aux queller ou d'une, quand elles sont isolées, une forme latérale dans la vue de diminuer la résistance de l'air, mais ce dernier moyen doit être préféré à cause du danger qu'il présente. Pour avoir la force vive d'un volant, nous retournerons au § 67 de la 2^e partie, duquel il résulte que si on nomme P le poids du volant, V la vitesse de sa circonférence moyenne ou l'espace qui y est décrit dans une seconde $\frac{P}{g} \times V^2$ est la force vive de ce volant, en le rapportant que V équivaut au produit de la vitesse angulaire ω du rayon moyen.

Volant pour une manivelle à simple effet.



55. Nous commencerons par l'établissement du volant dans la cas le plus fréquent, à guide rampe pour les machines, c'est-à-dire dans celui de la manivelle. Soit le bras AB sollicité de haut en bas par la force F agissant sur une bielle verticale pendant le premier demi-tour EBG, fait tourner l'arbre A ainsi qu'une roue (M) dont la réaction en N en fait mouvoir une autre destinée à vaincre l'effort utile). J'appellerai Q la résistance de haut en bas que cette dernière roue oppose, et qui sera mesurable en poids, sans être cependant pour nous un poids véritable à soulever. Dans ce calcul nous ne tiendrons aucun compte de l'inertie de la roue (M), parce que son diamètre est peu de chose, par rapport à celui du volant. Donc la grande masse est toujours réglée le plus loin possible de l'axe de rotation, afin qu'il puisse acquiescer une grande force vive. Cela posé, considérons le système à un certain état de mouvement et observons que d'après ce qui a été dit au § 48, le travail instantané de la puissance F sur la bielle est variable; que ce travail croît de E en C, décroît de C en G où il devient zéro, et qu'enfin il est nul pendant toute la demi-révolution ascendante GHE. Quant au travail instantané de Q , comme cette résistance est constante et qu'elle demeure tangente à la circonférence de la roue M, il est nécessairement constant. Donc que le travail instantané de la puissance F l'emporte sur celui de Q , la vitesse s'accroît; mais elle ne saurait s'accroître indéfiniment, parce que le travail instantané de la puissance finit par diminuer, et qu'il arrivera un moment où il sera devenu égal à celui de la résistance. A cet instant la vitesse aura acquis sa plus valeur, on sera parvenue à son maximum. Le travail instantané de la puissance décroît encore, deviendra moindre que celui de la résistance, et de cette nouvelle inégalité contraire à la première, résultera un ralentissement tel que la vitesse diminuera de plus en plus. Mais comme le travail de la puissance ne

peut s'éroiter indéfiniment, et qu'il arrive un instant où il cesse de
nouveau, on voit que tout, qu'il demeure inférieur à celui de la résistance;
la rallentissement se continue, mais de moins en moins, jusqu'à l'instant
où le travail instantané de la puissance est devenu égal à celui de la résis-
tance. Et ce moment la vitesse a cessé de s'éroiter; mais elle est parvenue
à son minimum. Par au-delà, le travail de la puissance l'emporte de plus
en plus sur celui de la résistance; la vitesse augmente alors et arrive
enfin de nouveau à son maximum. Si maintenant nous supposons sur
l'arbre A un volant capable d'une grande force vive, et qu'on se reporte
aux deux époques où la vitesse du système est la plus grande et la
plus petite, il est évident que la force vive du volant se sera aussi à ces
mêmes époques, ou diminuée, et on suit que l'accroissement ou la dimi-
nution de la force vive de ce volant devra être égale (puisque on fait
abstraction de l'existence des autres pièces) au double de la différence abso-
lue entre le travail dépensé par la puissance et le travail absorbé
par la résistance pendant l'intervalle des deux époques correspondantes
au maximum et au minimum de vitesse, (10^e principe § 1). Cette rela-
tion s'établit n'offre aucune difficulté, puisque nous savons calculer
les quantités de travail des diverses forces. En omettant maintenant quel
est l'effet du volant, la force vive, avons nous dit est $\frac{P}{g} \times v$ ou $\frac{P}{g} \times R^2 v^2$,
R étant son rayon moyen, et v la vitesse angulaire laquelle est proportion-
nelle au nombre de tours du volant dans un temps déterminé, nous recon-
naîtrons déjà que pour un même nombre de tours, la force vive du volant
est proportionnellement à son poids, et au carré de son rayon, autrement
dit, pour un rayon double, triple, la force vive du volant devient 4 ou 9
fois plus grande. D'où il suit que cette force vive sera considérablement
augmentée, surtout par le rayon. Si nous nous reportons vers les ins-
tants où la machine s'arrête, la force vive qu'absorbe le volant est tou-
jours égale au double du travail de la puissance diminuée de celui de
la résistance, et en supposant que toutes les circonstances de ce travail
soient les mêmes, n'est il pas évident que la vitesse angulaire s'accroî-
tra d'autant moins que le poids et le rayon du volant sont rendus plus
considérables? Il y a donc lieu de régler le poids et les dimensions d'un
volant de telle façon que sa vitesse angulaire ne dépasse pas une cer-
taine limite, ou pour qu'elle varie seulement de $\frac{1}{10}$ en plus ou en moins.
Celle est aussi la marche que nous suivrons dans l'exemple de la mani-
velle à simple effet. Nous admettrons que dans la résistance Q on
ait compris celle du frottement; c'est à dire que ce frottement déterminé

à l'avance par le calcul, sera multiplié par le rapport du rayon du tourillon de la roue (M) au rayon AN, ce que ce produit sera ajouté à la résistance variable de l'autre roue. Cette somme sera pour nous ce que nous entendrons désormais par Q.

La première condition à remplir, c'est qu'au bout de chaque révolution, le travail total de la puissance F soit égal à celui de la résistance Q. (C'est si le premier était plus grand, la vitesse s'accroîtrait de révolution en révolution, et la machine serait mal réglée. Or nous avons vu (§ 48) que le travail de F dans la première demi-révolution ECG est $F \times EG$, ou $F \times \frac{1}{2}r$; et comme la puissance ne travaille point pendant l'autre demi-révolution abondante GHE, il est évident que le produit $F \cdot \frac{1}{2}r$ représente encore le travail de la puissance pendant une révolution complète. D'ailleurs le travail de la résistance Q qui ne cesse d'agir pendant toute la durée d'une révolution tangentiellement à la roue M (voir on représentera le rayon par R, ce travail dira je aura pour valeur $2\pi \cdot R \cdot Q$, (2π étant le rapport 3,1416 de la circonférence au diamètre)); ainsi en vertu de notre première condition énoncée, on aura $F \cdot \frac{1}{2}r = 2\pi \cdot R \cdot Q$, ce qui suit $Q = \frac{F \cdot r}{4\pi R}$ (1). Celle est la valeur de la résistance pour que le mouvement puisse se maintenir.

Cherchons actuellement les dispositions de la manivelle pour lesquelles la vitesse du volant devient la plus grande et la plus petite. Avant effet nous nous rappellerons que le travail instantané de la puissance F en un point quelconque B a été trouvé (§ 48) égal à $F \times \frac{r}{R} \times AD$. Supposons que le bouton de la manivelle soit en E, et que celle-ci tourne de gauche à droite. Il est évident qu'en cette position le travail instantané de la puissance est nul, quoique la résistance agisse toujours; toutefois la manivelle tourne, et si la puissance n'agit pas encore avec prépondérance, son travail instantané augmente: ainsi la vitesse ne cessera de décroître jusqu'à ce que le bouton soit parvenu dans un point B où le travail instantané de la puissance sera devenu égal à celui de la résistance. Mais pendant que le bouton parcourt le petit arc BB que j'ai nommé S, le point d'application de la résistance Q parcourt sur la circonférence de la roue (M) un arc LL semblable à BB et tel qu'on a $LL:BB$ ou $S:r:R$, ou $LL = \frac{R}{r} \times S$. Le point B où les deux travaux instantanés sont égaux, est d'ailleurs celui où la vitesse du volant cesse de décroître, et il sera déterminé par cette relation due à l'égalité des travaux instantanés de la puissance et de la résistance $F \times \frac{r}{R} \times AD = Q \times LL$, ou en remplaçant LL par sa valeur trouvée tout à l'heure, $F \times \frac{r}{R} \times AD = Q \times \frac{S}{r} \times R$. Cette relation se réduit en définitive à $F \times AD = Q \times R$. Mettons à la place de Q la valeur donnée (1), on trouve encore $F \times AD = \frac{F \cdot r}{4\pi R} \cdot R$ ou $AD = \frac{r}{4\pi} = 0,398 r$. ~

Cette est la valeur de AD , c'est-à-dire la distance au centre A , du pied de la perpendiculaire abaissée du point cherché B , sur le rayon horizontal AC . Cette distance est, comme on voit, environ le tiers du rayon de la manivelle, lorsque en suite le bouton quitte le point B , le travail instantané de la puissance l'emporte sur celui de la résistance, et la vitesse s'accroît jusqu'à ce que de nouveau ces deux travaux instantanés soient devenus égaux, alors la vitesse du volant a acquis son maximum. Ce point doit être évidemment au-dessous du rayon horizontal AE , parce que sur ce rayon le travail instantané de la puissance est le plus grand possible, et qu'il a dû décroître pour redevenir égal à celui de la résistance. Du reste la position B'' de la manivelle pour laquelle la vitesse du volant est un maximum, s'obtient par le même calcul que tout à l'heure, et elle est déterminée par la valeur AD encore égale à $0,318r$; ce qui prouve que les points B et B' pour lesquels la vitesse du volant est un minimum et un maximum, sont sur une même corde BB' perpendiculaire au rayon horizontal AC , et donc la distance au centre est $0,318r$. Passé le point B' , le travail instantané de la puissance est plus petit que celui de la résistance; il reste même nul pendant toute la demi-révolution ascendante, de sorte que la vitesse décroit et reprend son premier minimum quand le bouton est parvenu en E . En un mot, l'action de la puissance variant de la même manière à chaque révolution, les vitesses redonnent les mêmes, quand le bouton arrive aux mêmes positions.

Pour calculer le poids du volant, nous considérerons ce qui se passe dans l'intervalle de la position B à la position B' . Désignons par V la vitesse maximum du volant comptée sur son rayon moyen, et qui a lieu quand le volant est en B' ; $\frac{P}{g} \times V^2$ sera la force vive du volant pour cette position de la manivelle; de même $\frac{P}{g} \times v^2$ sera la force vive du volant à l'instant de la position B de la manivelle, v représentant la vitesse minimum de ce volant. Ainsi $\frac{P}{g} V^2 - \frac{P}{g} v^2$ ou $\frac{P}{g} (V^2 - v^2)$ exprimera l'accroissement de force vive qu'aura absorbé le volant pendant l'intervalle des positions B et B' de la manivelle. Le travail de la puissance F pendant ce même intervalle sera $F \times \text{corde } BB'$. D'ailleurs on a $\text{corde } BB' = 2BD$, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{r^2 - (0,318r)^2} = 0,948r$, d'où $BB' = 2 \times 0,948r = 1,896r$. Le produit $F \times \text{corde } BB'$ deviendra donc $1,896r.F$. Si nous voulons avoir le travail de la résistance Q pendant l'intervalle dont il s'agit, on remarquera que ce travail n'est autre chose que le produit de Q multiplié par l'arc que son point d'application décrit pendant que le bouton décrit l'arc BB' ou que ce travail sera égal à $Q \times \text{arc } BB' \times \frac{R}{r}$. Or à l'aide de la table des arcs

à des cordes correspondantes, et sachant que la corde $BB' = 2,896 \text{ r}$, on trouve que l'arc $BB' = 2,4938 \text{ r}$. Par conséquent le travail cherché de la résistance varierait $Q \times 2,4938 \text{ r} \times \frac{F}{r}$ ou $Q \times 2,4938 R$. Remplaçant dans cette expression, Q par la valeur donnée d'après la condition première, et qui est $\frac{F \cdot r}{\pi R}$, on trouve que le travail résistant équivaut à $\frac{F \cdot r}{\pi R} \cdot 2,4938 R$ ou à $F \cdot \frac{2,4938 r}{\pi}$, ou à $F \cdot \frac{2,4938 r}{3,1416}$, ou enfin à $0,7938 \text{ r} \cdot F$. L'accès de travail de la puissance sur celui de la résistance sera évidemment $r \cdot F \{1,896 - 0,7938\}$ c'est-à-dire $1,102 r F$ dont le double $2,204 r F$ équivaut à l'accroissement de la force vive du volant, ou à $\frac{P}{g} (V^2 - v^2)$. On aura donc en définitive cette égalité

$$\frac{P}{g} (V^2 - v^2) = 2,204 \cdot r \cdot F \quad (2)$$

Je nomme V , la vitesse moyenne du volant, c'est-à-dire celle qui correspond au régime voulu pour le système. Si le poids de ce volant doit être tel que sa vitesse ne croisse ni ne décroisse de plus de $\frac{1}{10}$ de la moyenne ou en général de $\frac{1}{n}$, il est évident que les vitesses maximum et minimum du volant seront respectivement l'une par $V + \frac{V}{n}$ et l'autre par $V - \frac{V}{n}$. Ainsi les trois vitesses V , V , et v formeront entre elles une proportion par différence dont la raison sera $\frac{V}{n}$; si d'ailleurs V surpasse de cette quantité $\frac{V}{n}$ la vitesse V , et que celle-ci surpasse la vitesse v de la même quantité, c'est comme si V surpassait v du double $\frac{V}{n}$. On aura donc $V = v + \frac{2V}{n}$, ou $V - v = \frac{2V}{n}$. Mais il est visible que si $V = V + \frac{V}{n}$ et $v = V - \frac{V}{n}$, on a aussi $V + v = 2V$. Donc si on multiplie $V + v$ par $V - v$, et qu'on se rappelle que le produit de la somme de deux quantités par leur différence est égal à la différence de leurs carrés, on en conclut $V^2 - v^2 = \frac{4V}{n}$. Substituant cette dernière expression dans la relation (2) du volant, on trouvera $\frac{P}{g} \cdot \frac{4V}{n} = 2,204 \cdot r \cdot F$, et par suite $PV^2 = 2,204 \cdot \frac{g \cdot n}{4} r F$. On voit ainsi que PV^2 sera connu. Mais on obtient la vitesse moyenne V du volant d'après le nombre de tours qu'il doit faire dans un temps déterminé et d'après le rayon de son anneau. Par conséquent l'équation finale à laquelle nous venons d'arriver, nous donnera le poids P du volant.

On peut parvenir à l'expression du produit PV^2 sous une autre forme, et la définir par le nombre des chevaux de force qui constituent le travail du moteur et par le nombre de tours que doit faire le récepteur dans un temps déterminé; dans une minute par exemple. Si nous appelons un effort m ce dernier nombre, $30 \cdot m \cdot r F$ sera le travail du moteur pendant une minute, et $\frac{30 \cdot m \cdot r F}{60}$ ou $\frac{m \cdot r F}{2}$ ce même travail pendant une seconde. Désignant par N le nombre de chevaux vapeur contenus dans le moteur et capable d'un travail de 75 kilogrammes élevé à 1^m pendant une seconde, on aura $\frac{m \cdot r F}{2} = 75^{\text{kg}} \times N$, ou $r F = \frac{2 \cdot 75 \cdot N}{m} = \frac{150 N}{m}$. Après avoir remplacé $r F$ par cette nouvelle

cette nouvelle valeur, dans l'expression de PV_1^2 , on trouve $PV_1^2 = 3,206 \frac{g^2 \cdot 2250N}{4m}$, et en mettant pour g sa valeur 9,81, on trouve tout calcul fait

$$PV_1^2 = \frac{24324}{m} \cdot n \times N \dots \dots (8)$$

Ainsi que nous l'avons dit, le nombre n est relatif à la bielle à laquelle la puissance est appliquée, et non au volant si ce dernier était comme cela arrive quelquefois, monté sur un arbre différent de l'axe de la puissance. Il n'y a que le nombre n qui soit arbitraire. Et la vérité plus n sera grand, moins sera considérable la variation de la vitesse, et si l'on veut que la vitesse ne varie que très peu, cela pourra être qu'à l'aide de très grandes valeurs données au poids P du volant. Si $n = 1000$, mais la vitesse varie seulement de $\frac{1}{1000}$ en plus ou en moins le poids P sera 10 fois plus considérable, que quand $n = 100$. Or les volants coûtent cher, et une augmentation de leur poids, produit sur leurs appuis des pressions d'où résultent des frottements capables d'absorber à eux seuls plus de la moitié du travail du moteur. Par exemple un volant du poids de 20,000 Kil^m, éprouvera sur son tourillon un frottement de 2000 Kil^m, soit que le rapport f du frottement à la pression est $\frac{1}{10}$. Que ce volant fasse 30 révolutions par minute ou une demi-révolution par seconde, et que son tourillon ait 20 centimètres de diamètre c'est-à-dire 0^m,60 de circonférence, le travail absorbé par le frottement du volant pendant 1^e équivaldra à 2000 Kil^m $\times \frac{0,60}{2}$ ou à 600 Km, c'est-à-dire que cette résistance absorberait à elle seule le travail de huit chevaux à 75 Km chaque par seconde. On ne peut donc arbitrairement choisir le nombre n , et sa détermination dépend de la comparaison qu'il faut faire des avantages et des inconvénients qui y sont inhérents. Or tout cela dépend du but qu'on veut remplir. Si des machines doivent marcher avec beaucoup de régularité, on fera $n = 15$ ou 20, et on réduira ce nombre à 10 quand les machines ne doivent avoir qu'une régularité médiocre. Les Anglais pour les machines à vapeur de mines à faire mouvoir des filatures, élèvent le nombre n à 30, mais il y a exagération.

Volant des manivelles à double effet.

56. Lorsque la manivelle est à double effet, le calcul du volant est analogue, si tant est qu'ici le travail de la puissance dans une révolution s'élève à $4P \cdot F$. Par conséquent, pour que ce travail soit égal à celui de la résistance au bout d'une même révolution, on poserait $4P \cdot F = 2\pi R \cdot Q$. Les positions du bouton de la manivelle où les vitesses maximum et minimum sont également différentes, et sont ici fixées par une autre valeur de $AD = 9,64r$. Calculant enfin la corde qui joint dans une même demi-révolution, la position où une vitesse minimum a lieu à celle qui correspond

$$3^{\circ} P^{\circ} 21.$$

à une vitesse maximum, ainsi que l'on en a l'idée par cette corde, qui sera à même de trouver, comme précédemment la différence du travail de la puissance et du travail de la résistance pendant l'intervalle d'une révolution minimum à une vitesse maximum. Si on égale le double de cette différence à l'accroissement de force vive que le volant a absorbé, si de plus on fait attention que le travail de la puissance pendant une seconde est représenté par $\frac{4\pi^2 m}{60}$, on aura pour le volant de la manivelle à double effet cette relation $PV^2 = \frac{4645}{m} \cdot N \times N \dots (4)$.

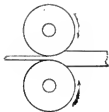
Maintenant si on compare cette expression à celle qui est relative à la manivelle à simple effet, sous s'y trouve semblable à l'exception du facteur numérique qui est cinq fois plus considérable pour la manivelle à simple effet que pour la manivelle à double effet. Donc à vitesse égale la première exige un poids de volant cinq fois plus grand. Cette conclusion démontre tout l'avantage qu'il y a à régulariser autant que possible le mouvement indépendamment de l'emploi du volant. Car le poids de ce volant se réduirait au quart si la puissance était répartie sur les deux d'une manivelle double à simple effet; et il ne serait plus que de $\frac{1}{10}$, si la puissance agissait sur une manivelle triple, &c.

Idée sur le calcul
d'autres volants.

37. L'exemple précédent de la manivelle pour lequel nous avons déterminé les dimensions du volant et qui se rapporte aux machines à vapeur, est d'être applicable dans une infinité de circonstances. C'est à l'homme la résistance s'est supposée constante et continue, et la direction de la puissance varie à chaque instant par rapport au bras de la manivelle. Or il arrive souvent que l'action du moteur demeure constante, et que la résistance qui varie, soit parce que l'outil, comme la scie, est dans un mouvement alternatif, soit parce que la direction de la résistance change continuellement, soit encore parce que la résistance éprouve des intermittences. Les calculs sont alors différents les uns des autres pour la détermination du volant, et c'est à la régularisation du mouvement. Il conviendra toujours d'étudier comment les choses se passent dans une révolution ou plutôt dans une période complète, et de rechercher les deux positions d'équilibre, ou celles pour lesquelles le travail instantané de la puissance et celui de la résistance sont égaux, parce que ces deux positions correspondent à l'instant où la vitesse est devenue un maximum et minimum. Si on entre ou calcule les quantités de travail dépendant pour la puissance et le volant par la résistance pendant l'intervalle de ces positions, et qu'on égale le double de leur différence absolue à l'augmentation ou à la diminution de force vive du volant, cette relation traitée comme on l'a fait, avec la condition que le plus grand et le plus petit soient

ne dépassent pas de certaines limites, conduira à l'estimation convenable de dimensions du volant. Mais comme ces calculs doivent être renouvelés autant de fois qu'il y a des cas particuliers, il est impossible d'assigner une règle générale. Nous allons donner quelques exemples qui serviront de guides dans la marche qu'on doit suivre :

1° Laminage. Un laminoir consiste dans deux cylindres en fonte tournant chacun sur deux tourillons selon un mouvement convergent du côté où une barre de fer rouge est présentée à leur intervalle, et divergent du côté où cette même barre s'en échappe. Le fer se trouve aplati et allongé par l'effet de ces deux cylindres, mais comme il ne peut être d'une longueur indéfinie, et que la barre après avoir subi une première fois entre les deux cylindres, doit être replacée au dessus du cylindre supérieur pour être ramené à l'ouvrier chargé de la passer de nouveau, il arrive que le travail du laminage n'est point continu et qu'il éprouve des interruptions. Le moteur continuant à agir pendant la durée de ces interruptions, la vitesse augmente graduellement et acquiert sa limite supérieure au moment où la barre se trouve présentée, puis elle diminue parce que le travail instantané de la résistance du fer l'emporte sur celui du moteur, et elle se réduit à sa limite inférieure à l'instant où la barre est entièrement sortie du laminoir. La détermination des dimensions du volant est ici fort simple, attendu que la vitesse maximum correspond à l'instant où la barre est présentée, et la vitesse minimum à l'instant où la barre s'est échappée des deux cylindres : si par l'observation ou par le calcul, on pouvait trouver la quantité de travail nécessaire pour faire passer la barre et qu'on en retranchât celle du moteur dépensée pendant la durée de ce passage, la double de cette différence serait égale à la perte de force vive du volant pendant que sa vitesse descend du maximum au minimum. Notons donc δ la différence absolue de ces deux quantités de travail, parmi lesquelles celle de la résistance du fer est ici la plus grande, V et v les vitesses maximum et minimum de la circonférence moyenne du volant, P la poids de ce dernier, on aura la relation $\frac{P}{g}(V^2 - v^2) = 2\delta$. Ce volant doit être monté sur l'axe de l'un des cylindres, et comme chacun de ces derniers doit faire environ moyennement 20 tours par minute, on connaîtra la vitesse moyenne V , du volant. Si d'ailleurs on se donne pour condition que la vitesse maximum et minimum ne diffèrent point la vitesse de régime ou V , de $\frac{V}{n}$ au plus ou au moins, on pourra effectuer le calcul comme pour la manivelle, en faisant $n = 15$ ou 20.



On se donnera en outre pour première condition que le travail du moteur dépensé pendant une période complète ou pendant l'intervalle où une barre est présente deux fois, soit égal au travail de la résistance consommée par la barre, augmenté de celui des frottements.

2° Scierie. Le volant d'une scierie exige des considérations qui ne ressemblent plus à celles du laminoir. On sait que le mouvement vertical de va-et-vient est transmis au châssis de la scie, par l'intermédiaire d'une bielle, au moyen d'une manivelle encastrée à une axe qui reçoit son mouvement de la puissance. Dans ce travail la scie ne mord qu'en descendant, et elle remonte à vide. Ainsi le bouton de la manivelle, dans la demi-révolution ascendante est chargé du poids de la bielle et du châssis; en descendant au contraire, la bielle favorise l'action de la puissance, et est poussée de haut en bas par le poids de la bielle et du châssis, diminué de la résistance de la scie contre la bûche. Cette dernière qui augmente avec l'épaisseur et la nature du bois sera supposée d'une valeur moyenne, ou telle qu'elle conviendrait pour une pièce de bois de chêne sans nœud et d'un pied d'équarrissage. C'est posé, nous examinerons de point en point et pour tout les petits axes élémentaires égaux d'écart par le bouton, comment variant le travail instantané de la puissance et celui de la résistance pendant une révolution complète, les positions où ces travaux deviennent égaux, seront évidemment celles où la vitesse sont des valeurs minimum ou maximum. Si on calcule ensuite la quantité totale de travail dépensée par la puissance et la résistance pendant l'intervalle du minimum au maximum de vitesse, et qu'on égale la double de cette différence absolue à l'accroissement de force vive du volant, on dedrira encore le poids de ce dernier pour que les vitesses demeurent dans une limite assignée.

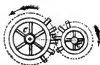
3° Filatures. Il y a certaines machines dont toutes les pièces sont douées de mouvement continu, et dans les quelles il s'opère des variations qui rendent leur action fort irrégulière. Celles sont les filatures dont tous les métiers sont entraînés à la fois par une même motor, et où quelques-uns d'entre eux sont souvent arrêtés momentanément par leurs entretiens respectifs sans qu'on puisse immédiatement modifier le travail du moteur. Il serait alors difficile de régler le mouvement, si on ne voyait par soi-même ce qui se passe dans l'atelier, et si on n'observait moyennement le nombre des métiers dans le mouvement et qu'on suspende ainsi que la durée de cette interruption on suppose, par exemple que le travail de tous les métiers réunis soit de 24 chevaux,



et qu'il s'en réduise à 20, quand on suspend 3 à 4 mètres pendules ou autres moyens de secondes représentés par t . Le travail de la résistance ainsi réduit pendant ce temps équivaut à $20 \times 75 \times t^{\text{m}}$; car n'oublions pas que le cheval représente le travail de 75^{kil}. Il s'en suit un mètre pendant une seconde. Supposons un autre quadruple travail du moteur qui fait marcher l'établissement, soit de 23 chevaux. L'exercice du travail sur celui de la résistance réduite par l'interception des 6 mètres sera de 23-20 ou 3 chevaux; car ce sera répété pendant t secondes, équivaudra à $3 \times 75 \times t$, et produira au bout de ce temps sur le volant une vitesse V plus grande que la vitesse V_1 correspondant au régime ordinaire de la machine. Donc $\frac{P}{g} (V^2 - V_1^2)$ sera l'accroissement de force vive du volant, et il sera égal à $3 \times 3 \times 75 \times t$. On aura donc $\frac{P}{g} (V^2 - V_1^2) = 2.3.75.t = 450t$; imaginons qu'on veuille que la vitesse V n'excède pas V_1 de $\frac{1}{10}$, on posera $V = \frac{11}{10} V_1$, ou $V^2 = 1,21 V_1^2$ d'où $\frac{P}{g} 0,21 V_1^2 = 450t$ ou $P V_1^2 = \frac{981 \times 450 t}{0,21}$. De cette relation rien n'est plus facile que de chercher le poids du volant. On lui en donne $\frac{1}{10}$ il sera bon de prendre pour l'excès de la limite $\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{20}$. Quand on lie d'un moteur quelconque, la filature sera mue par une machine à vapeur, on détermine la valeur de cette dernière, indépendamment de la considération des matières, et en faisant $n = 30$ pour rendre ce volant un peu puissant. C'est en usant la méthode des Anglais. Nous croyons au contraire qu'il vaut mieux d'abord chercher ce premier volant, en faisant $n = 15$, et calculer ensuite un autre volant pour régulariser la machine finissant. Si le poids de ce nouveau volant est plus considérable que celui de la machine à vapeur, c'est une preuve que n doit dépasser 15 et qu'il faut l'augmenter; s'il est moindre, c'est une preuve qu'on doit se borner au premier de la machine à vapeur. La régularisation d'action dans les filatures, et d'autant plus essentielle, que la perfection du travail en dépend. — S'il s'agit d'un moulin mu par une roue hydraulique, il n'y a point à établir de volant, — parce que la roue agit symétriquement sur le grain et qu'elle fait elle-même fonction de cette pièce. Mais si le moulin marche au moyen d'une machine à vapeur, cette-ci n'aura pas besoin d'un volant, à beaucoup près aussi puissant, et en général ce genre de machine doit être régularisé indépendamment de l'outil, sauf à régulariser ce dernier, si son intermittence était trop forte.

Des Engénages.

58. Lorsqu'on se propose de transmettre le mouvement circulaire continu d'une manière uniforme et régulière, nous avons vu (§26) que cette transformation pouvait s'opérer à l'aide de chaînes ou courroies courbées sur des tambours. Mais quand les machines sont puissantes, il vaut mieux —



armes les couronnes de dents qui s'engrènent et conduisent les couronnes de la même manière que celles-ci entraînent une sur l'autre par simple contact primitif. Pour trouver les circonférences de deux roues dentées à relier l'une sur l'autre, nous avons vu qu'il suffisait de connaître le rapport qui existe entre les nombres de leurs révolutions simultanées, ainsi que la position de leurs axes dans l'intervalle peut d'ailleurs être quelconque, et cependant tel que les diamètres des roues considérées soient compris entre deux pieds et six pieds, parce qu'en effet en dehors de ces limites les roues exigent beaucoup de rajustement pour être exécutées. Enfin si les axes sont parallèles, (ce n'est le cas dont nous nous occuperons l'abord) on partage leur intervalle CC' en parties CT et CT' réciproquement proportionnelles aux nombres de révolutions qui s'opèrent en même temps autour de ces axes, et on obtient ainsi les rayons des circonférences primitives. Si maintenant on mène des tangentes égales à ces circonférences sur les axes CC' de manière à se presser l'un et l'autre, et qu'on fasse tourner le premier autour de C , l'autre autour de C' de celui-ci décrira deux ou trois révolutions pendant que l'autre n'en décrira qu'une seule, selon que son rayon sera moitié, le tiers, &c. du rayon du second. Pour remplacer ces tambours par des roues dentées dont les vitesses leur soient proportionnelles, les dents ne sont point placées sur les circonférences primitives, mais sur des couronnes intérieures à ces circonférences et elles s'étendent au dehors de ces dernières. Chaque circonférence primitive est la séparation de ce qu'on nomme le creux et la saillie d'une dent. Le tracé des engrenages est soumis aux conditions suivantes, 1^{re} que les dents d'une même roue soient égales. 2^o que leurs épaisseurs soient les mêmes sur les deux roues. 3^o que leur forme extérieure soit symétrique par rapport à la ligne milieu de chacune d'elles. 4^o qu'elle ne se presente point avant d'arriver à la ligne des centres CC' , ou plutôt qu'elle soit sur cette ligne que les dents commencent à se toucher. 5^o Enfin les courbes par lesquelles les dents se joignent ou se conduisent soient tellement tracées que les roues se conduisent avec des vitesses angulaires qui soient constamment dans un même rapport ou dans celui qui a lieu pour les circonférences primitives, si ces dernières se conduisaient par leur simple contact.

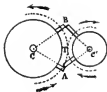
1^{re} Condition. La simplicité de la solution et la facilité de l'exécution matérielle des engrenages exigent que les dents d'une

même roue soient toutes égales et disposées si qu'elles passent autour de la couronne. Mais il n'est pas nécessaire que l'épaisseur s'ôte à due la dimension comptée sur la circonférence primitive, soit la même d'une roue à l'autre. Pour une roue en fer, la dent sera mince à l'entrée que pour une dent en bois : il faudra au contraire plus d'épaisseur aux dents de la roue qui tourne la plus vite, parce qu'elle sera plus exposée à l'usure.

2.^e Condition. On donne par l'engrènement la distance mesurée sur la circonférence primitive de la racine d'une dent à la racine de sa consécutive. Ce pas doit être la même non seulement d'une dent à l'autre, mais encore sur les deux roues. Car puisque l'engrènement est d'autant plus serré d'une roue à l'autre, ces dents se gêneraient et s'engrèment, si les espaces de dents simultanément par les circonférences primitives pendant l'engrènement n'étaient égaux entre eux. Il résulte de cette condition que le nombre des dents des roues doit proportionnellement varier avec le diamètre des circonférences primitives, de sorte que l'une d'elles ayant, par exemple, 15 dents, l'autre en aura 30 si le rayon de celle-ci est double de celui de la première. C'est ordinairement sur ces circonférences primitives d'iter aussi des circonférences de pas plus que la division s'effectue, et nous reviendrons sur la méthode la plus convenable à cet effet. Nous ferons remarquer qu'une dent pendant son engrènement avec une roue se trouve logée entre deux dents de celle-ci, et qu'elle a besoin d'un certain jeu qu'on réduit au $\frac{1}{12}$ de l'épaisseur des dents pour des roues bien faites et à $\frac{1}{6}$ pour des roues plus grossières. L'intervalle vide entre deux dents d'une roue équivalant par conséquent à l'épaisseur des dents de l'autre roue, augmentée d'un cinquième que le pas est égal à la somme des épaisseurs de chaque dent de l'une et l'autre roue plus le jeu.

3.^e Condition. Comme il arrive souvent dans les machines, que les roues ne tournent pas toujours dans la même sens, il faudra que chaque dent soit terminée symétriquement par deux courbes semblables afin qu'elle soit propre à conduire les dents de l'autre, ou à en être conduite indifféremment.

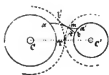
4.^e Condition. Lorsque les dents de deux roues s'approchent de la ligne des centres CC', ces dents vont à l'encontre l'une de l'autre. Lorsqu'au contraire ces dents engrènent s'éloignent de CC', elles tendent à s'écarter. D'après cela, conformément à la 3.^e condition, il faut faire en sorte autant que possible, que les dents ne commencent à se pousser qu'à partir de l'instant où elles sont arrivées à la ligne



des centres CC' . On évitait ainsi l'effet des aspérités et des accrochures, en vertu desquels deux dents viennent à se frotter ou à se heurter en avant de la ligne des centres, en présentant la pointe ou la tête, et se brisent si elle ne suspendent entièrement le mouvement. La forme des dents n'est en général point arbitraire; jamais on ne leur donnera celle d'une courbe concave, ou d'un cercle ou d'un trapèze, non pas parce que les roues ne sauraient encore se transmettre le mouvement uniforme, mais bien à cause des accrochures dangereuses qui résulteraient si deux dents de cette espèce se rencontraient avant la ligne des centres. On voit en effet qu'en A, où la somme commune des distances tend à se rapprocher de CC' , il est impossible que le mouvement se continue sans qu'il y ait rupture, parce que la somme des distances $CA + C'A$ est $> CC'$. On voit de la ligne des centres où l'angle B tend à s'accroître, le mouvement peut s'opérer librement.

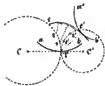
5^e. Condition.

Les dents doivent toujours avoir une forme arquée qui leur permette de se mettre en tangence l'une à l'autre dès qu'elles sont en prise. On tient de plus à cette condition dans la tracée des faces qu'il est possible, que la vitesse d'une roue soit transmise à l'autre dans un rapport constant, afin que les engrainages soient bien déterminés. Mais on y satisfait encore d'une infinité de manières. — L'on suppose si l'on veut la courbe des dents de l'une des roues, de la roue C' , et on trouvera toujours pour l'autre C une courbe analogue qui sera conduite uniformément par la première, ou comme si les deux roues roulaient sur leurs cercles primitifs. En effet, si $\alpha m b$ est la courbe attachée à la couronne de C' et que $\alpha m b$ soit la courbe correspondante sur l'autre roue, cette dernière courbe devra être constamment touchée par la première pendant que les deux cercles C et C' tournent simultanément, ou bien encore, ce qui revient au même pendant que le cercle C demeurant fixe, l'autre C' roule autour de la circonférence primitive du premier, en roulant lui-même sur son propre cercle primitif. Dans ce dernier mouvement la courbe $\alpha m b$ changera de place, et le point de contact avec la courbe $\alpha m b$, de sorte que cette dernière sera précisément l'enveloppe de toutes les positions de la première. Si on fait attention, que dans le roulement du cercle C' autour du cercle C demeurant fixe, tous les points du cercle C' ainsi que ceux de la courbe $\alpha m b$ décrivent de petites arcs éliménitaires autour du point de contact T des deux cercles primitifs, et que les éliménaires de contact des deux courbes de dents se confondent avec l'un de ces arcs, c'est une preuve que les normales communes à l'une et à



L'autre doit, pendant qu'elle se touche, se mouvoir par rapport au contact des deux circonférences primitives.

Méthode générale
pour le tracé d'un courbe
des dents.



59. Lorsque, se donnant la courbe de dents de l'un des cercles, on veut trouver la courbe correspondante de l'autre cercle, la question est susceptible de se résoudre physiquement. Prenez en effet deux cercles de planche, égaux aux circonférences primitives qui sont appliquées tangentiellement l'un à l'autre sur la surface d'un plan. Armez les deux la courbe est donnée d'un patron ou modèle égal à cette courbe, et fixez l'autre cercle invariablement. C'est autour de ce cercle que vous ferez rouler le cercle qui porte le patron, vous roulez l'autre cercle enroulement non susceptible de glissement. 1°. en faisant les deux cercles ayant un jeu autour des axes de ces cercles; 2°. en enveloppant le cercle mobile d'une bande de parchemin dont les extrémités sont fixées sur les circonférences de ces cercles. Quand le mouvement sera donné au cercle mobile, tracez sur le plan ou table avec un crayon toutes les positions du patron, et l'enveloppe de toutes ces positions vous représentera la courbe de la dent du cercle fixe. Mais un pareil système devient d'une exécution trop difficile pour en espérer une exactitude suffisante. Voici un procédé graphique qui s'applique à tous les patrons de dents imaginables de mûre à l'un des cercles. Soit ATB la courbe de patron fixée au cercle (C) et $a't'b'$ la même courbe enroulée entre elle et la première sur la circonférence primitive de C sur un arc de cercle Te égal au pas de l'engrenage. Soit de même Tt' le même pas sur la circonférence primitive (C) ; ici on suppose que les dents des 2 roues se posent ensemble à partir de la ligne des centres. Ainsi on a arc $Tt' =$ arc Te . On divise ces deux arcs en un même nombre de parties égales, en trois par exemple; on aura sur la première les points de division $T, 1^2$ et t' , et sur la 2^e arc Tt' les points de division $T, 1^2$ et t' . Maintenant de T comme centre on décrit un arc de cercle dont le rayon est la plus courte distance de ce point à la courbe $a't'b'$. Cette plus courte distance est donnée par une ouverture de compas telle que l'arc de cercle touche la courbe sans la couper. Cherchez de la même manière la plus courte distance de la division 1^2 sur l'arc Tt' , à la courbe $a't'b'$, et du point 1 correspondant sur l'arc Te , décrivez avec cette plus courte distance un nouvel arc de cercle. De même, du point 2 de cet arc Tt' décrivez un 3^e arc de cercle dont le rayon donné par la plus courte distance de la division (2^2) à la courbe $a't'b'$. Sachant en outre que la courbe de dents cherchée pour le cercle (C) doit passer par le point t' , on n'aura plus qu'à

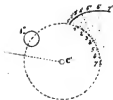


tracer l'enveloppe à tous ces arcs de cercles ainsi obtenus. En pratique, on peut se contenter de diviser les deux pas des cercles primitifs en deux parties égales. De tracer deux arcs de cercles, et de faire passer la courbe par le point t et sa tangentiellement à ces deux arcs. Saut-on agir plus simplement encore? chercher l'intersection i de la première normale Ti avec la courbe ab ; joindre t , et par le milieu n de cette droite, élever une perpendiculaire no qui coupe le cercle primitif (C) en o . Ce point o sera le centre d'un cercle ayant pour rayon $ot = o't$, et l'arc décrit représentera d'une manière suffisamment exacte la courbe de la dent du cercle C qui doit conduire la courbe double du cercle (C). En y réfléchissant, on verra que ce procédé est fondé sur ce que la ligne qui joint le centre d'un cercle au point de contact T des circonférences primitives, est aussi sa normale. L'auteur fait voir, en même temps, une normale commune aux deux dents existant en prise.

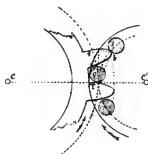
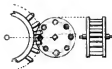
Division des circonférences primitives.

60. La plus grande difficulté consiste à obtenir sur chaque circonférence primitive les points de division sous l'intervalle constant de pas. En se rappelant d'abord que les nombres de ces points sont proportionnels aux rayons des cercles primitifs, on connaîtra d'abord en combien de parties ces circonférences doivent être partagées pour satisfaire aux conditions du mouvement. Si ce nombre est des multiples de 3, de 6, de 3 et de 6, on partagera d'abord les cercles dans le nombre de parties indiqué, par l'un de ces derniers facteurs, et cela à l'aide des procédés que la géométrie enseigne; puis on agira séparément sur chacune de ces grandes divisions de manière à avoir les nombres des dents sur les deux cercles primitifs. En général T étant le rayon de l'un des cercles, $2\pi R$ sera sa circonférence; et si le nombre des dents doit être 17, 31 ou n , l'arc qui mesurera la part de l'engrénage sera représenté par $\frac{2\pi R}{17}$ ou par $\frac{2\pi R}{31}$ ou enfin par $\frac{2\pi R}{n}$. La difficulté n'est pas ici d'avoir l'arc, mais plutôt la corde qui le sous-tend. On y parviendrait en divisant 360 par 17, 31 ou n , et le quotient représenterait le nombre de degrés d'un tel arc, de sorte qu'avec un rapporteur, on pourait marquer sur chaque cercle primitif les points de division. Mais les rapporteurs ne sont jamais assez divisés pour que l'opération se fasse avec précision. Comme dans les angles au centre de ces arcs, on pourrait encore employer une table de cordes. Mais de tous ces moyens, le meilleur est le suivant, quand l'arc est fort petit, ainsi que cela arrive à l'égard du pas des dents. Désignons par α le quotient $\frac{2\pi R}{n}$, la corde qui sous-tend cet arc est égal à $2 \left\{ 1 - \frac{\alpha^2}{24} \frac{R^2}{r^2} \right\}$. Ce calcul fait, donnera le degré d'ouverture de compas pour tracer le pas sur chaque circonférence primitive.

Des courbes génératrices
dans les engrenages.



La roue
à fuscaux cylindriques.



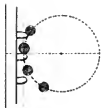
60. Nous appellerons courbe génératrice celle qui dans un engrenage on se donne sur une des deux roues, pour en décrire la courbe courbée à chaque dent de la roue qui doit engrener avec la première. C'est fois le nombre des courbes génératrices employées dans la pratique est fort petit; ces courbes sont : 1^{re} un cercle entier dont le centre est sur la circonférence primitive de la couronne à laquelle il est attaché. 2^e Une droite dirigée au centre de la couronne. 3^e Le développement dont le tracé s'obtient en divisant le cercle dont elle dérive en une infinité de parties égales très petites, en menant des tangentes par chaque point de division égales en longueur à la somme des divisions comprises entre le point de contact et celui d'origine de la courbe, et en faisant passer une courbe par l'extrémité de ces tangentes. Cette courbe est d'ailleurs engendrée par l'extrémité d'un fil tendu qui se déroule le long d'une circonférence. Les formes des dents correspondent à une roue pour les trois espèces de courbes génératrices fixées à celle qui engrenera avec elle, s'écrivent aisément à l'aide du tracé indiqué par la précédente paragraphes.

61. On appelle l'autome une petite roue armée de cylindres ou fuscaux parallèles à l'axe dont la section est un cercle, et dont la base est sur la circonférence primitive de la roue, ces fuscaux s'assemblent par les extrémités sur deux plateaux ou bontours. Pour tracer les dents de l'autome, on dispose la roue (C) de telle sorte que l'un de ses fuscaux touche la ligne des centres au point T de contact. Ce cercle primitif; ce point sera aussi la racine de la dent qui doit saisir le fuscau sur la ligne des centres; et si Tt est le point de la roue (C) sur la circonférence primitive, le point t sera également la racine de la dent qui doit quille au fuscau de la roue lorsque celui qui la saisit sera sur la ligne des centres. Joignons le point T au centre de la roue en avant, la droite Ta sera une normale au cercle de ce fuscau et par conséquent Tb la plus courte distance du point T à ce cercle. Par le point t et le point b nous formerons deux un cercle dont le centre se trouve sur la circonférence (C) en O; on aura aussi la courbe de dent qui doit conduire un fuscau; le point b sera en outre la saillie de cette dent, par ce que si elle étoit plus courte, la dent quitterait le fuscau qu'elle a engendré, avant que le fuscau conduise un fil par un dans la ligne des centres où il doit être en prise. Clignons l'axe de la roue au point C

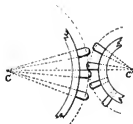
comme centre et d'un rayon égal à CB limitera extérieurement les dents de la roue C . Il est entendu que le pas de l'engrènement a la règle s'opère la même des fuseaux, l'épaisseur des dents et la jeu qu'on juge convenable. Cette épaisseur étant d'ailleurs mesurée sur la circonférence primitive, rien n'est plus facile que de déterminer la dent par une courbe égale et symétrique à celle qu'on vient de trouver. Les dents ne s'étendent ici que jusqu'à la circonférence primitive de C ; on les termine au dedans de cette circonférence par un trou où les fuseaux puissent se loger avec jeu, jeu d'autant moindre que la matière de la roue est plus dure. Ces trous sont définis soit par des courbes arbitraires, soit par des rayons qui partent des centres de deux dents consécutives. Dans les *crics*, le mouvement se transmet par l'engrènement de la lanterne, mais comme elles sont fort petites, les fuseaux au lieu de s'appuyer sur des courbes, sont liés au centre de rotation par des bras arbitraires qui n'ont l'appui par les points de *lanche* des dents contre ses fuseaux. — On remarquera qu'en conservant le tracé précédent, une lanterne ne peut conduire une roue — qui en pousse une dent avant l'arrivée sur la ligne des centres, si on voulait que l'action du fuseau sur la dent eût lieu encore à partir de la ligne des centres; il faudrait que la dent eût une forme concave du côté du fuseau qui la conduit, ce qui n'est pas admis en pratique. On doit donc éviter de faire conduire une roue par une lanterne. Les fuseaux de lanternes forment plus souvent que les dents, leur diamètre doit être des $\frac{2}{3}$ aux $\frac{2}{3}$ de l'épaisseur de ces dernières supposées de même matière. Les fuseaux ne doivent avoir que la longueur nécessaire pour la jeu des dents entre les platines de la lanterne. Il n'y a que la simplicité de construction qui puisse faire adopter les lanternes dans les machines, attendu leur diversité infinie. Une des plus grandes est que le point de contact de la dent avec le fuseau ne varie presque pas sur le fuseau, tandis que le contraire arrive sur la dent; le frottement n'est d'ailleurs pas conséquent que sur l'étrémité d'un très-petit arc sur les fuseaux, ce qui s'observait très promptement, s'il n'était en construction en fonte. Les fuseaux mobiles autour de leur axe sont très défectueux; ils acquièrent du jeu à la longue et occasionnent des secousses. — Si dans les constructions ci-dessus, on suppose que le rayon de la lanterne devienne infini on aura la case d'une crémaillère droite ou de fuseaux cylindriques; le centre de tous les fuseaux est la ligne primitive de la crémaillère, et la longueur de la perpendiculaire abaissée du centre sur cette droite équivaut au rayon de la circonférence primitive du cercle de contact à engrèner avec cette crémaillère. Il est facile de voir que la forme des dents de la roue est une développante; car cette courbe serait engendrée

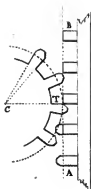


par la droite primitive des fuseaux en roulant autour de la circonférence primitive de la roue. On voit encore que d'après les raisons déjà spécifiées, on ne doit faire usage de ce système que autant que ce serait la roue qui conduirait la crémaillère. — Lorsque nous tracerons une crémaillère destinée à conduire une lanterne, la trace des dents de cette crémaillère droite s'effectuera absolument de la même manière que pour une roue; la courbe obtenue par la méthode générale devient une *cycloïde* dont la génération est due à un point d'une circonférence qui roule sur une droite. On tracera d'abord le cercle primitif de cette lanterne, c'est-à-dire celui qui contient les centres des fuseaux; une tangente à ce cercle sera la ligne primitive de la crémaillère, et devra contenir les naissances des dents de cette dernière. La profondeur des creux de la crémaillère sera déterminée par une droite parallèle à la ligne primitive, et passant à une distance égale au jeu qu'on veut donner. La saillie des dents sera enfin fixée par la condition que chacune d'elles abandonne un fuseau, au moment où la courroie saisit un nouveau fuseau. Ce système est quelque fois employé (par exemple dans les scieries) pour faire mouvoir une crémaillère à dents courbes pour une lanterne; mais cela est défectueux, attendu qu'ici comme dans le cas général, les fuseaux ne peuvent pousser les dents qu'en avant de la ligne des centres. Si on vouloir que ces fuseaux s'agissent encore qu'à partir de la ligne des centres, il faudrait donner aux dents une forme concave, ainsi qu'il a été déjà expliqué plus haut.



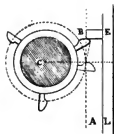
62. On appelle *peignon* toute roue où la génératrice adoptée pour les dents est une droite convergente au centre. Les dents d'un peignon ne sont autre chose que des prismes renforcés entre deux rayons, et qui se terminent extérieurement à la circonférence primitive de ce peignon. Ces droites sont ainsi limitées parce qu'elles doivent être conduites par les dents de l'autre roue; mais pour ne pas laisser d'*arête vive* à la partie extérieure des flancs, on les termine du côté de la circonférence primitive par un arc de cercle peu bombé. Quant au tracé des dents, il s'effectue en cherchant l'enveloppe de plusieurs arcs de cercle, dont les centres sont sur les divisions du pas de l'autre roue et dont les rayons sont égaux aux plus courtes distances des divisions correspondantes du pas du peignon à la droite génératrice de sa dent. Si les dents de la roue doivent





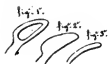
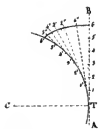
des courbes, on se bornera à un seul arc de cercle. En un mot le tracé s'effectuera par la méthode générale indiquée au (§ 59) et en admettant que le pignon ne doit être poussé qu'à partir de la ligne des centres. Mais il en sera ici du pignon comme de la lanterne; ce pignon doit être conduit par l'autre roue. Si la contraire arrive, ce qu'il doit lui-même destiner à conduire la roue, il faudra alors amener ce pignon de droite qui deviendra la poutre en agissant contre des flancs droits pratiqués sur cette roue, et convergents à son centre. On s'arrangera de manière que cette action se communique, qu'à partir de la ligne des centres. C'est même quand deux dents se poutrent sur la ligne des centres, qu'on fixera le creux de l'une et l'autre roue au moyen d'un creux suffisant qui empêche que le creux ne soit atteint par la pointe des dents opposées. Enfin les saillies seront telles que chaque dent conduise la flanc de l'autre roue jusqu'au moment où les deux dents suivantes se trouveront sur la ligne CC'. On passe aisément du cas général qui précède à celui d'une crémaillère, en supposant infini le rayon de la circonférence primitive du pignon; les flancs des dents deviennent alors perpendiculaires à la direction de la crémaillère et se terminent extérieurement à la ligne primitive. Le cercle primitif de la roue est tangent à cette dernière ligne, et ses dents sont des développés produits par le roulement de la droite AB autour du cercle C. Si on veut que la crémaillère conduise à son tour la roue, on armura la crémaillère de dents courbes, et la roue C de flancs droits avec creux, pour que les dents de la crémaillère n'y soient pas arrêtées par leur pointe.

Tracé des Cames
en général.



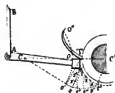
63. Les considérations précédentes sont applicables aux cames qui soutiennent les pilons, ou à celles qui agissent sur des leviers mobiles autour de points fixes. Le premier cas est celui d'une roue qui conduit une crémaillère, et le deuxième celui d'une roue qui conduit un pignon. Mais comme la came doit en conduire longtemps, et que leur développement est beaucoup plus grand que celui des dents d'un engrenage, on conçoit pourquoi leur tracé doit être plus rigoureux que celui des autres dernières.

1.° Came de pilon. Une tige verticale se porte au saillie un mouvement BE que soulève une came ou courbe fixée à une circonférence primitive tangente à la droite verticale AB élevée par l'extrémité du mouvement. Toutefois le véritable cercle qui porte la came doit être en retrait avec un certain jeu en arrière du cercle primitif. Maintenant pour que le mouvement de la tige C transmette son mouvement uniforme au mouvement, il faudra tracer

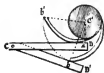


la came, comme on en agit d'après la méthode générale. Le chemin parcouru par le mécanisme devra être égal au chemin décrit par la circonférence primitive, en sorte que la courbe de c. n. sera une développante dérivée de la circonférence primitive tangente à la droite AB. TE étant la hauteur verticale dans le mouvement, on portera TE à partir de la ligne des centres, on cherchera l'arc TE' que doit décrire la circonférence primitive pendant le mouvement, on partagera la hauteur TE et le pas TE' dans le même nombre de parties égales; l'enveloppe des cercles décrits avec les rayons $6T, 5T, 4T, 3T, 2T, 1T$, et des points $T'1'2'3'4'5'6'$ sera la courbe cherchée qui n'est autre qu'une développante. C'est là la came en plan, et armée d'un tenon pour être fixée sur l'arbre qui doit la porter (fig. 1); c'est là elle se verra (fig. 2); tantôt enfin c'est une simple lame courbe (fig. 3).

2°. Came d'un levier mobile. Supposons un levier AT mobile autour de l'axe C , et destiné à imprimer un mouvement sinusoïdal à la tige AB d'un piston. Imaginons que le levier AT doive en outre recevoir son mouvement de l'arbre C' ; on demande quelle sera la forme de la came de ce dernier. On supposera d'abord qu'il est à la position initiale du levier AT , son mouvement TO doit sur la ligne des centres CC' fournir la vitesse de rotation du levier AT d'après les conditions du problème, ainsi que celle de l'arbre C' , on partagera d'abord l'intervalle CC' en deux parties CT et $C'T$ respectivement proportionnelles à ces vitesses, ces parties seront les rayons des deux cercles primitifs tous du levier que de l'arbre; le mouvement du premier est ici une droite dirigée vers C . Si la position la plus basse du levier correspond à l'instante où le mouvement prend la position CT , on partagera l'arc primitif TE en un certain nombre de parties égales très petites, en 4 par exemple; on portera ces mêmes parties de T en t sur le cercle primitif de l'arbre; puis on tracera l'enveloppe de tous les arcs décrits des points $T1234$ de l'arc TE comme centres avec des rayons égaux aux plus courtes distances des points de division de l'arc $TE, T'1'2'3'4'$ à la droite CT . La courbe $O'1'2'3'4'$ sera la forme cherchée de la came, en tant que celle-ci transmettra le mouvement uniforme au levier AT . L'angulaire OT du mouvement sera obtenue en rapportant l'extrémité O' de la courbe par un arc de cercle à l'angle CT ou O . Quand la came sortira peu de temps en contact, ainsi qu'il arrive pour les machines à choc, la forme de la came est indifférente, et il est inutile de chercher



Trace des cames
dans le cas où on veut
éviter le choc.

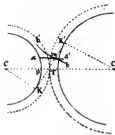


à rendre momentanément le mouvement uniforme parce que le choc détruit la régularité du mouvement. À la vérité, dans les deux exemples qui précèdent, il y a également choc; mais la came conduit longtemps, et d'ailleurs on a la soin de rendre la vitesse du mouvement très faible.

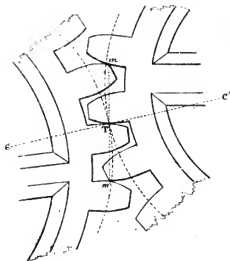
64. Quand on veut éviter le choc, il n'est plus possible de satisfaire à la condition de l'uniformité du mouvement. Il suffit de faire en sorte que la came et le manivelle, se promenant et se quittant tangemment l'un à la direction du mouvement de l'arbre moteur qui porte la came. Si par exemple l'arbre C doit faire tourner le levier CD sans choc, et l'abaisser jusqu'à la position CD', on disposera l'arbre C très près de la position initiale du levier, et la perpendiculaire C'A donnera le point a de contact de la came avec la face supérieure du levier. De même en abaissant la perpendiculaire C'B pour la position extrême du levier, le point b sera le point de contact d'échappée de la came. Mais on connaît aussi l'angle $\alpha C'B$ que décrit l'arbre C pendant que le levier passe de CD en CD': si donc on rapporte le point b en b' sur le rayon C'B qui fait avec CA l'angle décrit par l'arbre, on aura les deux éléments extrêmes de la came. Un système analogue s'emploie pour faire mouvoir un pilon sans choc, le montant du pilon se fendant par une disposition musée et semblable à celle du § 28, afin de laisser passer la came. Ici la vitesse du manivelle est nulle à l'instant où il est en contact avec la came, mais elle croît progressivement. On pourrait donc encore se proposer de tracer la came de façon que la vitesse du manivelle ou du levier soit accélérée suivant une loi donnée. On voit à l'avance que plus la came sera courbée, plus la vitesse variera avec douceur. Si on veut que la vitesse soit éternelle à l'instant où la came abandonne, il suffira, comme nous l'avons fait, que la came soit encore tangente à l'extrémité du manivelle ou du levier. On aura soin, tout en donnant le rayon de courbure à la came, que le manivelle ou le levier, en s'échappant, ait la came l'arriver à sa position de repos avant que la came suivante soit arrivée en contact; autrement il y aurait choc et une partie de la course serait perdue. C'est par cette raison qu'on s'abstient de la came on évite tout ce qui pourrait s'opposer au mouvement du manivelle ou du levier devenu libre, par des dispositifs de cames où l'on cherche à éviter le choc, ou, pour le cas des leviers, s'inscrivent que vers la fin du contact, il y a repos ou interruption; parce que l'extrémité b de la came doit parcourir le bout BD du manivelle (fig. 28, levier) qui déjà a été parcouru pendant la durée de la rotation du levier. Mais cet inconvénient est insensible, lorsque la centre de rotation C de l'arbre

est très éloigné de l'extrémité des courbes, car la perpendiculaire BD diffère d'autant moins de l'arc décrit par l'extrémité B de la came que la longueur $C'B$ est plus grande relativement à BD .

Engrenage à développantes.



65°. On se donne la développante $a'm'b'$ d'un certain cercle CK' allongé peu distant de sa circonférence primitive, développante qui est la courbe d'une dent fixée au cercle dont C' est le centre; je dis que l'autre courbe du cercle primitif en C qui touche le cercle primitif (C) en T sera une autre développante $a'mb$, tangente à la première en un point m sur la normale commune KK' passant par T , et que cette développante $a'mb$ appartiendra au cercle CK touché par la normale KK' , et concentrique au cercle primitif (C). C'est ce qu'il serait facile de reconnaître en employant encore la propriété du § 59, pourvu qu'on prolongeât les points de division des circonférences primitives en avant et en arrière de la ligne des centres, et se dît du point où la courbe $a'mb'$ rencontre son cercle primitif. Mais il est plus simple d'avoir recours à cette propriété que la courbe $a'mb$ est aussi une développante. Voici comment on peut le démontrer. Constatons les normales à la développante $a'mb'$ sont tangentes au cercle CK' ; on sait en outre que l'autre courbe cherchée $a'mb$ touche continuellement $a'mb'$ en des points m tels que la normale commune KK' en chacun de ces points passera par T , point de contact des cercles primitifs. Donc ces normales communes se confondront toutes avec la tangente invariable TK' au cercle CK' , ou avec la tangente au cercle CK , ou bien encore avec la tangente commune aux deux cercles CK' et CK . Partant aussi, les normales à la courbe $a'mb$ se confondront aussi successivement avec la tangente TK de ce dernier cercle; ce qui s'appartient qu'à une développante produite par l'enroulement d'une fil K par de K en a' autour du cercle CK . On peut d'ailleurs démontrer réciproquement qu'en prenant pour courbes de dents les développantes $a'mb$ et $a'm'b'$ des cercles CK et CK' tangents à une droite KK' passant constamment par le point de contact T des cercles primitifs, la condition de l'involution de ces courbes est satisfaite, car les tangentes mK et $m'K'$ étant, d'après la propriété des développantes, toujours égales aux arcs aK et $a'K'$, on voit que a cheminera autant que a' . Mais on a la proportion $CK : CK' :: CT : CT'$. Donc les circonférences primitives décrivant des arcs proportionnels à ceux que décrivent les cercles CK et CK' décrivent elles-mêmes simultanément des arcs égaux. — Voici maintenant une propriété particulière aux dents à développantes. Nommons P l'effort sur l'une et l'autre



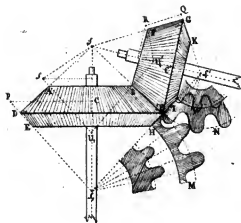
roue suivant la tangente en T , à leurs cercles primitifs, N la pression normale exercée par les deux dents suivant la direction invariable KK' ; il y aura à cause du mouvement uniforme, équilibre des efforts P et la résistance N ; autrement dit, le mouvement de la puissance $P \times CT$ sera égal au moment de la résistance $N \times CK$; d'où l'on tire $N = P \cdot \frac{CT}{CK}$. Mais le rapport $\frac{CT}{CK}$ est constant en vertu de la propriété géométrique des développantes, P reste la même à cause du mouvement uniforme. Ainsi la pression N demeure constante dans tous les points de contact de deux dents à développantes. Voilà pourquoi la friction qu'elles exercent l'une contre l'autre est toujours la même. Cependant il n'en résulte pas que les dents s'usent

régulièrement comme il a été dit à tort pour la première fois dans le Cours de mécanique de l'Ecole d'application, et comme d'autres auteurs l'ont répété depuis. Car les dents qui avoisinent la racine de s'usent également dans tous leurs points, sous celles pour lesquelles le travail du frottement serait constant, et il faudrait que les axes de glissement fussent égaux pour l'une et l'autre de celles qui engrenent ensemble. Or il arrive qu'à la racine les axes ou chemins parcourus sont plus petits qu'à la pointe. Donc les dents à développantes tendent aussi davantage à s'user à la racine qu'à la pointe. Chaque fois comme la pression est constante sur ce genre de roues, elle est nécessairement moindre que la plus grande des pressions variables exercées sur les autres espèces de dents, cette plus grande pression aura nécessairement lieu, d'après ce qui précède, toujours à la pointe, et c'est un inconvénient d'autant plus réel qu'à cet endroit il y a plus de chance à la rupture. — Pour trouver la limite des courbes des dents, il faut considérer deux dents sur la ligne des centres CC' ; parce qu'en cet endroit les dents se croisent le plus possible. Les saillies des dents de la roue conductrice et de la roue conduite, sont déterminées par les intersections m et m' de la normale invariable commune avec la dent antérieure et la dent postérieure de la roue qui conduit. C'est-à-dire ces dents prendront toujours avant la

ligne des centres et d'autant plus en avant que la normale commune est plus inclinée par rapport à cette dernière ligne. Si on voulait que les dents de la roue (C) ne prissent que celles de la roue (C') que sur la ligne des centres, il faudrait arrêter la saillie de ces dernières à la circonférence primitive (C') à laquelle elles appartiennent, et alors la roue (C) qui conduirait la roue (C').

Engrenage des roues d'angle.

66. Passons aux engrenages coniques ou des roues d'angle; toute la difficulté consiste à transporter dans l'espace tout ce que nous avons dit pour le cas du plan. La position des axes (S 26) CS et C'S étans fixée, nous avons dit (S 26), qu'il falloir diviser l'angle CSC' compris entre eux en deux autres CST, C'ST par une droite ST telle que les perpendiculaires TC et TC' soient réciproquement comme les vitesses de rotation à imprimer à ces axes. En faisant tourner ces angles autour des axes respectifs qui leur correspondent, on a vu qu'on obtenait ainsi si les cônes primitifs se touchent suivant l'arête commune ST. Cela posé, tout ce que nous avons pu dire pour le cas des roues comprises dans un plan, sera applicable à l'espace, pourvu qu'on remplace les



lignes droites et à été question par des plans passant par le sommet S des cônes primitifs, et les lignes courbes par des cônes ayant ce même point pour sommet. On remarquera que les couronnes ou jantes ABDE et BTFG qui partent des droites ou fûts axes, sont et doivent être en général terminées, du côté opposé au sommet S des cônes, par d'autres surfaces coniques. DEHT et TGR I sont les sommets S, et S' sont sur les axes SC et SC'. Des roues, et donc les arêtes ST et S'T comprises dans le plan de ces axes sont perpendiculaires à l'arête de contact ST des cônes primitifs, en sorte qu'elles forment la prolongement de l'une et l'autre, et sont comprises dans le plan perpendiculaire à ST et tangent à la fois aux cônes (S) et (S') : c'est sur la surface de ces cônes qu'on applique les pannes ou des dents, et qu'on vérifie le tracé général de l'engrenage. On se remarque, que si le peu d'étendue qu'occupe sur ces cônes le profil

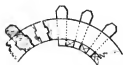
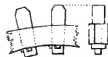
de la courbe d'une dent et de celle qui la conduit, on peut sans erreur se servir pour la pratique, regarder les petites portions des surfaces coniques (S) et (S') comme pondant à ces dents, comme se confondant avec le plan tangent STS', lorsqu'elles se joignent en T où a lieu leur contact mutuel.

Développons donc les deux surfaces de cônes DETH et TGKI sur le plan tangent dont il s'agit. Ce développement n'offre aucune difficulté puisqu'on a la longueur des arcs ST et SM pour l'une et celle des arcs TS' et IS' pour l'autre. On connaît aussi le périmètre des bases DT et GT. On observera d'ailleurs que dans ce développement les longueurs dans les arcs des arcs ou les longueurs dans le sens des cercles méridiens concentriques aux sommets, ne sont nullement altérées. De cette manière on ramènera de suite le problème des engrenages coniques à celui des engrenages cylindriques et on sur un plan, car les cercles primitifs DT et GT sur la surface des cônes seront devenus des arcs de cercles TM et TN sur le développement tangentiel entre eux et qu'on pourra regarder comme les cercles primitifs de deux roues planes à tracés par les méthodes ci-dessus, selon le genre d'engrènement que l'on désire adopter. On aura aussi obtenu tous les panneaux nécessaires pour tracer les dents sur la surface des cônes limités (S) et (S'); d'après quoi l'exécution sera facilement la même que celle des dents cylindriques. On déterminera ayant une certaine saillie au delà des cercles primitifs du développement, on portera cette saillie de D en P pour l'engrènement de la courbe primitive de D et de G en Q pour l'autre, les courbes primitives seront ainsi terminées par les profils EPS et RQK afin qu'il devienne possible d'y entretenir les dents entières de chaque roue d'angle. On pourra d'ailleurs préparer un nouveau panneau développé pour les surfaces coniques (U) et (U') qui terminent intérieurement les couronnes du côté des sommets S; ces cônes ont leurs arcs parallèles à celles des premiers cônes limités, et donnant pour la denture des profils ou figures exactement semblables, surtout qu'il suffira, comme l'indiquera dessin ci-joint, de réduire les premiers panneaux dans le rapport de ST à SB.

Extension des engrenages.

67. Lorsque les dents des deux roues d'engrènement se joignent avant la ligne des centres, ou quand leurs divisions, leurs formes ont été tracées par des courbes inhabituelles, il peut se produire des arcs bords intérieurs, et par suite des ruptures si ces dents ne sont pas susceptibles de résister aux efforts que les deux roues exercent l'une contre l'autre. Pour observer sans inconvénient de l'axe bords intérieurs, les anciens praticiens ont cherché à faire en sorte que les dents ne puissent jamais se prendre que sur la ligne des centres ou même après, et cela est ce qu'il s'agit d'agrandir un peu le rayon de la roue qui conduit, sans augmenter pour cela le nombre des dents qui couvrent

à son rayon primitif. De cette manière il n'y avait qu'une seule dent de cette roue en prise avec une dent de la roue conduite, tant que la première poussait la seconde, toutes les autres dents de la roue conductrice demeuraient en arrière des autres dents de la seconde roue. Les deux dents se quittant seulement après la ligne des centres et au moment où la dent conductrice de la roue conduite avait son flanc inférieur dans cette ligne, c'est-à-dire aussi qu'au-delà de cette ligne que deux nouvelles dents pouvaient se saisir. Mais il arrivait que le mouvement de la roue qui conduisait l'autre, s'accélérait; intervalle qui la tenait en arrière de celle qu'elle devait saisir, et qui est à peu près égal à la différence des pas de deux des roues. On voit ainsi que cette accélération produisait un choc, ou que chaque dent conductrice arrivait sur chaque dent conduite avec une vitesse acquise; mais c'était remplacer l'inconvénient de l'axe boutonnant par un autre, pour le moins aussi grave. Un second moyen consistait à monter sur leurs tourillons les roues dentées, à les faire engrainer entre elles et à corriger avec la lime les endroits défectueux; ce ne devait plus alors la peine de porter tant de soin au tracé des engrenages pour le déformer ensuite d'une manière si arbitraire. Aujourd'hui on procède avec plus de rigueur. On môle les moindres dans lesquels les roues en fonte sont coulées, donne d'abord à celles-ci des dents plus épaisses. Quand les roues sont revenues de la fonte, on les monte sur un arbre bien concentriquement, ce dont on s'assure au moyen d'une pointe fixe, qui touchant l'extrémité d'une première dent doit ensuite toucher celle de toutes les autres. La roue étant bien posée et bien établie, on la fait tourner avec son axe, pour en dresser le plat au tour. Après quoi on marque sur ce plat la circonférence primitive. C'est sur cette dernière qu'on opère avec précision la division dans les points représentant les lignes milieus des dents. Ces points milieus servent de repère à un patron métallique qui porte plusieurs dents d'une forme parfaitement régulière et qu'on présente à la roue de telle manière que les milieus des dents du patron coïncident avec les divisions de la circonférence primitive. Enfin on trace sur le plat, avec une pointe d'acier qui suit les contours du patron, et on entaie soit au ciseau soit à la lime les parties excédentes, selon qu'elles sont plus ou moins considérables. En général dans les modèles qui servent au coulage des roues, on laisse environ une ligne de pas aux dents. — Ce qui précède, concerne les roues entièrement métalliques; mais souvent l'anneau seul des roues est en fonte, et les dents sont en acier. Cet anneau est percé de mortaises; et si elles sont bien faites on y met en place les dents d'acier à l'avance de la dent



Épaisseur des dents.

traverse toute la jointe de fond; les deux faces de la mortaise parallèles à l'axe convergent vers le centre; les deux autres demeurent parallèles au plan de la roue, et sont munies d'un épaulement qui empêche la dent de descendre. Les dents se nomment peignes, ou échelons et sont retenues au dehors de la jointe par une clef qui les traverse au grand bout. Lorsque les roues sont très justes ou qu'elles ont beaucoup de courbure, les dents après avoir traversé la jointe laissent entre elles certaines infirmités ou intervalles dans lequel on chasse un coin avec force au dessous de la jointe; ce coin ne peut s'échapper sans tendre à tomber. Enfin pour tous encore d'une disposition moins soignée, il y a une dent, qui la première de toutes, et qui consiste à remplacer la mortaise prismatique par une mortise qui renferme un évidement dans lequel la dent de bois plus épaisse, après avoir été chassée avec force, se renfle par suite de la compression qu'elle éprouve au dehors de la jointe.

68. Autre fois on avoit coutume de donner aux dents une très forte épaisseur, et une largeur dans le sens de l'axe de la roue, qui dépassoit pas le double de leur épaisseur. Le plus des ingénieurs étoient grand et s'élevait de 4 à 6 pouces, l'épaisseur des dents étoit de 18 lignes à 4 pouces, c'est-à-dire de 4 à 8 centimètres. On y ajoutoit ou les fait plus minces et en même temps plus larges de façon à ce qu'elles aient la même force pour résister à la rupture. Les dents ont actuellement six centimètres d'épaisseur et jusqu'à 25 à 30 centimètres de largeur dans les plus fortes machines ou dans celles de 40 à 50 chevaux; pour les machines médiocres ou de la force de 10 à 12 chevaux, les dents s'en suivent à 2 et 3 centimètres d'épaisseur sur 12 à 16 centimètres de largeur ordinaire. Enfin on fait les dents de bois, d'épaisseur égale à celle des dents de fonte seulement; pour celles de com-modité. Ces dimensions sont établies plutôt pour l'usage qu'après des règles certaines; leur emploi est néanmoins très avantageux afin de diminuer la résistance des frottements des engrenages; car les dents, par cela seul qu'elles ont moins d'épaisseur, deviennent à rayon égal de roue, plus multipliées. On a vu (§ 135, 2^e partie) que la résistance du frottement de deux dents l'une contre l'autre pourroit être représentée par une force tangentielle à l'une ou à l'autre des circonférences primitives, et égale à $f Q \pi \left(\frac{m+m'}{m m'} \right)$ ou à $f Q \pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'} \right)$. Dans cette expression, f est le coefficient du frottement dépendant de la nature des

substances des roues est donné par l'un des tableaux du (§ 106, 2^e partie); Q est l'effort ou la réaction des deux roues l'une contre l'autre; π exprime le rapport 3,1416 de la circonférence au diamètre, et m et m' sont les nombres de dents des deux roues sous considération de leur circonférence, si je nomme V la cheminée que parcourt dans une seconde un point de la circonférence primitive d'une roue, c'est-à-dire la vitesse à la distance de son rayon primitif, le produit du frottement des dents par V sera le travail absorbé par ce frottement dans une seconde, lequel aura pour expression $f \cdot Q\pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right)V$, ou $fQ\pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right) \times QV$. Je remarque que dans ce dernier résultat QV ou le produit de la puissance motrice de la roue par la cheminée que parcourt son point d'application dans l'unité de temps, n'est autre chose que le travail transmis à cette roue, travail qui est indépendant du diamètre de cette roue, et qui est donné une fois pour toutes. Mais pour un même travail il est visible que plus V est considérable, plus Q est petit. Or la vitesse à la circonférence d'une roue qui doit parcourir un certain nombre de révolutions pendant un temps déterminé, augmente proportionnellement avec son rayon. Ainsi en augmentant le rayon, on diminue, on rend plus faible la puissance de Q qui réagit contre la roue à travail égal. Revenant maintenant à l'intensité de la résistance du frottement d'un engrenage, on a $fQ\pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right)$, on a deux manières de la diminuer, soit en augmentant les nombres de dents m et m' qui entrent en puissance dans cette expression, soit encore en affaiblissant Q . Or on peut rendre plus grand le nombre de dents en réduisant leur épaisseur, et on peut rendre Q plus faible en augmentant le rayon de la roue. Remarque que cet agrandissement est toujours possible dans les engrenages, pourvu que les rayons de l'une et l'autre roue soient augmentés tous deux de manière à conserver le rapport suivant lequel leurs deux axes doivent se transmettre les vitesses angulaires. Il y a donc avantage à diminuer l'épaisseur des dents, et à augmenter la grandeur des rayons des roues; il ne faut oublier que si, le travail demeurant constant, les bras de levier des puissances et des résistances sont agrandis, les frottements produits sur les tourillons, et qui sont proportionnels à la résultante de ces forces, deviennent eux-mêmes moins considérables.

Les pièces d'une machine, ou les engrenages, ont, comme on le voit (§§ 4 et 6) pour objet de transmettre de proche en proche le travail du moteur jusqu'à l'outil destiné à fabriquer l'ouvrage; que chacune d'elle absorbe par ses résistances passives, par ses frottements, une portion de travail qui peut être la cause ou la conséquence du travail qu'elle communique à la pièce du côté de l'outil. Or donc on connaît à priori ce dernier travail ou même on connaît celui qui est dépensé par le moteur; il est facile de conclure celui qui fait

mouvoir chaque pièce séparément, soit en diminuant de un quart ou d'un cinquième le travail qui fait mouvoir la pièce qui la précède du côté du récepteur, soit en augmentant dans le même rapport environ celui qui l'alla- die l'autre à la pièce du côté de l'outil. Cette quantité de travail ainsi obtenue pour chaque pièce ou roue d'engrénage est précisément ce que représente le produit QV ; et si nous la divisons par V ou par la vitesse de la circonférence, nous aurons Q c'est-à-dire la pression motrice qui réagit sur cette pièce. C'est d'après la connaissance de cet effort que les Anglais règlent les dimensions des dents des engrenages. Voici le tableau donné à cet égard par Fredgold, dans son traité des machines à vapeur.

Pression Q en kilogrammes	10	40	80	150	240	356	490	580	730	870
Bas des dents en centimètres	0,63	1,27	2,00	2,50	3,17	3,80	4,43	5,03	5,71	6,36
Épaisseur en centimètres	0,50	0,60	0,80	1,0	1,50	1,80	2,10	2,60	2,70	3,00
Largeur en centimètres	2,00	3,27	4,50	5,81	7,08	8,35	9,62	10,89	12,16	13,43
Pression Q en kilogrammes	1100	1210	1300	1750	2200	2800	3660	4340	5220	5700
Bas des dents en centimètres	6,97	7,62	8,15	8,83	9,51	10,16	10,79	11,42	12,05	12,68
Épaisseur en centimètres	3,30	3,60	3,80	4,10	4,50	4,80	5,10	5,40	5,70	6,00
Longueur en centimètres	15,70	15,97	17,24	18,51	19,78	21,05	22,32	23,59	24,86	26,13

Ce tableau paraît d'autant moins fondé en principe, que les épaisseurs y sont croissantes, ou ne sait pourquoi, suivant une progression arithmétique dont la raison est de trois millimètres, ou au moins il donne des dimensions qui s'éloignent peu de celles que l'usage a consacrées. Il n'y est pas fait mention de la saillie des dents, parce qu'en effet cette détermination consiste à avancer dans l'outil sur la ligne des centres et à rogner ce qui excède la courbe des dents suivantes. En général l'épaisseur des dents dépend de deux circonstances : 1° de l'effort qu'elles ont à supporter par leur pointe sans se rompre, 2° de l'usure qu'elles éprouvent au bout d'un certain temps. La surface qui résiste à l'effort exercé contre la pointe est évidemment la section transversale de la dent faite à sa racine, plus cet effort est considérable, plus devra être grande l'épaisseur de la racine. Or ce même effort agira avec un bras de levier dont la longueur dépend de la saillie de la dent, en sorte que l'épaisseur devra croître avec cette saillie. Mais nous avons reconnu l'avantage qu'il y avait à diminuer cette épaisseur; on doit donc s'attacher à réduire la saillie des dents, au strict nécessaire malgré que quelques auteurs aient cherché à faire engrener plusieurs dents à la fois, soit le pignon qu'elles répartissent entre elles la réaction que les deux roues exercent. Quant à l'usure, elle est surtout sensible près de la racine des dents conductrices et à la pointe ou courbe des dents conductrices. On s'en rend raison en observant

que c'est à ces endroits que le contact a lieu pour des dents à flancs. Or, il en résulte que les dents de la roue conduite sont sujettes à se rompre au bon ou au mauvais temps de la racine. Celles de la roue conductrice s'usent, moins vite à cause du développement de leur courbe qui est plus grand que celui du flanc conduit de l'autre dent. Donc il faut régler principalement les dimensions des dents sur la roue conduite et d'après la condition que malgré l'usure, qu'elle s'élève d'un demi-pouce ou au bout d'un certain temps, elle ne puisse encore rompre. D'après des observations recueillies à Clermont l'usure des dents en fonte de pignons ou, petites roues conduites trait de 3 à 5 millions d'arbres pour six années, l'un travail journalier de douze à dix-huit heures. Quant aux dents en bois de la roue conductrice, elles ne s'usent guères plus vite. Ainsi il convient de calculer l'épaisseur d'un pignon en la supposant réduite à ce qu'elle devient au bout de six ans; cette épaisseur ainsi calculée augmentée de celle que l'usure doit consommer, sera égale à la donnée aux dents de la roue conductrice. Lorsque les roues sont très grandes et qu'elles appartiennent à des machines puissantes, on peut se dispenser de faire engrener des dents en bois avec des dents en fonte, et les construire en fonte les unes et les autres. Cela a peu d'inconvénients à cause que l'influence du frottement est rendue très faible par l'agrandissement des rayons. Le calcul des dimensions des dents se fonde d'ailleurs sur la théorie de la résistance des matériaux à la flexion et à la rupture. Donc il est nécessaire de donner ici une exposé succinct.

Notions générales sur le calcul de la résistance des matériaux.

69°. Les parties d'une machine destinées à transmettre de l'un à l'autre jusqu'à l'opérateur le travail d'un moteur quelconque, se composent de diverses parties dont les sections transversales sont généralement de grandeurs constantes dans leurs longueurs respectives, et qui peuvent par conséquent être regardées comme des corps prismatiques ou cylindriques. La réaction exercée réciproquement entre ces corps peut avoir lieu de quatre manières différentes; tantôt elle confond la direction de son effort dans la direction même de l'axe longitudinal du corps prismatique, soit en s'éloignant soit en rapprochant les fibres de ce corps; tantôt oblique par rapport à cet axe, elle fléchit le corps ou elle le tord transversalement. La résistance que le corps oppose à ces divers modes d'action est *directe* dans les deux premières circonstances et *oblique* dans les deux dernières. Nous avons donc à considérer

quatre espèces de résistance des matériaux; c'est-à-dire leurs résistances à la traction, à la compression, à la flexion et à la torsion. C'est la force, selon son intensité peut seulement changer la forme d'un corps ou altérer son élasticité, ou même encore le rompre ou l'écraser; si l'action produisant ce dernier effet, ce serait une preuve qu'il n'aurait pas reçu les dimensions convenables, et si même elle était capable de détruire l'élasticité du corps, de telle sorte qu'après un changement de forme produit par la force, le corps ne reprît plus sa forme primitive lorsque cette force aurait cessé d'agir, l'altération qu'il aurait ainsi subie serait une véritable cause de destruction que l'on doit toujours éviter. Classé dans les calculs des dimensions des pièces d'une machine, nous nous sommes besoin de choisir pour limite supérieure l'effort réel de quel l'élasticité devint imparfaite, effort qui est une fraction déterminée par l'expérience, de celui qui mène à la rupture. Mais il n'arrive pas toujours que les corps soient sollicités par l'effort limite capable d'altérer leur élasticité; des efforts moindres produisent également sur ces corps des déformations, avant que ces dernières aient acquis la raideur nécessaire pour communiquer le travail qui leur est transmis, et ces déformations valent à absorber et à donner un certain travail qui peut être évalué, saisi qu'on connaisse la grandeur de ces déformations, afin d'en conclure le chemin parcouru par le point d'application des forces qui les ont produites, et par suite le travail absorbé. On doit qu'il s'agit de trouver les allongements, les courbements, les flexions ou torsions qu'un corps de forme donnée éprouve de la part d'une force qui lui est appliquée, soit qu'il s'agisse de calculer les dimensions pour que son élasticité ne soit point altérée, les formules auxquelles on se conduit, et que nous allons rapporter sans chercher à les démontrer, conformément des coefficients constants que l'expérience a donnés et qu'il convient au préalable de définir.

70. Lorsqu'une force tend un corps dans la sens de sa longueur, comme un poids suspendu à une corde ou à une barre de fer verticale, cette force se dit de traction. Elle devient de compression, lorsqu'elle presse le corps ou qu'elle tend à en serrer toutes les fibres dans la sens de leur longueur ainsi qu'en agit un poids sur des soutiens posés debout. La force est une force de flexion lorsqu'elle se perpendiculaire à la longueur d'une pièce, et qu'elle la courbe de telle sorte que les fibres situées du côté de la partie

courbée

Définition des forces de traction, de compression, de flexion, de torsion. — Valeur des coefficients d'élasticité et de résistance.

courbes s'allongent, et que celles situées du côté de la partie incurvée s'accourcissent. Soit conséquemment dans toute pièce soumise à la flexion, il y a une fibre intermédiaire qui ne s'allonge ni ne s'accourcit, ou la nomme fibre invariable. Enfin supposons une pièce incurvée par un des bouts, et recevant à l'autre extrémité un levier proprement ditulaire à sa longueur sur lequel une force exerce son action; cette force se nomme force de traction. Son effet est tel que les divers points de ses fibres se déplacent perpendiculairement à leur longueur, de quantités proportionnelles à la fois à leur distance de l'axe de la pièce et à leur distance de la partie incurvée. C'est par les lois que ces forces sont en deçà de l'effort capable d'altérer l'élasticité d'un corps prismatique, le coefficient constant qui entre dans les formules relatives à cette circonstance, est le même, pour une même nature de substances, à l'égard des forces de traction, de compression et de flexion. Nous le désignerons par E , et nous l'appellerons simplement coefficient d'élasticité. Quant au cas où il s'agit d'une force de torsion toujours en deçà de la limite dont il s'agit, le coefficient constant sera désigné par e et sous le nom de coefficient de torsion. Mais si ces quatre forces sont considérées comme trois voisines des efforts qui produisent l'altération du corps, ou qu'il s'agisse de calculer les dimensions de ce dernier, le coefficient constant qui entre dans les formules, non seulement est différent de ceux de l'élasticité ou de torsion, mais encore il a une valeur particulière pour chacune des quatre espèces de forces. Nous aurons alors un coefficient de résistance à la traction, un coefficient de résistance à la compression, un coefficient de résistance à la flexion, et un coefficient de résistance à la torsion. Nous désignerons le premier par A , le deuxième par B , le troisième par R et le quatrième par T . Voici maintenant le tableau de ces coefficients numériques pour les diverses substances employées dans les constructions en général.

Tableau de...

*Tableau des Coefficients d'élasticité et de résistance
pour les divers matériaux employés dans les constructions.*

Nature des matériaux.		Coefficients.					
		d'élasticité en E (a)	de tension en σ (b)	de résistance à la traction en A (c)	de résistance à la compression en B (d)	de résistance à la flexion en R (e)	de résistance à la torsion en T (f)
		kg.	kg.	kg.	kg.	kg.	kg.
Ciment	Asorte				100		
	Grande marque				70		
	ordinaire				60		
	Marbre le plus dur				100		
	Marbre veiné				50		
	Grès le plus dur				90		
	tendre				40		
	Brèche de Paris			2,50	15		
	ordinaire			-	4		
	Craie calcinée ordinaire			6	50		
Bois	Plâtre				4,40	6	
	Béton mortier de 18 mois				0,80	6	
	Mortier ordinaire de 18 mois				0,50	2,50	
	Chêne le plus fort	4585 000 000	3 117 593	196	30	350 000	405 300
	faible	652 000 000	273 400	180	30	336 000	367 000
	Épicéa fort	1245 000 000	618 000	-	100	709 700	310 000
	faible	755 300 000	263 000	167	26	511 000	186 000
	Orme				13		
	Cordons en chanvre séchés				135		
	en sautoirs				32		
Cordes	Cordes métalliques				95		
	Le fer forgé le meilleur de mine échamottée	35 000 000 000	120 235 000	1335	1150	26517 000	30 137 000
	faible ou le gros échamottée	15 000 000 000	71 135 000	667	1350	13 710 000	18 023 000
	Fonte grise	9019 500 000	43 420 000	167	3500	4 495 000	7 135 000
	fonte	10 635 000 000	51 230 000	167	2500	7 355 000	8 600 000
	Acier le meilleur			1500			
	le plus mauvais			335			
	Chêne ordinaire de fer forgé			3000			
	de fer forgé, renforcé par un tendon transversal			2667			

- (a) Les coefficients E servent à mesurer les allongements, raccourcissements, ou flexions des pièces.
- (b) Les coefficients σ servent relatifs aux solides dont les sections sont rectangulaires; on leur ajoutera le $\frac{1}{2}$ en sus, si les sections sont circulaires.
- (c) Les coefficients A représentent les tractions en kilogrammes que doivent supporter au plus les matériaux par centimètres carrés de surface de section transversale. En les multipliant par 10, 5, 6 ou 4, on a les mêmes forces capables de les rompre, lorsqu'il s'agit de pierres, de bois, de fer ou de cordes.
- (d) Les coefficients B représentent la charge qu'une pièce de bois doit supporter dans la construction par centimètres carrés de section transversale quand elle est sous sa forme cubique. Or les résistances $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ pour les pièces de bois dont la hauteur sera 12 et 24 fois la plus petite côté de la base, ou $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ pour des barreaux de fer forgé dont la hauteur sera 12 et 24 fois la plus petite côté de la base, ou aux $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ pour du fer fondu dont la hauteur sera 4 fois, 8 et 36 fois la plus petite côté. On multiplie par 10, par 5 ou par 4 les coefficients B pour conclure la pression par centimètre carré capable de résister les pièces de bois, de fer ou de fonte, selon qu'elles sont en pierre, en bois ou en fer.
- (e et f) Les coefficients R et T de résistance à la flexion et à la torsion deviennent des coefficients de rupture en les multipliant par 10, 5 et 4 si la longueur de la pièce est en bois, ou en fer forgé, ou en fer fondu. On ajoutera aux valeurs de T le $\frac{1}{2}$ en sus si les sections sont circulaires ou bien si les rectangulaires.

Déformations et résistan-
ces d'une pièce soumise à
une force de traction.

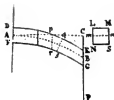
71. Si on considère une barre prismatique tirée dans le sens de son axe par une force P en kilogrammes au delà de celle qui peut altérer l'élasticité du corps; il faut admettre que cette force est proportionnelle au rapport de l'allongement l produit à la longueur primitive L de la barre c'est à dire à $\frac{l}{L}$. Cette même force devra agir avec le nombre des fibres du corps parallèles à sa longueur, ou avec la grandeur de son équirépartition ou plus généralement avec l'aire de la section transversale O , nous aurons $P = E \cdot \frac{l}{L} \cdot O$. Dans cette formule E n'est autre chose que le coefficient de l'élasticité donné par le tableau du § 70. l et L sont exprimés en mètres et l'aire O en mètres carrés. — La quantité de travail dépensé par la force P pour produire sur le corps l'allongement l dans elle est susceptible, si l'on multiplie cet allongement par la force elle-même, ou par $E \cdot \frac{l}{L} \cdot O$; ce produit équivaut à $E \cdot \frac{O}{L} \cdot l^2$; ce qui nous apprend que la quantité de travail de la force au delà de la résistance de la pièce sera comme le carré des allongements ou comme le carré des forces; car les allongements et les forces correspondantes sont proportionnelles l'un à l'autre. Si on veut trouver les dimensions d'une barre destinée à soutenir suspendue une certaine charge P , en Kil^g, on réciproquement calcule la charge que soutiendrait par son extrémité une barre d'un certain équirépartition, on aura recours à la formule $P = A \cdot O'$ dans laquelle O' exprime l'équirépartition de la pièce en centimètres carrés, et A le coefficient de résistance à la traction. Prenons nous, par exemple, le poids qui soutiendrait par sa partie supérieure une barre de fer fondue dont la section transversale est un carré de deux centimètres de côté. On aura $O' = 4$; d'après le tableau précédent A pour le fer fondue est de 167 Kil^g. D'où $P = 167 \times 4 = 668$ Kil^g; une petite barre pourra donc supporter 668 Kil^g, sans que son élasticité soit altérée. Si on voulait trouver le poids capable de la rompre, il faudrait, d'après l'observation (3) du tableau, multiplier le poids précédent par 6, en sorte que cette barre devrait être rompue par un poids de 4008 Kil^g environ.

Déformations et résistan-
ces d'une pièce soumise à
une force de compression.

72. Supposons actuellement une pièce de bois chargée à sa partie supérieure par un poids qui tend à repousser ses différentes fibres, et qui soit inférieur à la limite d'un effort semblable et capable d'altérer l'élasticité du corps. L'hypothèse précédente sur les accourcissements qu'éprouvera cette barre devant tous aussi admissible qu'à l'égard des allongements qu'elle éprouverait de la part d'une force de

traction. Ainsi on regardera cette force de compression comme proportionnelle au rapport $\frac{L}{L_0}$ de l'accroissement du corps à la longueur primitive, on posera $P = E \cdot \frac{L}{L_0} O$, et par suite la quantité de travail dépensée par l'accroissement de la pièce est égale à $E \cdot \frac{L}{L_0} \frac{1}{2}$; on est encore proportionnelle soit au carré de l'accroissement, soit au carré de la résistance opposée par la pièce. — Il est également très facile de calculer les dimensions d'une pièce de bois chargée par le bout d'un poids donné, ou de déterminer la charge quand les dimensions sont connues, et cela au moyen de la formule $P = B \cdot O$, dans laquelle B est le coefficient de résistance à la compression, et O l'aire transversale de la pièce estimée en centimètres carrés. Ce coefficient B est donné d'après l'observation (6) du tableau précédant que tant que la hauteur de la barre ne dépasse pas 24 fois ou 36 fois sa largeur selon qu'elle est en bois ou en fer; nous verrons plus loin comment on s'y prendra quand la hauteur s'élève tout au delà de ces limites. Cherchons la charge que doit supporter un pilon de chêne de 0,25 de diamètre. Sa section transversale O estimée en centimètres carrés est égale à $\frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,1416 (25^2)}{4} = 490,9$. La largeur du pilon peut être regardée comme comprise entre 12 fois et 36 fois son diamètre. Le rapport de la résistance du pilon à celle qu'il aurait s'il était cubique est une moyenne entre $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{36}$ on est égal à $\frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{36}}{2} = \frac{\frac{3}{36} + \frac{1}{36}}{2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$. On multipliera la valeur de $B = 80 \text{ Kil}^m$ pour le chêne fort, par $\frac{1}{18}$; ce qui donne cette autre $B = \frac{1}{18} 80 = \frac{160}{3} = 53 \text{ Kil}^m$, d'où l'on tire $P = 53 \times 490 = 25970 \text{ Kil}^m$. Gornisch évalue la charge d'un pilon à 25000 Kilogrammes.

Déformation d'une pièce soumise à une force de flexion, et encochée par un bord.



73. Considérons maintenant une pièce prismatique horizontale DFEG encastrée solidement par son extrémité DF et par le gré par la poutre en une suite de sections PQRS perpendiculaires à sa longueur et très rapprochées. Si par l'extrémité libre on fléchit la pièce au moyen d'une force P perpendiculaire à sa longueur, les intervalles rectangulaires qui séparent ces sections entre elles deviennent des trapèzes de telle sorte que la petite longueur PQ de fibre située du côté de la partie convexe DE s'allonge, et que la petite longueur RS de fibre située du côté de la partie concave FG s'accourcit. Il y a donc une fibre intermédiaire et médiane qui ne s'allonge ni ne s'accourcit; on nomme cette dernière fibre invariable. Du canal à racine on effleure par expérience que pour une pièce horizontale fléchie, les fibres supérieures s'allongent et les fibres inférieures se raccourcissent. Il a scié la pièce par la base jusqu'à moitié

de son épaisseur environ, chaque arête chassée un coin de bois dans l'intervalle du trait de scie, il a vu que la résistance de la pièce s'élevait nullement altérée, et qu'elle commençait à diminuer dès que le trait s'élevait aux $\frac{2}{3}$ de l'épaisseur. En observant que chaque élément de fibre comprise entre deux sections consécutives de la pièce s'allonge ou s'accourcit d'autant plus que cette fibre est plus éloignée de la fibre invariable, il est naturel d'admettre que ces allongemens ou accourcissmens sont proportionnels aux distances de chaque fibre, par rapport à la surface de la fibre invariable. De plus la résistance de chacune d'elles à la flexion est proportionnelle non seulement à son allongement ou à son accourcissement (§§ 71 et 72) mais encore à sa section élémentaire. Ainsi chaque résistance d'un élément de fibre est proportionnelle au produit d'un élément de la section de la pièce et de la distance de cet élément à la surface de la fibre invariable, car cette distance est proportionnelle à l'allongement ou à l'accourcissement. Donc ces résistances partielles sont aussi toutes horizontales à cause du peu de flexion qu'on suppose à la pièce et par conséquent parallèles, ont pour résultante une valeur proportionnelle à la somme des produits de chaque élément de la section transversale, multiplié respectivement par sa distance à la surface de la fibre invariable, ou bien encore au produit de la section entière et de la distance de son centre de gravité à cette surface (2^e partie § 42). Mais comme le mouvement dû à la flexion ne peut s'opérer que dans le sens de la force P qui l'occasionne, il faut nécessairement que la résultante des résistances soit nulle. D'ailleurs, ou que la fibre invariable passe par le centre de la gravité et de la section transversale de la pièce. Il faut de plus que le travail total de toutes les résistances partielles soit égal au travail de la force P qui a produit la flexion ou au produit $P \times CD$ ou $P \times f$. L'abaissement f de l'extrémité libre de la pièce est ce qu'on appelle la flèche de flexion. On va remarquer que si on examine seulement chaque travail de la résistance des portions de fibres comprises entre deux sections consécutives pq et $q's$, on verra qu'il est proportionnel au produit de chaque section élémentaire transversale d'une fibre et du carré de son allongement ou accourcissement (§§ 71 et 72), ou même encore au produit de chaque élément de la section totale multiplié par le carré de sa distance à la surface de la fibre invariable. Donc enfin le travail total des résistances des fibres est proportionnel à la somme des produits de chaque élément de la section de la pièce multiplié par le carré de sa distance verticale au centre de gravité de

la section entière; en un mot il est proportionnel au moment d'inertie de cette section par rapport à un axe horizontal qui passe par son centre de gravité, et qui est situé dans son plan. Enfin comme ces distances constituent ou quelque soit l'épaisseur verticale de la pièce, et que le travail de la résistance de cette dernière augmente avec le carré de ces distances et même encore avec l'axe transversale, on peut prévoir à l'avance que le travail de la résistance ainsi que la résistance de la pièce, augmentent comme le cube de l'épaisseur de la pièce. — En égalant le travail $P \times f$ de la force appliquée au travail total des résistances des fibres, et en nommant I le moment d'inertie de la section transversale par rapport à un axe qui passe par le centre de gravité de la section, et dans le plan de cette dernière, & le coefficient d'élasticité et l la longueur de la pièce, on trouve $f = \frac{P}{E \times I} \cdot \frac{l^3}{3}$. Cette est l'expression de la flèche que produit une force P sur l'extrémité libre d'une pièce encastrée invariablement à l'autre bout; avant que cette pièce ne transmette l'action de cette force. Si on multiplie f par P , le produit $\frac{P^2 \times l^3}{3 \times E \times I}$ sera le travail consommé uniquement pour fléchir la flèche*. Cette quantité d'action qui est évidemment une partie du travail des machines, étant proportionnelle aux cubes des longueurs et en raison inverse du coefficient d'élasticité et du moment d'inertie de la section, on voit qu'il y a du désavantage à se servir de pièces trop longues, et qu'il y a au contraire avantage à rendre le moment d'inertie de la section le plus grand possible, ainsi que le coefficient d'élasticité. On parvient au premier but, soit en faisant l'axe de la section transversale la plus grande possible, ou ce qui vaut mieux encore, en rejetant un grand nombre de ses points loin de l'horizontale passant par son centre de gravité. Quant au coefficient d'élasticité, le tableau du § 70 montre qu'il est plus considérable à l'égard du fer que du bois; aussi fait-on mieux, quand on le peut, de construire les pièces d'une machine en fer qu'en bois. L'augmentation qu'on vient de reconnaître si convenable dans la section transversale d'une pièce, explique pourquoi une pièce rectangulaire fléchit moins de champ que sur son plan. C'est encore ainsi qu'on justifie l'emploi des pièces dont le profil a la forme d'une croix, ou qui sont terminées par des ~~côtes~~ ou nervures.

* La valeur de la flèche d'un travail consommé par la flexion d'une pièce prismatique au moyen du moment d'inertie de la section transversale, est la résultante d'un cho. pièce sur la résistance des matériaux qui devrait être annexé à la deuxième partie publiée au commencement de 1829.

Application aux
pièces carrées, rectan-
gulaires, ou circulaires.

74. Nous allons rechercher la flèche et le travail consom-
mé par une force verticale P sur une pièce horizontale, rattachée
par un bout, et dont la section est successivement un rectangle, un
carré, un cercle posé parallèlement à ses diagonales, ou un cercle.

1°. Pièce à section rectangulaire. Soit a la largeur hori-
zontale de la pièce, b son épaisseur verticale, l sa longueur; le
moment d'inertie I de la section rattachée par rapport à l'axe
horizontal passant par son milieu est $\frac{a \cdot b^3}{12}$. Soit l'on tire
$$f = \frac{P \times l^3}{E \cdot \frac{a \cdot b^3}{12} \times 3} = \frac{4 P l^3}{E \cdot a b^3}$$
. Le travail consommé par la flexion a pour
valeur $\frac{4 P l^3}{E \cdot a b^3}$. Il ne faut pas oublier que dans cette formule et dans
les suivantes, toutes les dimensions de la pièce sont rapportées au mètre,
et les charges ou résistances au Kilogramme.

2°. Pièce à section carrée. Il suffira de faire $a = b$ dans la
formule précédente, et on trouve pour f et pour le travail consommé
 $\frac{4 P l^3}{E a^4}$ et $\frac{4 P l^3}{E a^4}$.

3°. Pièce à section posée parallèlement à une diagonale.
On a $I = \frac{a^4}{12}$, et les deux expressions de f et du travail consommé
sont encore $\frac{4 P l^3}{E a^4}$ et $\frac{4 P l^3}{E a^4}$.

4°. Pièce à section circulaire. On a, en désignant par r
le rayon du cercle de la section transversale, $I = \frac{\pi r^4}{4}$, faisant cette
substitution dans la formule générale $f = \frac{P l^3}{E \times I \times 3}$, on trouve $f = \frac{4}{3} \frac{P l^3}{E \pi r^4}$.
Quant au travail consommé, et deviens égal à $\frac{4}{3} \frac{P l^3}{E \pi r^4}$. Si la pièce
sous la charge P est répartie uniformément sur la même longueur l
de la pièce, de manière que celle-ci fût chargée d'un poids $\frac{P}{l}$ par
unité de longueur, on trouve que dans ce dernier cas, la flèche f n'est
que les $\frac{2}{3}$ de celle qui a lieu quand toute la charge est appliquée à
l'extrémité non encastrée.

Résistance à la flexion
d'une pièce encastrée par
un bout.



75. Lorsqu'une force P perpendiculaire à la longueur d'un corps
prismatique $DEFG$, encastré par son extrémité DE tend à rompre ce
corps, et si l'on a deviné que la rupture tend à s'opérer dans la section
même où la pièce est encastrée, (car l'énergie de la puissance P est
proportionnelle au produit de cette puissance multipliée par la distance
qui sépare son point d'application du plan de la section transversale
où la rupture se fait; et il est évident, que la section qui correspond
à l'écartement de la plus grande longueur de la force. Désignant par l

$$3^\circ P \cdot l^2 \cdot 29.$$

la longueur de la pièce, $P \times L$ sera le moment de la puissance, lequel devra être égal au moment de la résistance des fibres sur la section de rupture, prise par rapport au point où la fibre invariable AB coupe cette section. En admettant que la pièce tend à tourner autour de la fibre invariable en ce dernier point, on trouve que le moment de résistance à la rupture, est proportionnel au moment d'inertie I de la section transversale divisé par la distance verticale V de la fibre la plus éloignée à la fibre invariable. Or maintenant nous nous rappelons qu'il est aisé de déterminer les dimensions de la pièce de manière à ce que son inertie ne soit pas altérée par l'effort P de flexion, et qu'on désigne par R le coefficient de résistance relatif à ce cas, la condition d'équilibre revient à cette égalité $P \times L = \frac{R \times I}{V}$, ou $P = \frac{R \times I}{L \times V}$. Considérons encore les quatre espèces de pièces que nous avons considérées.

1.^{er} Cas. Section rectangulaire. La plus grande distance verticale d'une fibre à la fibre invariable V est évidemment $\frac{b}{2}$ ou la moitié de la hauteur du rectangle $I = \frac{a b^3}{12}$. D'où $P = R \times \frac{\frac{a b^3}{12}}{L \times \frac{b}{2}} = R \times \frac{a b^2}{6 L}$, ~ ainsi la résistance croît proportionnellement à sa largeur et au carré de son épaisseur.

2.^{er} Cas. Section carrée. On fera $a = b$ dans la formule précédente, ce qui donne $P = \frac{R a^3}{6 L}$.

3.^{er} Cas. Section carrée dont une diagonale est horizontale.

On a $V = \frac{1}{2} \sqrt{2} a = \frac{a}{\sqrt{2}}$ $I = \frac{a^4}{12}$ D'où $P = \frac{R \times \frac{a^4}{12}}{L \times \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{R a^3}{L \times 12} \sqrt{2} = \frac{R a^3}{L \times 6 \sqrt{2}}$ expression plus petite que celle du carré, et qui nous apprend que la résistance d'une pièce carrée posée parallèlement à l'une de ses diagonales est moindre que celle d'une pièce carrée posée sur l'un de ses côtés dans la rapport de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ à 1.

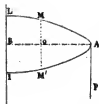
4.^{er} Cas. Section circulaire. On a $V = r I = \frac{\pi r^4}{4}$ D'où $P = R \times \frac{\pi r^4}{4 L}$. D'après cela, on voit qu'il est avantageux d'augmenter la hauteur d'une pièce par rapport à sa largeur, puisque la résistance augmente comme le carré de la première. Si cependant cette pièce était rendue trop mince, elle pourrait se déverser dans la sens horizontal. Or d'innover le rapport de la hauteur et de la largeur d'une section transversale est comme 7 à 5; le débiteur des pièces se fait avec économie en suivant ces dimensions. Si la largeur est rendue plus mince, on garnit la pièce d'épaullements, de renforts ou côtes. Les épaullements ajoutés vers son milieu ajoutent, il est vrai peu de résistance à la



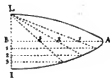
pièce, mais aussi qui occupent les extrémités de la base transversale augmentent beaucoup la résistance à la rupture. Nous verrons plus loin § 81, comment il est possible de tenir compte de cette addition des épaullements dans l'évaluation de la résistance à la flexion.

Exemple. Trouver l'équarrissage d'une pièce courbe en bois de chêne de 2 mètres de longueur encadrée par un bout de qui doit supporter à l'autre extrémité un poids P de 1000 Kil., ou $\alpha \cdot P = \frac{R \cdot a^2}{6L}$.
 Soit $a^2 = \frac{6 \cdot 1 \cdot P}{R} \cdot L = 2 \cdot P = 1000 \text{ Kil.}$, or R (Cahen du § 79) = 150.000 = 150.000.
 D'où $a^2 = \frac{2 \cdot 6 \cdot 1000}{150.000} = \frac{12}{150} = 0,08$ et par suite $a = \sqrt{0,08} = 0,28$ environ.
 C'est-à-dire pour qu'une pièce de bois de 2 mètres encadrée horizontalement supporte, sans perdre son élasticité, une charge de 1000 Kil. à l'autre extrémité, il conviendrait de lui donner un équarrissage de 28 centimètres de côté.

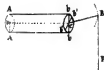
Solide
d'égale résistance.



76. On a vu qu'une pièce prismatique est encadrée par une extrémité et qu'elle est fléchie perpendiculairement par une force appliquée à l'autre, le point dans lequel elle est plus exposée à se rompre, est évidemment celui de l'encastrement, si la résistance est suffisante au support, la pièce sera partout ailleurs plus forte qu'elle ne l'est nécessaire. Cherchons la figure de la pièce de manière à ce que sa résistance soit partout suffisante et jamais excédente; en supposant d'ailleurs que toutes ses sections transversales soient rectangulaires. Une pièce ainsi déterminée, est ce qu'on appelle Solide d'égale résistance. Il suffit évidemment que la relation $P = R \cdot \frac{a^2}{6L}$ soit satisfaite pour toutes les sections. Dans cette formule a représente la largeur horizontale constante de la section transversale de la pièce $AB = L$; b est la hauteur LI de la section d'encastrement; et on aura la valeur de LI au moyen de l'équation $b^2 = \frac{6LP}{aR}$ ou $b = \sqrt{\frac{6LP}{aR}}$. Si nous voulons avoir maintenant la hauteur y de la section MM' située à une distance $OA = x$ du point A, l'application de la force P , on remplacera b de la formule précédente; ce qui donne $y^2 = \frac{6P}{aR} \cdot x$. Dans la courbe $LMM'A$ est telle que ses ordonnées MM' ou y croissent proportionnellement à ses abscisses OA ou x comptées du point A; cette propriété appartient à une parabole qui a pour sommet le point d'application de la force fléchissante. Voici maintenant un procédé pratique pour tracer cette courbe quand la longueur AB de la pièce est donnée; et quand on a calculé sa hauteur LI de la section d'encastrement d'après la formule précédente. Portez l'axe BA et la demi-corde BI en un même nombre de parties; en quatre parties par exemple,



Déformation d'une pièce encastrée soumise à une force de torsion appliquée sur son autre extrémité,



Soigne-t-on l'extrémité L de la demi-corde non divisée à chacun des points de division de l'axe BA par des droites; leurs intersections avec les parallèles à l'axe menées par les divisions de même numéro de la demi-corde BS, seront des points de la courbe AI. L'autre partie AI' est symétrique par rapport à la première; C'est de cette manière qu'on détermine la forme d'un balancier dans les machines à vapeur. La résistance qu'il oppose au mouvement a lieu vers ses points de rotation; ceux-ci peuvent être regardés comme des points fixes sur lesquels la section milieu du balancier est encastrée, et l'extrémité de la moitié de sa longueur comme sollicitée par une pression égale à la tension de la vapeur. On a coutume de garnir la ligne milieu longitudinale et le rebord du balancier d'un surtour qui, communique l'axe des, ajoutant à sa résistance.

77. Imaginons un cylindre encastré par son extrémité D et soumis par l'autre extrémité libre à une force P qui tend à le tourner autour de l'axe DC avec le bras de levier CB. Cette déformation sera telle que pour chaque fibre longitudinale ou parallèle à l'axe DC, l'extrémité située dans la base encastrée AA se maintiendra constamment à la même position, tandis que l'extrémité b du côté libre se déplacera le plus possible de manière à décrire l'arc bb'. On suppose en outre que toutes les extrémités analogues à cette dernière, décrivent L dans le plan de la section passant par la force P, des angles égaux autour du centre C. Cela posé, en admettant que la résistance à la torsion de chaque fibre longitudinale est proportionnelle à l'axe que son extrémité libre décrit, ainsi qu'à sa grosseur, et réciproque à sa longueur ou à celle du cylindre, on trouve le résultat suivant. Nommons θ l'axe décrit à l'unité de distance dans le plan de la section extrême du côté de la force P, L la longueur du cylindre, K la longueur du bras de levier CB, I' le moment d'inertie de la section transversale du cylindre par rapport à l'axe central DC perpendiculaire à cette section, ϵ le coefficient de torsion, on a $\theta = \frac{L \cdot P \cdot K}{\epsilon \cdot I'}$. Quant au travail absorbé par la torsion ou par la déformation de la pièce, il est égal à $\frac{L \cdot P \cdot K^2}{\epsilon \cdot I'}$. Si le cylindre a pour base un cercle, on a $I' = \frac{\pi r^4}{4}$. L'axe de torsion θ décrit à l'unité de distance est égal à $\frac{6LPK}{\epsilon \pi r^4}$, et le travail consommé a pour valeur $\frac{6LP^2K^2}{\epsilon \pi r^4}$. Lorsque le cylindre est circulaire, le moment d'inertie I' devient $\frac{\pi r^4}{4}$, et les deux expressions précédentes $\frac{2LPK}{\epsilon r^4}$ et $\frac{2LP^2K^2}{\epsilon r^4}$.

78. Désignant par T le coefficient de résistance à la torsion, par r , la distance de la fibre la plus éloignée à l'axe du cylindre, par P l'effort limité dont le bras de levier est toujours K , et au-delà duquel l'élasticité serait altérée par suite de la torsion, on a $P = \frac{T}{r} \times \frac{r'}{K}$. Si l'il s'agit d'un carré, la distance r , à l'axe du prisme, de la fibre la plus éloignée, est évidemment la moitié d'une diagonale, c'est-à-dire la côté de ce carré, cette distance équivalant à $\frac{1}{2} \sqrt{2} a$ ou à $\frac{a}{\sqrt{2}}$. On fera dans la formule précédente $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$; $r' = \frac{a}{6}$; ce qui donne pour la résistance de cette pièce à la torsion $P = \frac{T \sqrt{2} a^2}{6 K} = \frac{T a \sqrt{2}}{K} = 0,235 \frac{T a}{K}$. Dans cette expression K représente la longueur du levier avec lequel la torsion de la barre s'effectue. Si le cylindre encastré est circulaire, et de rayon r , on a $r = r'$; $r' = \frac{\pi r^3}{2}$; d'où $P = \frac{T}{r} \times \frac{r'}{K} = \frac{T \pi r^3}{2 K}$. Or ces formules, et en retranchant dans le tableau du § 70 le coefficient de résistance à la torsion suivant la nature de la substance, il est possible de trouver quelle force de torsion une pièce prismatique de dimensions données peut supporter sans s'altérer, ou réciproquement, quelle elle devrait être dimensions de cette pièce pour supporter sans altération une force de torsion déterminée.

Résistance des
pièces chargées de bout
ou verticalement.

79. Ce qu'on adit § 72 relativement à la résistance des pièces de bout ou verticalement posées ne s'appliquant pas à toutes les hauteurs d'une pièce, il convient d'examiner cette circonstance qui se présente fréquemment dans la pratique. Pour distinguer entre la cas où une pièce a une hauteur très petite de celui où la hauteur est plus grande. Dans la première cas la pièce résiste seulement à l'écrasement, et ses dimensions se calculent au moyen du tableau suivant qui donne la charge qu'elle doit supporter par millimètre carré de section transversale.

Hauteurs	Substances.	Charge maximum par millim. carré de surface.
1 à 2 fois l'épaisseur	Chêne ou sapin	8,30
	Bois forcé	10,00
	Fonte	20,00
4 fois l'épaisseur	Bois	13,00
8 fois —	Bois	10,00
12 fois —	Bois	0,25
16 fois —	Bois forcé	6,25
	Bois	0,15
24 fois —	Bois forcé	5,00
36 fois —	Bois	4,33

Les cas intermédiaires ne sont pas donnés par l'expérience directe.

3°. p. 30.

Quand la longueur l de la pièce surpassera 20 fois l'épaisseur ou plutôt celle de sa section, on emploiera la formule suivante pour calculer la charge Q maximum à faire supporter :

1° pour une pièce rectangulaire . . . $Q = 0,323 \frac{ab^3}{L^3} \cdot E'$;

2° pour une pièce à base circulaire $Q = 7,757 \frac{r^4}{L^3} E'$;

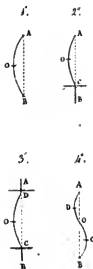
Dans lesquelles pour le bois . . . $E' = \frac{E}{10} = 100\,000\,000$ Kilog.

pour le fer forgé $E' = \frac{E}{2} = 5\,000\,000\,000$.

pour la fonte . . . $E' = \frac{E}{5} = 2\,000\,000\,000$. .

Influence de l'appui
sur la résistance des
matériaux.

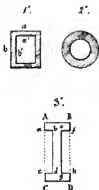
80. Le calcul précédent est seulement relatif au cas où la pièce n'est pas solidement encastrée à ses extrémités, et où, en dernière ressource, sortant de la direction primitive de l'axe, c'est ce qui arrive aux bielles des manivelles. Mais si l'un des bouts est fortement encastré, ce que l'autre soit libre, la pièce pourra supporter une charge double de celle qui est donnée par les formules. Enfin la charge deviendra quadruple, si les extrémités inférieure et supérieure sont maintenues par des guides dans l'axe primitif de la pièce, ou bien encore, si les extrémités étalent libres, elle est restée son million. En général on peut dire que la mesure de la résistance d'une pièce est proportionnelle au nombre des sections de rupture ou d'inflexion qui peuvent se produire par suite de la disposition des appuis. — Par exemple, fig. 1°, les extrémités A et B de la pièce sont libres, la poutre nous offrira sur cette seule fait courber à son milieu O, et c'est à l'une de cette section seule que la rupture tend à s'opérer; ce cas est celui des formules générales. — Lorsque pour un rotulement analogue, l'extrémité B fig. 2°, est encastrée à une certaine profondeur BC, la partie de la pièce qui est saillante au-dessus de l'encastrement tend à se courber à son milieu O, et il se forme une inflexion à la naissance C de l'encastrement; il y a donc deux sections de rupture en O et en C, voilà pourquoi la charge est double de celle qui donne le calcul précédent. — Si l'encastrement a lieu aux deux bouts A et B, fig. 3°, il y a trois sections de rupture D, O et C; la charge de la pièce est encore augmentée. — Il en est de même quand elle est retenue par son milieu O fig. 4°, la pièce AB se compose de deux moitiés AO et OB, qui tendent chacune à se courber à leurs milieux D et C. Il n'y a donc de sections de rupture qu'en ces deux derniers points; mais comme les flèches sont aussi moitié moindres, et qu'il n'y



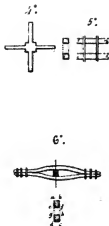
mesurant le moment de la charge dont elle sout le bras de levier, nous reconnaissons de suite que la suite que la charge est quadruple de celle qui a lieu quand la résistance de la pièce double.

Des considérations analogues sont applicables aux pièces de bois horizontales reposant sur deux appuis. Si, par exemple, une telle pièce chargée à son milieu par un poids P repose sur deux contreaux où les extrémités A et B ont la faculté de glisser, elle est évidemment dans la même état que si le point milieu O était fixé, chaque extrémité étant sollicitée par une force P . Ainsi la charge d'une telle pièce sur son milieu est double de celle qu'une pièce de même longueur, mais encastée par un bout, peut recevoir à son extrémité libre, si au contraire la pièce horizontale AB est fortement encastée par ses extrémités dans deux murs qui ne peuvent céder; jadis qu'elle supportera à son milieu une charge quadruple de celle d'une pièce de même longueur encastée par un bout et fléchissant à son autre extrémité. En effet à l'égard de la pièce horizontale AB doublement encastée nous pouvons lui appliquer en O un bras de levier moitié moindre, mais encore il y a deux sections de rupture en C et en D ; et par conséquent deux moments de résistance égaux l'un et l'autre à celui de la résistance qu'oppose la pièce encastée par un seul bout.

Influence des évidements ou des renforts ou côtes ajoutées aux pièces.



84. Nous avons promis (§ 73) de faire voir l'influence de ces évidements, côtes ou épaisseurs ajoutées à la section transversale d'une pièce prismatique. En désignant toujours par l la longueur d'une pièce encastée par un bout et par P la puissance appliquée au bout libre, qui tend à la faire fléchir, $P \times l$ sera toujours le moment de cette puissance. Mais on a vu au même paragraphe à quoi était égal le moment de la résistance des fibres, et dont la nature de la section transversale suppose pleine. Ce moment est pour le rectangle $R = \frac{b^3}{6}$ et pour le cercle $R = \frac{\pi r^3}{8}$. Si maintenant la section transversale est évidée, comme le représentent les deux figures 1 et 2, on cherchera le moment de la résistance comme si toute la section était pleine, on en retranchera le moment de la résistance du vide, et la différence devra être égalée au moment de la charge ou à $P \times l$. — S'il s'agit d'un ressort d'une machine à vapeur, fig 3, on calculera le moment de la résistance du rectangle $ABCD$, distincte aux de la résistance des rectangles vides $abcd$ et $efgh$. Retranchant ce dernier du moment du rectangle total $ABCD$, la différence devra être égale au moment de la charge. — On agira d'une manière



analogue par la disposition (4) et la disposition (5) composée de deux pièces liées entre elles et maintenues à un certain intervalle. — Enfin quand les pièces sont d'inégale épaisseur, ou que boulonnées par leurs extrémités fig 6 elles sont scindées par un tasseau situé à leur milieu et dont on peut dans le calcul faire abstraction, on verra qu'il se fera la rupture, c'est-à-dire le point où la courbure est la plus grande; et on choisira pour section celle où la résistance est la moindre. — Deux pièces liées par leur bout de manière que ces-ci ne puissent glisser, et scindées par un tasseau formé plus ou moins fort que si elles étaient appliquées à plat l'une contre l'autre. Car le moment de la résistance du milieu est égal au moment de la résistance du rectangle total $abcd$ moins celui de la résistance du rectangle vide $efgh$, et le premier est comme le carré de la hauteur totale ab . En comparant les moments de résistance des pièces scindées à ceux des pièces pleines, on reconnaît qu'il y a égalité de matière la première l'emporte sur les autres. La nature nous offre l'exemple des tuyaux de plume, des roseaux qui, quoiqu'ils soient légers, sont susceptibles d'une certaine résistance.

Construction et solidité des pièces de machines.

Tourillons et coussinets.

82. Les tourillons ou les quils sont des tiges ou des axes de pivotement d'un arbre en fer, ou en bois. Dans le premier cas ils sont coupés et sont coulés avec l'arbre, par conséquent un arbre en fer de grandes dimensions coûterait trop cher s'il était forgé. Mais lors que l'arbre est en bois, les tourillons en fer qui sont toujours préférables aux tourillons en bois, sont réunis à ces arbres de plusieurs manières.



1°. Tourillon à équerre ou à talon. Le plus simple des dispositifs ordinairement mis en usage dans les machines, consiste à pratiquer dans l'arbre depuis la circonférence jusqu'au-devant du centre une entaille capable de recevoir la partie saillante qui forme le prolongement du tourillon. Cette même partie saillante est de plus conlée en équerre à son extrémité pour se loger dans une mortaise creusée au fond de l'entaille, puis on frotte l'arbre dans la partie qui avoisine le tourillon.

2°. Tourillon à quatre bras. Une autre disposition consiste à armer le tourillon de quatre bras qui se réunissent autour d'un petit épaulement



petit épaulement qui s'est coulé d'une même pièce avec le tourillon. Les bras sont serrés contre l'arbre par des boulons dont l'écrou est rayé dans l'épaisseur de la pièce, de sorte que chaque boulon du côté des bras est carré pour qu'on puisse le tourner avec une clef dans son écrou; chaque boulon est introduit par une mortaise pratiquée dans l'arbre à la distance convenable. On bouche ensuite cette mortaise, et on frappe.

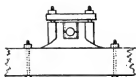
3°. Tourillon à ailes. Quelquefois les tourillons portent deux ou quatre ailes en fonte minces de deux pouces qui s'enfoncent jusqu'à 15 ou 20 pouces dans deux ou quatre entailles pratiquées à l'extrémité de l'arbre, lorsque les ailes sont logées dans leurs entailles respectives, on serre l'arbre avec des frettes.

4°. Tourillon à ailes réunies par un anneau. Le meilleur dispositif consiste à réunir les ailes par un anneau très épais d'un diamètre plus considérable que celui de l'arbre, et à chasser des calas entre l'arbre et l'anneau.

Il faut s'assurer que les tourillons bien concentriques avec l'axe de l'arbre, et s'ils le sont, les tourner sans en placer.

Les tourillons sont sur des crapaudines ou coussinets qu'on a le soin d'évider en demi-cercle pour que chaque tourillon puisse s'y mouvoir. Ces coussinets sont ordinairement en bronze ou en mélange de 84 parties de cuivre et de 16 en étain qui forme une composition fort dure. Les demi-coussinets dont il est d'abord question, s'emploient quand le tourillon ne tend pas à sortir; autrement on les compose de deux demi-coussinets qui sont opposés par un même diamètre. Si les demi-coussinets que nous venons de décrire, on se contente d'une simple bride au dessus d'un demi-coussinet. Un coussinet de cette dernière espèce est encastré au moyen de calas, sur une pièce de bois qu'on nomme plumard.

Les coussinets doubles reposent entre deux montants de fonte coulés sur une semelle fixée au plumard par deux boulons, les montants sont garnis chacun extérieurement d'un épaulement destiné à recevoir dans le moment de la coulée un boulon à vis. C'est dans ces derniers boulons que pénètre



Dimensions des tourillons.

une bride supérieure qui appuie sur le double coussinet par un talon placé au milieu de cette bride, et qui est surée par deux écrous adhérents aux boulons des épaulements accolés à chaque montant. Enfin pour que les coussinets ne glissent point dans les montants parallèlement à l'axe du tourillon, on garnit chacun des montants, d'une ouïlle qui est engagée dans une rainure verticale pratiquée à la surface latérale des coussinets. — Quand la tête des tourillons n'est pas très grande, on peut les faire en bois de gayer ou cornier, ou de sorbier de Schimper bouilli dans l'huile de lin. La meilleure graisse est le suif. — Enfin lorsque les supports de coussinets doivent être très hauts, on évite la semelle en forme de voutée.

83. Fretzgold donne aux tourillons une longueur égale aux $0,85$ du diamètre. Cette longueur qui n'influe nullement sur la résistance du frottement (car ce dernier est indépendante de la grandeur de la surface), cette longueur, dis-je n'est point indifférente pour la résistance du tourillon à la rupture. Pour calculer son diamètre, il faut supposer que le tourillon ne pèse que par un point sur l'extérieur du coussinet, et que la pression qu'il y éprouve tend à le rompre autour de son collet près de l'arbre. Le tourillon est alors dans la circonstance d'une pièce encastrée par un bout et sollicitée par une force agissant à l'autre extrémité et égale à la pression du tourillon contre le coussinet. On sait (2^e partie § 136), que pour avoir cette pression il faut chercher la résultante de la puissance et des résistances de l'arbre transportées parallèlement à elles-mêmes, et la décomposer en deux autres forces parallèles sur chaque tourillon. Nous pouvons d'ailleurs ici faire abstraction de la puissance qui généralement est tangentielle à la roue, et ne considérer que le poids de la roue et de toutes les pièces annexes décomposés sur chaque tourillon. Nous nous donne N cette pression ainsi évaluée, l la longueur du tourillon; $N \times l$ sera le moment de la puissance qui tend à faire fléchir le plus possible ou même à rompre le tourillon autour de son collet. Si r est le rayon de ce tourillon, le moment des résistances (§ 75) a pour expression $R \cdot \frac{\pi r^3}{8}$. R est le coefficient de la résistance à la flexion pour le fer donné par le tableau du § 70. On se contentera de faire $R = 8.000.000$ pour la fonte, égal $16.000.000$ pour le fer forgé. On aura par conséquent

$N = R \pi \frac{r^2}{\delta}$. Mais d'après loi de Fiedgold la longueur l du tourvillon est égale à $0,35 \cdot 2r = 1,70 \cdot r$, d'où $1,70 \cdot r \cdot N = R \frac{\pi r^2}{\delta}$ et par suite $r = \sqrt{\frac{2N \cdot \delta}{\pi K}} = \sqrt{\frac{6,10 N}{\pi K}}$. Le tourvillon est encore soumis à d'autres causes de rupture, à la torsion par exemple. D'une part il est entraîné par l'arbre en vertu de la puissance tangentielle à la roue, et d'autre part il est retenu contre la crapoillère par la friction. Soit donc F une composante de la puissance décomposée en d'autres situations dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par le centre de chaque tourvillon, K la grandeur du rayon de la roue; on aura en vertu de $(57) F \cdot K = T \cdot \frac{\pi r^2}{2}$ et par suite $r = \sqrt{\frac{2FK}{\pi T}}$. On pourra afin de ramener les calculs plus simples, faire $T = 8.000.000$ pour la fonte et $T = 10.000.000$ pour la fer forgé. Ces nombres sont plus ronds que ceux qui sont portés au tableau du § 70. Ce calcul étant fait ainsi que le précédent, on choisira le plus grand des deux rayons obtenus. On ajoutera à ce rayon encore trop faible, une plus-value relative à l'usage que Fiedgold estime au $\frac{1}{2}$ du rayon du tourvillon; mais qui nous paraît plutôt devoir être proportionnelle au travail de friction, et que nous estimons égale à $\frac{N \delta}{5000}$ pour un tourvillon qui marche toujours. Dans cette dernière formule, δ est la vitesse effective à la circonférence du tourvillon et N la pression qu'il supporte. La règle de Fiedgold pour évaluer la diamètre d'un tourvillon consiste dans cette formule $N = 60 d^2$, dans laquelle N représente la pression du tourvillon en kilogrammes et d le diamètre de ce tourvillon évalué en centimètres. Ainsi pour $N = 6.000$ kilogrammes, on trouve $d = 10$ centimètres. Cette charge est celle de l'arbre du manivelle de l'usine des Sucreries à Metz, dans le tourvillon est de 11 centimètres. Il est vrai qu'en ajoutant à 10 le $\frac{1}{2}$ en sur, comme le veut Fiedgold pour tenir compte de l'usage, on aurait avec la formule un peu plus de 11 centimètres.

Arbres en bois ou en fonte; Calcul de leurs dimensions.



84. Les arbres en bois sont tantôt d'une seule pièce, et tantôt composés de plusieurs parties. Dans le premier cas la pièce est taillée à 6 ou à 8 pans dans le sens de son profil, ou même elle est circulaire. Pour lui donner cette dernière forme, des hommes la font tourner sur place autour de son axe par un manivelle armée de biquilles, et un oursier entret avec une gouge creuse les parties saillantes. Si l'arbre se compose de plusieurs pièces, on donne à celles-ci la forme de ventriciels, de façon que leur réunion forme un arbre creux qui se maintient tel non seulement par leur arc-boutement, mais encore par la pression intérieure d'une frotte-



Pour en les envelopper les uns et les autres. On bien de remplir le vide intérieur, il vaut mieux le laisser, et faire porter le tourillon par un manchon à bras en fonte. Les frettes peuvent d'ailleurs se composer de deux parties armées de platine qui se rapprochent lentement au moyen d'écrous et de boulons. — Lorsqu'un arbre est en fer forgé ou en fonte, sa grosseur est au moins égale à celle du tourillon. En général il n'y a que les petits arbres qui sont construits en fer forgé. Si les arbres en fonte ont une grande portée, on les scieffe vers leur milieu.

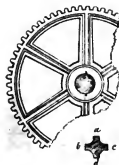
Les dimensions d'un arbre se calculent par les règles précédentes dans l'hypothèse de la flexion et de la torsion.

1°. Flexion. Les forces qui agissent sur les arbres des machines se réduisent presque toujours aux poids des arbres et des pièces montées dessus; le tourillon ayant la solidité suffisante, on n'aura qu'à supposer que la flexion se produit vers le milieu de l'intervalle des tourillons. On se figurera donc composera chacun des poids des pièces montées sur l'arbre en deux forces appliquées l'une au tourillon le plus voisin, et l'autre au milieu de l'arbre; les premières composantes se sont équilibrées par la résistance des tourillons. Considerons donc appliquées au milieu de l'arbre des poids ajoutés au poids total des arbres et formeront une somme que je nomme $2P$ laquelle est celle qui agit sur le milieu d'une pièce appuyée librement à ses deux extrémités. D'après ce qui a été dit au § 80 l'arbre aura les mêmes dimensions que s'il était encastré par un bout et sollicité à l'autre par une force P moitié de celle qui agit à son milieu. On aura en vertu du § 75, $P \times L = R \cdot \frac{\pi r^3}{4}$ d'où $r = \sqrt[3]{\frac{4PL}{\pi R}}$. L est la longueur de l'arbre. R ou le coefficient de rupture est donné par le tableau du § 70. On pourrait, pour abréger faire $R = 700.000$ pour la fonte, égal 800.000 pour la ferre, et égal $14.000.000$ pour le fer forgé. La force obtenue en outre que le rayon r sera celui de la section milieu de l'arbre. Si l'arbre est creux, on déterminera le moment de la résistance du creux pour avoir $P \times L$, ainsi qu'il a été dit (§ 81), et on nommera r' le rayon du creux, on aura $P \times L = R \cdot \frac{\pi r^3}{4} - R \cdot \frac{\pi r'^3}{4}$. Lorsque r' est connu d'avance, cette formule donnera r . Si au lieu de même si le rapport de r' à r est donné on le par exemple $r' = \frac{3}{4} r$. La méthode que nous venons de donner, quoiqu'approchée, est cependant bien suffisante pour la pratique.

2°. Torsion

2°. *Torsion.* La résistance à la torsion est en effet, d'après la charge, mais elle dépend des efforts tangentiels et autres montés sur l'arbre. Si l'axe d'elles est perpendiculaire dans une même direction, l'arbre est poussé en sens contraire au centre de la résistance. L'arbre tend à se tordre entre les deux roues, comme si l'une était fixe. Rien n'est plus facile que de trouver l'effort tangentiel F à chaque roue d'après le travail qui lui est communiqué § 68. Nommant K le rayon de l'axe de l'arbre pour laquelle l'effort est F , on considère l'autre comme une surface, R le rayon de l'arbre, on aura la relation des dimensions de l'arbre pour qu'il résiste à la torsion, d'après la torsion (§ 78) et $F \times K = T \frac{R^3}{2}$ d'où $T = \sqrt{\frac{8 F \times K}{T \times R}}$. Les côtés ou manivelles joints à un arbre, ne contribuent point à augmenter la résistance à la torsion, on dit l'arbre était un par une manivelle, le calcul s'effectuerait de la même manière, R serait l'effort exercé sur le bout de la manivelle et K la longueur de son bras. Ces efforts se déterminent d'ailleurs d'après ce qu'on a dit touchant le travail des manivelles. On fera la manivelle plus forte près de l'arbre qu'à l'extrémité, suivant la forme de la parabole d'égalité de tension § 76, et on calculera les dimensions de la plus grande section près de l'arbre, de la même manière que pour le balancier d'une machine à vapeur, et d'après l'intensité de l'effort F qui a lieu sur le bouton. Il est inutile de répéter que les deux rayons obtenus pour la section d'un arbre sont par la considération de la flexion ou, pour celle de la torsion, on devra choisir le plus grand.

Roue.



85. Les roues en bois, à petites dimensions ou de deux mètres de diamètre, ont trois à quatre bras; elles en ont cinq à six au moins jusqu'à quand elles sont grandes. Ces bras se ressemblent à un bois vu à travers dans l'arbre, et sont destinés à porter les jantes de la roue. La construction de ces roues est trop variée pour qu'on nous en donne une plus de détails.

Les roues dentées en fonte se construisent d'une seule pièce avec leurs bras quand elles sont petites ou d'un diamètre inférieur à trois mètres. On fait les roues en bois plus larges au moyeu qu'à la couronne de la roue, suivant ce qu'on indique la parabole de moindre résistance. Elles sont plus minces que les jantes

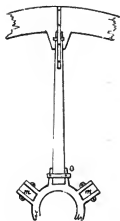
n'est large, et on la renforce latéralement par des côtes ou nervures suivant la forme *a b c d*, pour s'opposer à la flexion latérale. Voici une table donnée par Fredgold des proportions des raines, selon la nature des efforts exercés à la circonférence des roues, en supposant à cet égard un milieu de rayon, et six raines.

Effort perpendiculaire au rayon en kil.	10.	40.	80.	155.	244.	336.	430.	530.	730.	970.
Largeur des raines en centimètres	4,20	6,00	8,00	8,50	9,70	10,67	11,64	12,12	13,10	13,80
Épaisseur de la couronne en centim.	1,31	2,00	3,00	3,90	4,85	6,30	6,30	8,25	8,79	9,70

Effort perpendiculaire au rayon en kil.	1100.	1210.	1500.	1750.	2200.	2500.	2660.	3400.	5220.	5500.
Largeur des raines en centimètres	14,50	15,50	16,00	16,50	17,00	17,50	18,00	18,50	19,00	19,50
Épaisseur de la couronne en centim.	10,67	11,64	12,64	13,63	14,06	16,50	17,00	17,95	19,00	19,40

La première ligne de ce tableau contient les efforts tangentiels à une roue, la deuxième la largeur la plus grande du milieu du rayon dans la zone du mouvement, la troisième l'épaisseur ou la saillie de la couronne qui fortifie le rayon. Pour avoir ces mêmes dimensions pour une roue d'un tout autre rayon qu'un mètre, on les multiplie par \sqrt{R} , R étant le rayon donné. On pourrait encore ici calculer la largeur des raines par les formules précédentes, en supposant que la rupture se fait à la base des raines, ce que son extrémité du côté de la jointe soit sollicitée par l'effort de la couronne. Et la largeur, comme les raines, sont au nombre de six, on se devrait prendre que le $\frac{1}{6}$ de cet effort. — Fredgold suppose qu'on donne aux raines une épaisseur perpendiculaire au plan de la roue égale au tiers de l'épaisseur de la jointe mesurée perpendiculairement à l'axe, mais il n'indique pas cette dernière dimension. — S'ensuit-il qu'on fasse l'épaisseur de la jointe égale à 5 centimètres pour les grandes roues de quatre à six mètres, et à deux ou trois centimètres pour les petites roues d'un mètre. Dans tous les cas elle ne sera jamais moindre que l'épaisseur des dents, afin qu'elle soit en rapport avec la puissance qui sollicite la roue. — L'épaisseur de la jointe des roues en fonte doit être aussi déterminée par la considération du retrait de la fonte lors de la solidité, et être mise en rapport avec les dimensions des bras, lorsque ceux-ci doivent être coulés avec la jointe. Il nous semble que les rapports les plus convenables sont ceux qui permettent à la jointe et aux bras de se retirer également pendant le refroidissement. Or il est certain que la couronne et les bras tendent alors à diminuer à la fin dans la proportion de la longueur de ces dernières, de sorte que, si le refroidissement s'opère suivant la même loi tant pour les bras que pour la jointe à chaque instant, on n'a ni traction ni compression notablement les unes, il n'y aurait ni tension ni traction

reciproque. Les jantes sur les raies, tout se retirera ensemble. On se fera remarquer que la chaleur contenue à l'intérieur de la coulé est proportionnelle au volume de chaque partie, et la caloricité qui s'échappe proportionnelle à la surface est l'issue de refroidissement. Si donc le rapport du volume à la surface est le même pour les raies et pour la jante, la pièce se retirera également dans toutes ses parties. Calculant par conséquent le volume et la surface de la jante puis ceux des raies, on verra si les rapports respectifs du volume à la surface sont les mêmes. On aura soin dans cette recherche de tenir compte de la surface développée des courbures. Cette règle apprend que la largeur moyenne des raies doit être presque égale à la largeur de la jante estimée parallèlement à l'axe, lorsque les épaisseurs des raies sont les mêmes que celles de la couronne. — Quand la roue est grande ou qu'elle a 4 mètres et au delà, on fait la jante d'une seule pièce, et on y assemble les bras au moyen de clefs et d'étriers boulonnés, ainsi qu'on le voit sur la figure. Les bras peuvent être en bois ou en fonte. Dans le premier cas, ils se réunissent sur un moyeu ou manchon en fonte ou brattachant l'arbre. Les bras entrent dans des espèces de vidées ou boîtes saillantes *m* ou *m'* au verso du côté extérieur, et y sont maintenues soit par des brides en fer *O*, soit par un plateau en fonte *P*. — Lorsque les bras sont en fonte, ils font corps avec le manchon. — Souvent les roues sont larges, sont soutenues par plusieurs jantes et par plusieurs systèmes de bras. — Enfin si la roue tourne fort vite, et si la jante est épaisse et composée de plusieurs morceaux comme les volants, la force centrifuge fait effort pour détacher la jante. Cette action est égale à $\frac{\rho}{g} \frac{V^2}{r}$; et dans cette expression *P* représente le poids de la jante, *V* sa vitesse et *r* son rayon. Les morceaux de jante sont réunis entre eux par des liens de fer encastrés et boulonnés, et attachés avec les bras au moyen d'étriers boulonnés.



Equilibre

Equilibre des Fluides.

Surfaces de niveau.

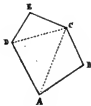
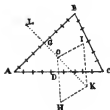
86. Après nous être occupés de la mécanique des solides nous allons passer à celle des fluides, dans lequel nous le détail des définitions sur les fluides, qui ont été établies dans les préliminaires ainsi que dans tout les ouvrages de Physique, nous nous bornerons à dire qu'ils se distinguent en deux genres principaux, le genre *liquides* et le genre *gazeux*; que les liquides demeurent en repos sur le fond d'un vase ouvert à sa partie supérieure et que les fluides gazeux s'y étendent indéfiniment par suite de la répulsion réciproque que la calorique exerce entre leurs molécules. Néanmoins tous les principes que nous allons déduire sont communs aux uns et aux autres. C'est une loi générale de tous les fluides pesants que quand ils sont en équilibre ou en repos, leur surface libre est de niveau ou perpendiculaire dans tous ses points à l'action de la gravité. Si on efface cette dernière force et s'il est par perpendiculaire à la surface du fluide, on pourrait décomposer cette force pour chaque molécule en deux parties, l'une perpendiculaire à la surface et l'autre située dans le plan tangent à la surface prise de la molécule; bien que la première soit dérivée par la distance de la surface; il n'en est pas de même de la seconde composante, car elle produirait le mouvement sur la molécule d'autant plus facilement que toutes les autres molécules seraient entraînées par des composantes analogues. On voit d'après cela que la surface d'un liquide en repos ou en équilibre doit avoir toutes ses éléments perpendiculaires à la direction de la gravité. Or la surface de la terre, la mer, les grandes lacs sont terminés par des surfaces de niveau à peu près horizontales dont le centre est celui de la terre; dans une petite étendue, le niveau des liquides (comme par exemple pour l'eau contenue dans un vase) est un plan horizontal.

Principe de l'égalité de pression.



87. Considérons un fluide pesant contenu dans un vase ABCD et dont MN est la surface de niveau. Les diverses parties de ce fluide au repos ou en équilibre sont soumises à deux espèces de pressions dont l'une provient de la gravité, et l'autre d'une cause extérieure qui pousse sur toute les parties de la surface MN. En faisant d'abord abstraction de la gravité, examinons comment, dans l'état d'équilibre du fluide, la pression extérieure se transmet de molécule à molécule jusqu'aux parois du vase. Si cet équilibre subsiste, il est clair qu'il ne sera pas troublé par la supposition

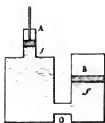
qu'une portion ou quelqueque de ce fluide se congèle ou se solidifie. Pour que cette portion ne puisse prendre aucun mouvement, il faut qu'elle soit pressée d'autout par les, de façon que la résultante de des pressions qu'elle éprouve soit zéro. Parmi toutes les combinaisons qui sont susceptibles de satisfaire à cette condition de l'équilibre, la combinaison spéciale et caractéristique des fluides est celle en vertu de laquelle toutes les pressions exercées sur les faces qui terminent un fluide, sont également réparties si ces faces sont égales, ou proportionnelles à ces faces, si celles-ci sont inégales. Ici nous nous bornons à offrir l'équilibre à un corps lorsque les pressions d'un fluide sont également réparties ou transmises sur ses diverses faces, ou sur celle de vase qui la contient, quelle que soit la forme de ce dernier. Soit ABC un triangle plan fluide dont les côtés AB , BC et AC sont pressés également dans tous leurs points, on suppose des pressions résultantes proportionnelles à leurs longueurs, pressions qui sont évidemment appliquées à leurs milieux GF et D selon les perpendiculaires LO , FO et OH . Je dis qu'un tel triangle est en équilibre. En d'abord ces trois perpendiculaires concourent en un même point centre du cercle circonscrit au triangle. Prenant sur chacune d'elles les parties OL , OI et OH proportionnelles aux pressions qu'elles représentent, et par suite aux côtés AB , BC et AC , et construisant sur deux de ces pressions OI et OH le parallélogramme $OIKH$, sa diagonale OK sera égale à la résultante des pressions exercées sur les côtés BC et AC . Le triangle OIK dont les deux côtés OI et IK sont à la fois perpendiculaires et proportionnels aux deux côtés BC et AC du triangle ABC , est évidemment semblable à ce dernier. Donc son troisième côté OK , c'est à dire la résultante des pressions des côtés en question est aussi à la fois perpendiculaire et proportionnel à AB , c'est à dire en un mot qu'elle est égale et directement opposée à la pression que supporte ce troisième côté. Or il y a équilibre entre trois forces, toutes les fois que la résultante de deux d'entre elles est égale et directement contraire à la troisième force. Si le fluide est contenu dans un polygone plan quelconque $ABCDE$ dont les côtés sont également pressés dans tous leurs points, l'équilibre se vérifie de la même manière. Car la résultante des pressions sur AB et BC passera par le milieu du côté AC du triangle ABC et lui sera à la fois perpendiculaire et proportionnelle, de sorte que les pressions AB et BC seront remplacées par la pression proportionnelle exercée sur le côté AC .



On ferait voir de même que la pression proportionnelle exercée sur le côté DC du triangle DAC pourra être substituée aux pressions sur DA et AC , ou remplacer les pressions proportionnelles qu'éprouvent les trois côtés AB , BC et AD du polygone. Il ne reste donc qu'à voir si l'équilibre a lieu sur le triangle DCE dont les trois côtés DC , DE et EC sont également pressés sur tous leurs points. Or il est évident que cet équilibre est justifié d'après la proposition précédente. Ainsi le fluide est en équilibre lorsqu'il est contenu dans un polygone plan dont les côtés sont pressés également dans tous leurs points. — Si le fluide est renfermé dans une pyramide triangulaire, pressée par des forces proportionnelles à ses quatre faces, ces forces perpendiculaires à ces faces iront encore concourir en un même point, et il serait facile de prouver que la résultante de trois d'entre elles serait à la fois perpendiculaire et proportionnelle à la quatrième face, ou qu'elle serait égale et directement contraire à la pression de la quatrième face. — De la pyramide triangulaire on passe aux polyèdres puisqu'ils peuvent se décomposer en pyramides triangulaires ayant une face commune chacune à chacune. Enfin on justifie l'équilibre d'un fluide sur une surface courbe quelconque dont tous les points sont également pressés, puisqu'une telle surface peut être regardée comme un polyèdre d'une infinité de faces. D'où nous concluons que quelle que soit la forme d'un vase dans lequel un fluide est contenu, ce dernier y sera toujours en équilibre, pourvu que les pressions transmises dans tous les points de ses parois soient égales; et comme un fluide jouit de la propriété exclusive de transmettre également la pression dans tous les sens, l'équilibre sera toujours possible quelle que soit la forme du vase qui le renferme. — Cette proposition très importante fait voir qu'un fluide supporté sans pesanteur qu'on renfermerait dans un vase, ne saurait en réagissant contre les parois soit par lui-même soit en vertu de la pression extérieure d'un piston, produire aucun mouvement sur le vase. (Ce sont les pressions qu'il exerce contre les parois du vase étant les mêmes dans tous les points du vase, il y a nécessairement l'équilibre quelle que soit la figure de ce dernier. C'est ainsi que quand du vin de champagne est contenu dans une bouteille, celle-ci ne tend pas à glisser, et cependant elle réagit dans tous les sens.)

Définition de la pression,
moyen de la multiplier.

83. Le principe de l'égalité de pression nous permet de définir la pression exercée par un fluide sur une surface donnée. Soit tous les points de cette dernière sont également pressés, la pression totale



qu'elle supposera sera proportionnelle à la grandeur de son aire. Notamment p le nombre de kilogrammes de la pression par unité de surface ou pour un mètre carré, A l'aire en mètres carrés de la surface qu'on considère, on aura $p \times A$ pour la mesure de la pression qui agit sur la surface A . On peut donc multiplier à volonté une pression exercée sur un fluide, puisqu'il suffira d'agrandir la surface contre laquelle s'agit le fluide. C'est ainsi qu'en pratiquant à un vase une petite ouverture ou une petite tuyau fermé par un piston, une pression modérée sur ce dernier se distribue sur toutes les parois du vase, et devient énorme sur les surfaces de ce dernier quand elles sont considérables. Si par exemple, la surface du piston étant de centimètres carrés, sa pression est de 5 kilogrammes, ce que la surface intérieure des parois du vase soit de 10.000 centimètres carrés, les parois supporteront une pression totale 5 \times 10.000 ou de 50.000 kilogrammes. — Considérons encore un liquide dont nous faisons toujours abstraction du poids, contenu dans deux vases communiquant entre eux par un canal O et pressé par un piston A que sollicitent une force P . On demande la pression totale que transmettra ce liquide contre la face d'un piston B qui s'appuie à sa sortie. Si je nomme S la surface du piston moteur, p la pression qu'il reçoit pour une unité de surface, on aura évidemment $P = sp$. Or cette pression unitaire p doit, à cause du principe d'égalité de pression, être transmise intégralement à tous les points du liquide, et par suite à tous les points de la surface du piston résistant B , surface que je désigne par S ; en sorte que la pression totale qu'il recevra sera égale à Sp . D'où on voit que les pressions totales des pistons A et B sont proportionnelles à leurs surfaces respectives s et S , ou que celle du piston B sera dix fois, cent fois plus grande que celle du piston A , selon que S sera égale à 10, à 100. Mais on s'est point une raison pour que le travail du piston résistant B augmente dans la même proportion; il ne peut même être qu'un plus égal au travail du piston moteur A . En effet si je désigne par H la hauteur dont ce dernier descend, le travail dépensé par ce piston est égal à $P \times H$ ou à $Sp \times H$. Soit h la hauteur de course dont monte le piston résistant pendant qu'il a été descendu de H , le travail de la résistance du piston B aura pour expression $S \times p \times h$. Mais l'eau n'étant pas sensiblement compressible, ne saurait avoir changé de volume.

pendant la descente du piston A et pendant la montée simultanée du piston B, de sorte que la diminution apportée à ce volume par la course de A se trouve précisément égale à l'augmentation apportée par la course de B. On aura donc $S \times H = S \times h$ et par suite $S \times p \times H = S \times p \times h$. Donc les deux travaux sont égaux, et s'il est possible de produire des pressions étonnantes, on ne saurait, pour cela, augmenter le travail. En admettant *a priori* que les deux travaux sont égaux, ainsi que cela résulte du principe de la transmission du travail, on en conclut que les pressions totales des pistons sont en raison inverse de leurs surfaces. Car en appelant P et Q les pressions totales, on a pour hypothèse $P \times H = Q \times h$; d'ailleurs les hauteurs H et h sont en raison inverse des surfaces à cause de l'incompressibilité du liquide; donc il en est de même à *l'égard* des pressions.

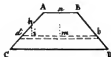
Pressions des fluides pesants.

39. Jusqu'ici nous n'avons examiné que la transmission opérée de molécule à molécule pour un fluide, de la pression exercée à sa surface; cette pression qui se propage intégralement dans tous les sens, peut être désignée sous le terme générique de pression hydrostatique, pour la distinguer de celle qui provient uniquement des forces qui, comme la pesanteur, sollicitent toutes les molécules. Car cette dernière pression ne se comporte plus de la même manière, elle est constante pour tous les points d'une même tranche horizontale, et varie d'une tranche à l'autre, en raison de la charge du fluide supportée au dessus de chacune d'elles. En résumé la pression due à la pesanteur ne se propage pas dans le fluide de bas en haut, au lieu que la pression hydrostatique se communique et reste constante dans toutes les sens. Soit donc un fluide pesant reposant dans un vase, et dont la surface AB, supérieure et horizontale est pressée par une certaine pression extérieure. Découpons ce fluide en tranches horizontales, et considérons de l'une d'elles un cube a b c d. Si le fluide était sans pesanteur, toutes les faces de ce cube seraient pressées également; en sorte que les pressions sur les faces horizontales et sur les faces latérales seraient égales non seulement pour deux faces opposées, mais encore pour toutes. Mais le cube a b c d est pesant aussi bien que le fluide extérieur; ce poids altère nécessairement la pression qui provient de l'extérieur et qui n'



s'exerce sur ab , c'est à dire que la pression exercée sur les cinq autres faces, ou sur la face inférieure cd et sur les faces latérales ac et bd devient égale à la pression sur ab plus le poids du cube $abcd$. Si d'ailleurs on suppose une colonne entière ayant pour base et traversant toute la vase toute la hauteur du fluide, et qu'on décompose cette colonne en tranches horizontales, on verra sans peine que les faces latérales et la base inférieure de la première tranche sont pressées par la pression extérieure sur fg , plus le poids dû à la hauteur de cette première tranche; que dans la deuxième tranche la pression sur la face inférieure et sur ces faces latérales équivaut à la pression extérieure sur fg plus le poids des deux premières tranches ou le poids dû à la hauteur du niveau AB au dessus de la base de cette seconde tranche; en un mot pour chaque tranche, la pression transmise sur sa base et latéralement est mesurée par la somme de la pression extérieure et du poids de la hauteur de fluide superposée. Enfin si on prolonge ces tranches jusqu'à ce qu'elles rencontrent les parois du vase, on verra de même que ces parois sont également chargées, et que leur pression en chaque point par unité de surface se mesure de la même manière que celle qui a lieu constamment pour chaque tranche correspondante.

Examen de la pression
des fluides pesants dans
des vases inégaux.



90. On pourroit croire que dans un vase dont les parois sont inclinées et plus rapprochées au sommet qu'à la base, la pression hydrostatique pour les points de chaque tranche ab est seulement augmentée du poids de la colonne verticale hi du fluide comprise entre cette tranche et la paroi inclinée CA . Mais c'est une erreur facile à rectifier, en observant qu'un autre point m de cette tranche situé au dessous du niveau supérieur AB , reçoit une pression égale à la pression hydrostatique exercée sur ce niveau, augmentée de celle qui est due au poids de la hauteur km de ce niveau au dessus de la tranche que l'on considère. D'ailleurs cette tranche transmet horizontalement et perpendiculairement à la paroi AC en a cette même pression totale, de sorte que ce point a est pressé et par la pression extérieure et par le poids de la colonne verticale ayant pour hauteur celle du niveau AB au dessus de la tranche à laquelle le point a de la paroi appartient.

Quant à la pression unitaire en chaque point, elle se compose de la pression hydrostatique par unité de surface augmentée du poids d'une colonne fluide ayant cette unité pour base, et pour hauteur celle du niveau au dessus du point dont il s'agit. — Pour concevoir que la pression naturelle exercée à la surface supérieure AB peut être quelconque, imaginez que cette surface devienne solide et qu'elle soit pressée par un poids quelconque; on reconstruit ensuite que cette pression se transmettant isolément d'une tranche à l'autre du fluide pesant à la surface duquel elle agit, s'augmente successivement du poids des diverses tranches qu'elle pénètre, et qu'elle devient d'autant plus considérable que la profondeur des points du fluide est plus grande. Ainsi par exemple la surface de la mer est pressée par la pression atmosphérique, et s'y enfonçant on éprouve des pressions de plus en plus grandes (Cloche du Plongeur). Quant à la pression atmosphérique qui presse également sur tous les points de la surface de la mer, il est encore possible de s'en rendre compte. Quoiqu'on ne puisse assigner la cause qui ferait que la hauteur de l'atmosphère fût limitée, toujours est-il qu'en la décomposant en couches successives, la couche la plus élevée n'a rien à supporter, la deuxième supporte la première, la troisième la deuxième et ainsi de suite; les pressions sont ainsi en augmentant à mesure qu'on se rapproche de la terre, et elle est la plus grande à la surface des eaux. Cette pression que l'on nomme atmosphérique et qui est ordinairement la pression extérieure des liquides, se mesure par le baromètre; elle est de 1,033 par ce même carré; et elle équivaut au poids d'une colonne qui ayant cette même base aurait pour l'eau une hauteur de 10,33, et pour le mercure 0,75. Ainsi donc dans une tranche. a b, d'un fluide qui contient un vase, chaque point de l'élément ou de la paroi du vase qui lui correspond, est pressé par la pression atmosphérique et par le poids de la hauteur du niveau du fluide au dessus de la tranche. On peut se demander comment les parois peuvent résister à une pression si considérable. En y réfléchissant, on aperçoit que si par l'intermédiaire du fluide la vase est pressé de dedans au dehors par l'air atmosphérique qui agit sur le niveau supérieur du fluide, d'un autre côté il est pressé du dehors en dedans par l'air libre qui l'environne extérieurement; de sorte qu'en réalité les parois ne sont pressées que par le poids du fluide renfermé dans le vase.

Le raisonnement précédent, qui prouve que la pression n'est supportée par un fluide passant contre les parois du vase qui le contient, et



est égale au poids de la charge au dessus de ces parois, fait voir que le fond est pressé par un poids plus considérable que celui du fluide qui y est renfermé. Ainsi dans un vase tel que EFGD, la pression sur le fond CD équivaut au poids du prisme CDGH lequel est plus grand que le poids ABCD contenu dans ce vase; cependant la pression du fond CD contre une table n'est pas plus forte que la poids total du vase et du fluide. On explique ce paradoxe, en recherchant la pression exercée par le fluide en chaque point du vase, au moyen des principes précédents et en décomposant chacune d'elles en deux autres l'une horizontale et l'autre verticale. Rien n'est plus facile que de faire voir que toutes les pressions horizontales s'entre-détruisent et qu'ainsi le vase ne peut glisser sur le plan horizontal qui le supporte. Mais pour les pressions verticales, les unes sont dirigées de bas en haut et les autres de haut en bas. La somme de ces dernières n'est autre chose que la pression totale exercée sur le fond CD, et si on retranche la somme de celles qui s'exercent de bas en haut, leur différence qui est précisément la pression du fond CD contre la table ou le plan horizontal, se trouve être précisément égale au poids du liquide.*

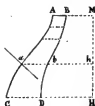


* Supposons pour plus de simplicité un vase ABCD dont la largeur perpendiculaire au plan du dessin soit égale à l'unité de longueur, et considérons l'élément qui a pour largeur cette unité et pour hauteur la petite portion de courbe MM' que nous regarderons comme une petite ligne droite. Soit une abstraction de la pression atmosphérique pour laquelle, comme nous le savons, le vase est en équilibre, nous aurons pour la pression due à la pesanteur sur l'élément MM', $P \times MM'$ (P est le poids de l'unité de volume de liquide). Cette pression étant perpendiculaire à l'élément sera dirigée selon la perpendiculaire PM. Sa composante verticale QM dirigée de bas en haut, est donnée par la proportion $PM : QM :: MM' : MO$ d'où

$$QM = PM \times \frac{MO}{MM'} = P \times NM \times MM' \times \frac{MO}{MM'} = P \times NM \times MO = P \times NM \times ON = P \times NM \times OM'.$$

On voit ainsi de même que la somme des pressions verticales de bas en haut provenant de celles qui sont exercées contre les autres éléments du parois, est représentée par la somme des rectangles analogues à $NM \times OM'$ c'est-à-dire par l'aire de la courbe ACH. Or la pression de haut en bas sur le fond CD est proportionnelle à BHCD ou à ABCD + ACH. Donc la pression résultante du fond est proportionnelle à ABCD + aire ACH = aire ACH, c'est-à-dire à ABCD. Donc elle équivaut au poids du liquide renfermé dans le vase.

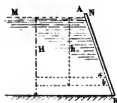
Application de la pression
des fluides pesants.



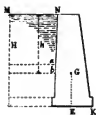
91. Qu'elle que soit l'étendue et la forme du vase EFCD, nous divisons chaque tranche ab quelconque horizontale en prismes par un poids de liquide égal à celui d'un prisme qui a cette même tranche pour base et pour hauteur, l'abaissément Mh de cette tranche au dessous du niveau supérieur AB , mais encore chaque point a de la paroi est pressé, sur l'unité de surface, normalement à la paroi en cet endroit par une colonne de fluide ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur la hauteur Mh , et cette pression unitaire contre la paroi est en sura par le poids des deux prismes. — Ce qui précède s'applique aussi aux typhons ou vases recourbés ouverts par les deux bords; les surfaces libres y sont de niveau, et la pression à chaque hauteur se mesure comme ci-dessus. On peut d'ailleurs démontrer encore ces propriétés, en imaginant un tuyau dans un vase rempli d'un fluide en équilibre; l'équilibre n'étant pas troublé par cette hypothèse, il faudra qu'il aie lieu séparément dans le tuyau. Si au lieu d'un seul liquide, on en considère plusieurs de densités différentes renfermés dans un même vase, le plus lourd occupera le fond, le plus léger la face supérieure, et ces densités moyennes s'établiront entre ces deux liquides extrêmes. La surface de séparation entre deux liquides différents sera évidemment de niveau, et cela se démontre comme pour la surface supérieure d'un seul liquide. Enfin la pression sur le fond est égale à la somme des poids des prismes des divers liquides qui ont pour base commune la surface du fond et pour hauteur respective celle de la tranche qui constitue chaque liquide en particulier. C'est ainsi que les choses se passent dans l'atmosphère. Celle-ci presse du poids de toutes ses couches la surface de la terre.

Détermination de l'épais-
seur des vannes, des batar-
deaux ou des digues.

92. Il est intéressant de connaître la pression du fluide sur chaque point du vase qui le contient. L'eau par exemple est souvent renfermée, en volume considérable, dans des réservoirs que forme d'un côté un massif en maçonnerie avec un vide pour laisser échapper de la rature l'eau au besoin. La communication de ce vide se trouvant d'ailleurs interceptée par une surface plane qu'on ouvre ou qu'on ferme à volonté, et qui se nomme vanne, on voit qu'il est nécessaire de calculer la pression sur cette vanne afin de lui donner une épaisseur nécessaire pour résister



répondre aux effets de cette pression. Soit par exemple AB une vanne fermant un réservoir dans lequel l'eau coupe le niveau MN; nommons l la largeur de l'ouverture de cette vanne dans le sens perpendiculaire au plan du tableau. Décomposons le fluide par tranches horizontales qui coupent la vanne en tranches dont la hauteur telle que $ab = x$ est très petite. Soit enfin h la hauteur du niveau MN au dessus de l'une de ces tranches; la pression due au poids du fluide sur la tranche ab de la vanne sera égale au poids du prisme d'eau ayant pour base la tranche ab et pour hauteur la hauteur h . Si je désigne par π le poids d'un mètre cube d'eau ou 1000 Kil, ce que j'observe que l'aire de la tranche en question a pour mesure $l \times x$, la pression cherchée sera représentée par $\pi h \times l \times x$. D'où l'on voit que la pression contre la vanne croît proportionnellement à la profondeur de ses divers points au dessus du niveau, de sorte que ses épaisseurs des raies croissent depuis son sommet jusqu'à la base. Ordinairement on donne à la vanne une épaisseur constante; mais en même temps cette épaisseur doit correspondre à la pression la plus grande parmi celles qui agissent aux divers points de la surface de la vanne. Considérons donc la tranche la plus basse BB et nommons a cette hauteur fort petite, H la hauteur du niveau MN au dessus de son milieu; il est évident que la pression sur cette tranche aura pour valeur $\pi H \times a$ appliquée au milieu de cette longueur. Enfin la tranche repose par ses extrémités dans deux encastrement, et nous arrivons, au chapitre de la résistance des matériaux, que la charge capable d'altérer l'élasticité d'un métal n'est autre que la quart de celle qui produirait un effet analogue à l'extrémité de la même pièce encastrée seulement par l'autre extrémité. Si donc j'appelle b l'épaisseur de la vanne, nous aurons l'égalité $\frac{\pi H \times a}{4} = \frac{R \times b^2}{6I}$, ou $\frac{\pi H \times a}{4} = \frac{R \times b^2}{9I}$. D'où $b = \sqrt{\frac{9 \pi H \times a}{2R}}$. Cette doit être l'épaisseur à donner à la vanne. Ces calculs si simples nous conduisent naturellement à la question de l'équilibre d'un batardeau en maçonnerie destinée à soutenir à une hauteur donnée les eaux d'un réservoir. Nous supposons pour plus de simplicité que ce batardeau soit terminé du côté du fluide par une face verticale. Nous conserverons les mêmes dénominations que tout à l'heure, H est



la hauteur du niveau MN au dessus du plan inférieur de la fondation, h l'enfoncement d'un élément quelconque ab de face verticale du batardieu; l est la longueur du batardieu; γ est la poids du mètre-cube d'eau. Enfin la pression sur l'élément ab est $\pi l x \times h$. On trouverait pour tout autre élément que sa, ainsi serait $\pi l x' h'$. Faisant la somme de toutes ces pressions qui sont perpendiculaires à la face du batardieu, on aura une résultante ainsi que la pression totale dont la valeur sera $\pi \{ l x \cdot h + l x' h' \}$. Or $l x h$ n'est autre chose que la moment de l'élément de la face plongée du batardieu par rapport au niveau supérieur, et nous savons qu'une pareille somme est égale à l'air totale plongée multipliée par la distance du centre de gravité de cette dernière au niveau supérieur. Donc la pression totale contre une face plane rectangulaire, plongée dans un fluide est égale au poids d'un prisme d'eau ayant pour base la partie plongée et pour hauteur celle du niveau au-dessus du centre de gravité de cette partie plongée; ce résultat est indépendant de l'inclinaison de la face. Comme nous l'avons dit, on suppose verticale la face intérieure à batardieu, toutes les pressions deviennent horizontales et tendent à faire glisser le batardieu sur sa base. Notons P le poids du batardieu, f le coefficient du frottement de la machine sur la terrain, coefficient qui est environ $\frac{1}{3}$, fP ou $\frac{P}{3}$ sera la résistance que le batardieu oppose à l'effet des pressions horizontales. On trouve que $\frac{P}{3}$ est moindre que la résultante de ces dernières, on le gira la base du batardieu des extrémités de laquelle partent la talus qui le terminent, jusqu'à ce que le poids P du batardieu ait été augmenté de manière que $\frac{P}{3}$ soit égal à la résultante des pressions; et nous parviendrons ainsi à la connaissance des dimensions du batardieu nécessaires pour qu'il résiste au glissement. Ce batardieu pourrait néanmoins encore tourner autour de l'arête intérieure K de sa base, si le moment de la résultante des pressions n'était au moins égal au moment du poids du batardieu par rapport à cette même arête K . En supposant que le batardieu soit terminé par deux faces verticales et en appelant E son épaisseur inconnue π le poids d'un mètre-cube de machine à laquelle est environ de 2000 Kilogrammes, $\pi H \times E \times l$ sera le poids du batardieu. Son moment, attendu que la verticale de son centre de gravité passe par le milieu de l'épaisseur, aura pour valeur,

$$\pi H \times E \cdot l \cdot \frac{E}{2} = \pi \frac{H E^2}{2} = 2000 \cdot \frac{H E^2}{2} = 1000 H E^2.$$



Ouvrons à la détermination du moment de la pression résultante du fluide; elle se réduit à trouver le point d'application de cette dernière. Pour obtenir ce point d'application, nous chercherons d'abord le moment de ces pressions par rapport à un plan quelconque, et nous choisirons pour ce plan le plan de niveau supérieur MN. Il est évident que dans ce cas le bras de levier de la pression sur l'élément qui mesure ab sera h , c'est-à-dire que le moment de cette pression partielle sera $K \pi b^2 x h$ ou $\pi b^2 x h^3$. Un moment analogue à b sera h , c'est-à-dire que le moment de cette pression partielle sera $K \pi h^2 x h$ ou $\pi h^2 x h^3$. Un moment analogue s'obtient pour une autre pression partielle, il ne s'agira plus pour avoir la somme de ces moments que de chercher une somme de produits tels que $x h^3$. Considérons une pyramide régulière dont la base soit un carré qui a pour côté la hauteur H , il est évident que toutes les sections de cette pyramide parallèles à cette base sont des carrés, et que leur côté est aussi égal à leur distance au sommet. Désignons par x une de ces distances, et cherchons le volume intercepté entre deux tranches distantes entre elles d'une quantité très petite et égale à x , le produit $x h^3$ sera ce volume intercepté, et la somme de tous ces volumes équivaudra au volume total de la pyramide ou à $\frac{H}{3} \times H^3 = \frac{H^4}{3}$. Donc la somme de moments $\pi K \{x h^3 + x h^3 + \dots\}$ aura pour valeur $\pi \frac{H^4}{3}$ expression dans laquelle H représente la hauteur totale du niveau MN au-dessus du pied du batardeau. Si nous divisons $\frac{\pi H^4}{3}$ par la pression totale ou par $\pi H \times \frac{H}{2}$, le quotient $\frac{2}{3} H$ indique que le point d'application de la pression totale ou le centre de pression, est situé aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur totale de la face verticale à partir du niveau, ou au tiers de cette même hauteur à partir du point le plus bas K. Donc le moment total de la pression par rapport à ce dernier point sera $\frac{\pi H^4}{2} \times \frac{H}{3}$ ou $\pi \frac{H^5}{6} = 1000 \text{ Kil} \frac{H^5}{6}$. Égalant enfin ce moment à celui que nous avons obtenu pour le poids du batardeau, nous aurons cette relation $1000 H E^3 = 1000 \frac{H^5}{6}$ ou $E^3 = \frac{H^3}{6}$ ou enfin $E = H \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = 0,493 H$. L'expérience apprend que les batardeaux doivent avoir au moins 1^m. d'épaisseur pour ne pas laisser l'eau s'y infiltrer. On fera donc toujours $E = 1^m$, tant que la hauteur H du batardeau sera moindre que 2^m. Dans les constructions on se sert d'une règle empirique fort simple pour fixer l'épaisseur des murs de quai qui soutiennent la fois l'eau et la poussée des terres. Le talus extérieur de ces murs étant de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{10}$, on prend à la moitié de la hauteur, l'épaisseur égale au $\frac{1}{2}$ de la hauteur. Pour les batardeaux d'écluse, cette même épaisseur s'élève à la moitié de la hauteur, c'est-à-dire que b vaut

précédent s'indique, on se les digues sont en terre, on leur donne l'épaisseur au sommet, et comme elles sont terminées par des pentes naturelles en amont et en aval, on s'assure seulement qu'elles y sont résistives au glissement.

Épaisseur des chaudières à vapeur, des tuyaux de conduite, etc.



93. Nous avons vu que quand un fluide est contenu dans un espace sans que des points de pression soient l'une d'elle, la pression est due soit à une pression extérieure exercée par un piston ou de toute autre manière à sa surface, soit à la tension même du fluide, et distribuée uniformément sur toute la surface du vase, et dont la densité du fluide est proportionnelle à l'abaissement de chaque point du vase au-dessous du niveau supérieur. Mais il faut remarquer que la pression hydrostatique n'est considérable par rapport à la charge du fluide, et qu'on peut faire abstraction de la pression due au poids. Cette circonstance est principalement applicable à la pompe continue dans une chaudière ou dans des tuyaux de conduite et rend très facile le calcul de l'épaisseur des vases dans lesquels elle est requise. Considérons donc une chaudière ou tuyau cylindrique dans lequel la vapeur exerce une pression ou tension représentée par p par unité de surface. Si R est le rayon intérieur du cylindre et sa longueur parallèle à l'axe, $2\pi R \times l$ sera la surface intérieure et $2\pi R l \times p$ la pression totale que cette surface supporte. Si on se représente cette pression, le tuyau tend à se dilater et que son rayon devienne $R + r$, r étant un très-petit accroissement de rayon, ce petit accroissement représentera le chemin parcouru par les divers points du vase dans la direction de la pression, savoir que $2\pi R l \times p \times r$ sera le travail dépensé par la pression totale pour produire la dilatation r . Mais la circonférence intérieure, de $2\pi R$ qu'était son développement, est devenue $2\pi (R + r)$, et s'est aussi accrue de $2\pi r$. Cette dernière valeur sera évidemment le chemin parcouru par le point d'application de la résistance des parois à cette dilatation. Nommons B le coefficient de la résistance à la traction du matériau qui constitue le tuyau, et son épaisseur e sera la mesure de son profil et $B e$ la mesure de sa résistance. Car conséquemment le travail de la résistance de la chaudière sera $B e \times 2\pi r \times l$. Mais en vertu du principe de la transmission du travail, le travail de puissance est égal à celui de la résistance d'où $2\pi R l \times p \times r = B e \times 2\pi r \times l$ ou bien en supprimant les facteurs communs aux deux membres, $R p = B e$, et par suite $e = \frac{R p}{B}$. Dans cette formule les longueurs sont rapportées

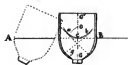
sont rapportés à l'unité de mesure que est le mètre; p est la pression de la vapeur par mètre carré. On fera $p = 10330^{\text{kil}} \approx 20660^{\text{liv}} \approx$ selon que la pression sera de 1, 2, &c. atmosphères. On se rappellera que la valeur de B est égale à 8.000.000 kil pour le fer laminé, égale à 600.000 kil pour la tôle de cuivre, = 360.000 kil pour le plomb, et = 500.000 kil pour le verre. — Lorsque dans un cylindre vertical la charge du fluide est d'être négligeable, on décomposera le cylindre en tranches, et on cherchera sur chaque tranche la pression exercée par unité de surface, en y comprenant celle qui est due à la charge. La formule précédente donnera pour chaque tranche, des épaisseurs différentes et plus considérables à mesure que la tranche s'approche du fond. Mais comme en pratique on construit les chaudières en tuyaux avec une épaisseur uniforme, on choisira celle qui est trouvée pour le fond. — Jusqu'ici on a supposé un tuyau ou à la chauffe une longueur indéfinie; et il arrive souvent que l'un ou l'autre est terminé par un fond qui rend le système plus solide. Dans tous les cas on ne doit point compter sur ces excès de solidité. Si ce fond n'était pas appuyé contre un plan inébranlable, il courbierait de lui donner une épaisseur capable de résister à toute la charge du fluide qu'il supporte. Cette question qui n'a point encore été abordée dans toute sa rigueur, peut être traitée ainsi qu'il est dit avec une approximation suffisante pour la pratique. Comme ce fond fait corps avec le cylindre, on le supposera réduit à une zone ABCD symétriquement placée par rapport au centre O et dont la largeur AB soit égale au rayon R. On se regardera cette zone comme un corps prismatique encastré à ses deux bouts chargés à son milieu d'un poids égal à la pression totale du fluide sur le fond. On calculera l'épaisseur de cette pièce comme on l'a fait pour celle de la voute (p. 92) et il est évident que l'épaisseur obtenue pour la zone ABCD conviendra à fortiori pour la autres bandes du fond. Enfin il est encore une dernière considération qu'on ne doit pas négliger, c'est que le fond ne puisse pas être arraché du cylindre. On en cherchant la pression totale sur le fond qui comprend, bien entendu, la pression hydrostatique et celle qui est due au poids du fluide, on la supposera également répartie sur la surface de l'anneau. Si on détermine la résistance de ce même anneau, laquelle est proportionnelle à sa surface et l'estime facilement, on verra si cette dernière est plus grande que la pression totale.



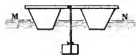
Equilibre des corps flottants.



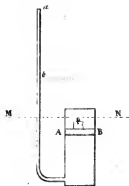
94. Considérons un liquide en équilibre dans un vase, et supposons que cet équilibre ne sera pas troublé si nous y ajoutons une masse quelconque O de ce liquide s'étendant d'une crête très mince et parfaitement solide. Dès lors cette masse O pourra être regardée comme un fluide renfermé dans un vase quelconque sur la tranche PQ qui lui est immédiatement inférieure, comme sur un plan invariable, et d'après ce que nous avons vu (§90), la pression que la masse O exercera sur cette tranche ou qui sera détruite par cette tranche sera égale au poids du volume O de ce fluide. Remplaçons maintenant ce volume O de fluide par un corps de même volume et de matière différente, puisque la tranche fluide opposée à ce corps une pression égale au poids du volume fluide dans lequel vient la place, on doit en conclure que ce corps ainsi plongé perd de son poids une quantité précisément égale à celui d'un pareil volume du fluide. Ce principe sera par Archimède et employé en physique pour trouver la pesanteur spécifique et la densité des corps. — Lorsque le corps est moins pesant que le volume de fluide égal au sien, il flotte à la surface de l'eau de manière à y rester en équilibre. Ce qui exige que la résultante des pressions verticales qu'il éprouve de bas en haut de la part du fluide soit égale et directement contraire à la résultante de toutes les forces qui sollicitent ce corps de haut en bas. La première résultante est connue, nous venons de le voir, égale au poids du volume de fluide déplacé par le corps, la seconde est le poids du corps lui-même. Ainsi pour la condition de l'équilibre du corps flottant, il faut que le poids du volume de fluide déplacé, soit égal au poids total du corps. La seconde condition résulte de ce que les résultantes des deux genres de pression sont l'une et l'autre verticales; chaque l'une d'elles doit donc se confondre sur la même verticale; et comme l'une passe par le centre de gravité du fluide déplacé et l'autre par le centre de gravité du corps, on recommande qu'il faut en outre que les deux centres de gravité soient situés sur la même verticale. Celles sont les deux conditions relatives à l'équilibre des corps flottants. Mais la stabilité de cet équilibre est indépendante pour ce qui concerne le corps de charbon, soit par exemple un bateau en équilibre sur un fluide dont le niveau est AB . Ce dernier plan qu'on nomme plan de flottaison est tel que prolongé dans l'intérieur du bateau, il en sépare au dessous de lui un volume dont le poids en fluide est égal à celui du bateau et de sa charge,



ce sera celle que soit la position du bateau. D'où il suit que si dans l'intérieur de ce dernier, on fait passer une suite de plans séparant de la carène des volumes égaux entre eux et à celui de l'eau déplacé par le bateau, ces plans se confondront tous à tour avec le plan de flottaison, toutes les fois que le bateau prendra des positions convenables. Mais ces plans peuvent être regardés comme enveloppant une même surface courbe abc à laquelle ils sont tangents, de sorte que dans toutes les positions possibles, cette surface demeurera tangente au plan de flottaison AB . Nous pourrions donc la regarder comme liée invariablement au bateau, et la comme forcée de rouler sur le plan AB . Si maintenant on mène à cette surface dans une normale infiniment voisine, qui se coupe en O , ce point sera le centre de rotation autour duquel la surface abc tournera en même temps que le bateau et le centre de gravité de ce dernier, pour passer à une position infiniment voisine de l'équilibre voisin. Or on sait (§ 51, 2^e partie) que l'équilibre sera stable ou non stable, selon que pour un changement de position très petit le centre de gravité du système s'élève ou s'abaisse, ce qui arrive ici selon que la verticale primitive d'équilibre OC , le centre de gravité du bateau est au-dessous ou au-dessus de ce point O que l'on nomme métacentre. Donc l'équilibre sera stable toutes les fois que le centre de gravité du bateau est au-dessous du métacentre, et que par conséquent la stabilité de l'équilibre sera assurée quand le centre de gravité du bateau est plus bas que le centre de gravité du fluide déplacé. Mais il ne s'en suit pas que cette condition soit indispensable; car cet équilibre aurait lieu, lors même que le centre de gravité serait plus haut, pourvu qu'il demeurât inférieur au métacentre. Supposons deux bateaux égaux entre eux et flottant dans un liquide dont le niveau est en MN . Et supposons qu'ils déplacent un certain volume d'eau dont le poids est égal aux poids des deux bateaux. Si on ajoute dans leur carène une charge de 2000 Kil^g, ils s'enfonceront dans l'eau jusqu'à ce que le volume d'eau déplacé se soit augmenté d'un nouveau volume pesant 2000 Kilogrammes.



Imaginez que dans cet état on attache au système des deux bateaux une corde dont l'autre extrémité est fixée à un objet

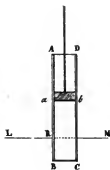


qu'on veut enlever au fond de l'eau, et que la corde ait été fort bien tendue au moyen de cabestans, on conçoit que si on entre à ces bateaux la surcharge des 2000 Kilog^m, la pression du fluide en de bas des bateaux de bas en haut surpassera de cette même quantité leurs poids; ainsi ils agiteront sur le fardeau qu'on veut soulever avec ce effort de 2000 Kilog^m et l'enlèvement si la résistance à ce fardeau est inférieure à cet effort. — On a lieu d'appréhender au milieu des chargements, on peut dans les ports de la Manche profiter de la marée montante, on en a même agi ainsi à Cherbourg pour enlever les débris des batteries au moment même du passage de l'ennemi, pendant la durée de l'excavation de son bassin. — Si on suppose une masse fluide dans un vase en communication avec un tube mince vertical ouvert à sa partie supérieure *a*, il est évident que dans l'état d'équilibre entre les pressions hydrostatiques qui ont lieu tant dans le vase que dans le tuyau, le liquide occupe dans l'un et l'autre la même niveau *MN*. Si on ajoute une surcharge à la surface de l'eau dans le vase, l'eau s'y abaissera, et elle s'élèvera dans le tuyau, jusqu'à ce que la hauteur de la colonne en *b* au dessus du niveau *AB* dans le vase fasse équilibre à la surcharge. Cette propriété fournit un nouveau moyen de peser les corps; on peut même établir sur le tube une échelle indicatrice des poids qui placés sur le piston *AB* font élever la colonne d'eau à la hauteur ou de grés de cette échelle. Mais les inconvénients de cette méthode consistent dans les frottements du piston *AB*; il faudrait avoir recours à l'expérience pour en tenir compte et tracer l'échelle. — C'est sur ce principe qu'on fonde le système de la balance destinée à peser les voitures sur les routes. Peut-être vaudrait-il mieux faire reposer les voitures sur un grand cylindre flottant qui à mesure qu'il s'enfoncerait, déplace un plus grand volume d'eau et fait élever le niveau supérieur de l'eau dans le vase même qui le contient. On aurait également un tube indicateur en communication avec le vase, et où l'eau s'élèverait ici à la même hauteur que dans le vase. De cette manière on éviterait l'inconvénient des frottements dont nous avons parlé à l'égard de la première balance.

Des Pompes.

Des Pompes.

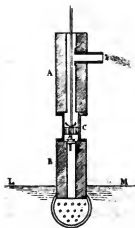
Pompe aspirante.



95. Quoique la description des pompes ait été faite dans le cours de l'histoire de l'hygiène, il est nécessaire d'en donner une idée succincte afin d'expliquer ensuite leurs propriétés sous la pince de vue mécanique. ABCD est un tuyau cylindrique vertical plongé dans un fluide dont le niveau est LM, et ouvert par les deux bords, il est évident que le niveau s'établira dans l'intérieur du tuyau à la hauteur de LM, parce que le niveau de cet intérieur est celui de l'extérieur sont chargés d'une même pression qui est la pression atmosphérique, et qu'il faut que les deux charges sur l'extrémité ouverte BC soient égales. Si de plus, on y adapte un piston dans le jeu puisse s'exercer dans son intérieur alternativement de haut en bas et de bas en haut, on aura ce qu'on nomme une pompe aspirante. Car si le piston est amené sur la surface de l'eau de façon qu'il n'y ait pas d'air interposé entre cette surface et la base inférieure du piston, et qu'on élève ensuite le piston, l'eau, produira, ou plutôt il tendra à se produire au-dessous du piston son vide que l'eau remplira aussitôt. Pour concevoir en vertu de quelle pression l'eau s'élève avec le piston, il faut observer que la pression qui agit de bas en haut sur BC est qui provient du niveau extérieur ou égal à la pression atmosphérique augmentée de celle qui est due à la charge RB de ce niveau. Quant à la pression ascendante qui s'exerce de haut en bas contre BC, elle est seulement due au poids de la colonne de fluide remplissant l'espace du tuyau laissée au-dessous du piston ou de la colonne abBC. Donc la pression résultante qui pousse le fluide de bas en haut équivaut à la pression atmosphérique plus le poids d'une colonne de fluide ayant RB pour hauteur moins le poids d'une colonne du même fluide de haut à B, en un mot cette pression équivaut à la pression atmosphérique diminuée de celle qui est due à la charge de la hauteur RA, c'est-à-dire à la charge de l'eau déjà élevée en arrière du piston au-dessus du niveau LM. Donc l'eau pourra s'élever jusqu'à une hauteur où le poids de sa charge au-dessus du niveau fera équilibre à la pression atmosphérique et comme cette dernière pression est celle d'une colonne d'eau ayant 10³,33 de hauteur, il faut en conclure que l'eau ne suivra pas le piston au-delà de 10³,33 ou de son niveau LM à l'aide d'une simple pompe. Quoiqu'en effet la pression barométrique soit telle que nous venons de la définir,

Voici maintenant en quoi consiste le jeu de ces soupapes.

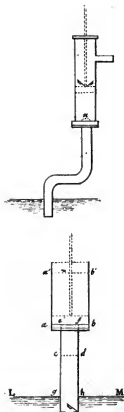
Supposons que le piston à partir du fond BC soit soulevé, le fluide au-dessus de BC va réagir en vertu de la pression atmosphérique extérieure sur le niveau LM, diminuée de celle de la charge du liquide intérieur au-dessus de ce niveau, et il soulèvera la soupape à coquille *cc* qui demeurera ainsi ouverte pendant toute la durée de la montée du piston ou de l'aspiration. Quand aux soupapes *mn*, comme il se forme un vide pendant la durée de l'aspiration au-dessous du piston, elles seront tenues fermées par la pression atmosphérique supérieure. Arrivé au haut de sa course, imaginez que le piston vienne ensuite à descendre, le piston va rencontrer le fluide, et ce dernier bravera sans la pression imprimée par le moteur au piston, jusqu'à la soupape *cc*, celle-ci sera forcément fermée. Mais alors, aussi le fluide contenu dans l'intérieur de la pompe au-dessous du piston, réagit contre les clapets *mn*, et ceux-ci s'ouvrent dès que la pression du liquide est celle que le moteur imprime au piston, — l'emporte sur la pression atmosphérique extérieure. De cette manière tout le fluide compris entre le bas du piston et le fond BC aura passé au-dessus de la surface supérieure du piston, après une descente complète, sauf les portions qui se seront échappées par suite de fuites et qui seront restées dans le réservoir commun. Si maintenant on établit un digorgement en *d* en tirant au dehors de la course du piston, l'eau passera au-dessous du piston pendant la descente, s'échappera pendant une nouvelle ascension. C'est la manière dont le jeu se continue indéfiniment dans la pompe aspirante.



Dans la pratique on ne peut faire parcourir au piston qu'un espace limité. Cette course est de 5 à 6 pouces quand la pompe peut être manœuvrée par un seul homme et de 5 à 6 pieds pour les machines guidées. Il convient que la partie du corps de pompe parcourue par le piston soit un cylindre parfaitement allié dans son intérieur. Le reste de la pompe n'exige pas autant de précision. De ce que l'espace parcouru par le piston est si court, il n'est plus nécessaire que la soupape à clapet qui laisse passer l'eau du réservoir à l'intérieur du corps de pompe, soit placée à la hauteur du niveau LM; elle peut donc être établie au-dessus. Les pompes généralement utilisées à Metz consistent dans deux cylindres ou boîtes A et B de 2 pouces

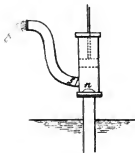
de diamètre intérieur et réunis bout à bout par un cylindre de cuivre C d'un diamètre intérieur un peu plus grand, lequel est destiné à recevoir le piston, et qui par cette raison se nomme *aspirateur*. La partie au-dessus est le corps de pompe. Quand au cylindre B, il porte au haut la soupape à clapet κ , et il se termine au bas par un vase métallique ou *gracailleuse*, percée de trous et qui empêche que les corps flottants ne montent dans la pompe. C'est que je l'ai dit, les diamètres intérieurs de A et B sont égaux; le diamètre du piston doit aussi en différer le moins possible, mais il est rendu un peu plus grand, afin qu'on puisse pratiquer dans ce piston deux trous à l'eau simultanément une issue au moins égale à l'air intérieure du corps de pompe. Si cette issue, ainsi qu'on le verra, était moindre, les étranglements qui en résulteraient occasionneraient une perte de force vive ou une diminution dans le travail utile.

Un autre dispositif consiste à faire le tuyau inférieur un peu plus étroit que le corps de pompe dans lequel se meut le piston, à rendre ce tuyau aspirateur; si le réservoir est éloigné de l'espace où le piston doit se mouvoir, on a établi la soupape κ qui doit donner passage à l'eau dans le corps de pompe au sommet du tuyau. Mais il peut arriver que quoiqu'il y ait le jeu du piston au lieu d'une hauteur inférieure à la limite où l'eau ne puisse plus monter au-dessus de lui, l'eau s'arrête dès la première aspiration dans le tuyau aspirateur et ne parvient plus dans le corps de pompe après un second coup de piston. Nous considérerons seulement le cas où la soupape *vermante* κ est placée au bas du tuyau aspirateur. $a b$ est la position la plus basse du piston et $a' b'$ sa position la plus haute. Avant la première aspiration, l'air contenu dans la partie $e f g h$ est sous la tension naturelle, et il se dilate lorsque de la position $a b$ le piston passe à la position supérieure $a' b'$; pendant cette ascension, l'eau monte tant que cet air se dilate, et s'arrête en $c d$ au moment où le piston est en $a' b'$, et il est évident que la pression de l'air renforcé entre $c d$ et $a' b'$ est moindre que la pression atmosphérique agissant sur le niveau $L M$, puisque la pression due au ressort de l'air intérieur, augmentée de la charge $d h$, fait équilibre à la pression extérieure sur le niveau $L M$. Lorsque le piston descend de $a' b'$, la soupape κ se ferme, et celle du piston ne

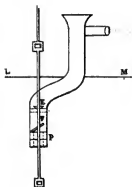


s'ouvrent pour donner le passage à l'air compris entre la surface inférieure du niveau cd , qui n'est autre que cet air intercepté, & acquies une pression supérieure à la pression atmosphérique qui agit au-dessus du piston. Par conséquent lorsque la piston est parvenu à sa position la plus basse ab , l'air compris dans l'espace $efcd$ est à la tension de l'air extérieur. Appelons H la hauteur $10^{\text{e}}, 33$ de la colonne d'eau qui soutient cette tension, h' la hauteur d'eau contenue dans le tuyau aspirateur au-dessus du niveau LM . On voit que pour une seconde ascension du piston, l'air compris dans l'espace $efcd$ occupe l'espace $ab'a'b' + efcd$, si la colonne d'eau ne change pas sa hauteur h' . Or en vertu du principe de Mariotte, la tension sera alors mesurée par une hauteur d'eau égale à $\frac{H \cdot efcd}{ab'a'b' + efcd}$, puisque les pressions varient en raison inverse des volumes, & il est évident que l'eau ne montera pas dans le tuyau aspirateur toutes les fois que $h' + h > \frac{H \cdot efcd}{ab'a'b' + efcd}$ qui mesure la pression de haut en bas sur gh , est égale à H ou plus grand que H , hauteur qui représente la pression exercée de bas en haut contre gh par la pression atmosphérique sur le niveau LM . Cette dernière condition peut être satisfaite quoique la hauteur $a'b'$ au-dessus de LM soit inférieure à celle qui correspond à la pression atmosphérique. Le calcul apprend que cet accident n'est pas à craindre tant que la hauteur du corps de pompe au-dessus du niveau du réservoir est moindre que 28 pieds.

Pompe aspirante et foulante
ou
Pompe simplement foulante.



96. Dans la pompe aspirante et foulante, le piston ne porte plus de soupape à sa surface et refoule l'eau dans sa descente. Il y a toujours une soupape fermante B au sommet du tuyau aspirateur comme dans la pompe précédente, le piston aspire l'eau pendant sa montée; puis en descendant ce piston la presse fortement au-dessus de lui, & l'en échappe par un tuyau latéral pour s'élever à la hauteur voulue qui ici peut être quelconque selon la pression que le moteur exerce contre le piston. On place à l'entrée de ce tuyau une soupape S qui s'ouvre du dedans au dehors du corps de pompe, & qui en retombant par son propre poids pendant l'aspiration, empêche l'eau du tuyau latéral de descendre. — Dans les pompes foulantes le corps de pompe est conique, le piston joue dans la partie inférieure



Travail des pompes.

plongée du corps de pompe au moyen d'un système de manœuvre dont le plan est perpendiculaire au tableau et qui embrasse le corps de pompe dans la remonte. On descend de la en un piston qui, comme nous l'avons dit, s'élève au-dessus du niveau LM est un diaphragme percé d'une ouverture qui forme une soupape E capable de s'ouvrir de bas en haut. Cette soupape E est adaptée à la surface supérieure du piston, et couvre les ouvertures dont il est percé de part et d'autre. Pendant la descente du piston la soupape E est fermée et la soupape F est ouverte. Pendant la montée la contraire arrive; la soupape F reste fermée; l'eau refoulée de bas en haut par le piston force la soupape E à s'ouvrir et s'élève dans le corps de pompe. La hauteur à laquelle elle montera dépendra ici que de la force du moteur qui fait mouvoir le piston. Nous saurons plus de détails sur la pompe aspirante et foulante, et sur la pompe simplement foulante, au 3.^e volume du Cours industriel, de M^{re} Dupin, 10.^e Édition, pages 311 et suivantes.

La disposition des pompes varie à l'infini, mais il existe deux principes communs à toutes les espèces : 1.^o le volume de l'eau élevée à chaque coup de piston est un peu moindre que celui de la course cylindrique du piston, et ce qu'il est aisé de voir d'après les descriptions précédentes; je dirai un peu moindre à cause des fuites qui permet le vide qui subsiste toujours entre le corps de pompe et le pourtour du piston. 2.^o Le travail développé sur la tige du piston est égal au travail des frottements et résistances, plus au travail équivalant au produit du poids d'eau élevée à chaque oscillation et multiplié par la hauteur comprise depuis le niveau LM inférieur jusqu'au dégorgeoir de la pompe. Ce dernier travail représente évidemment d'après nos théorèmes l'effet utile; on peut cependant encore le démontrer pour chaque cas individuel.

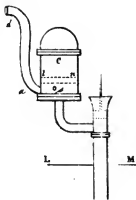
Dans les pompes foulantes le piston en descendant ne produit aucun travail utile. Mais en montant il a à vaincre la pression d'une colonne de fluide dont la base est celle du piston, et dont la hauteur est celle du dégorgeoir au-dessus de la tête du piston. Notons H la hauteur du dégorgeoir au-dessus du niveau LM du réservoir, y la hauteur variable de ce dernier au-dessus de la tête du piston, H + y sera la hauteur totale de la colonne d'eau qui presse le piston

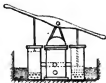
de haut en bas. Mais ce même piston est pressé de bas en haut par le niveau LM avec une force égale au poids d'une colonne d'eau ayant y pour hauteur, ainsi le piston résiste de haut en bas avec une pression mesurée par la différence $H + y - y$ ou H . Si je nomme π le poids d'un mètre cube d'eau, A la base du piston, πAH sera la pression utile qui doit vaincre le moteur pendant la montée, et si j'appelle B la course du piston, $\pi A \cdot H \cdot B$ sera le travail utile. Or $\pi A \cdot H \cdot B = \pi A \cdot A \cdot B \times H$; $A \cdot B$ est le poids du volume d'eau égal à la course du piston, c'est-à-dire la poids de l'eau montée à chaque coup; donc le travail utile dans la pompe foulante équivaut effectivement au produit du poids de l'eau élevée à chaque coup de piston et de la hauteur de dégorgeoir au dessus du niveau inférieur. Dans la pompe aspirante et foulante, lorsque le piston monte, sa surface supérieure est pressée de haut en bas par l'atmosphère et sa surface inférieure de bas en haut par une pression atmosphérique moins la hauteur y du point de sa course où il se trouve au dessus du niveau LM; c'est comme s'il était pressé de haut en bas par une colonne de liquide ayant en hauteur l'élévation y du piston au dessus de ce niveau, son travail instantané utile est donc égal à $\pi A y \cdot b$, b étant l'espace très petit que le piston parcourt pendant un temps élémentaire. Or $A y$ est le montant du volume élémentaire de course par rapport au niveau LM, la somme de tous ces montants multipliée par π représentant le travail utile pendant une ascension, ou vaut que si on nomme y la hauteur du centre de gravité du volume de la course totale dont B est l'amplitude, le travail total pour une course ascendante du piston sera $\pi A B y$. Pendant la descente, le piston est seulement chargé du poids du fluide contenu dans le tuyau latéral, et si on nomme X la hauteur du dégorgeoir au dessus du centre de gravité de la course du piston, le travail utile que le piston aura à vaincre pendant sa descente, sera $\pi A B X$. Ainsi pendant une oscillation complète, le travail utile sera $\pi A B (X + y)$ or la somme $X + y$ n'est autre chose que la hauteur H du dégorgeoir au dessus du niveau LM, donc le travail utile pendant une oscillation complète sera $\pi A B H$, et conduit à une conclusion analogue; on raisonerait de la même manière pour la pompe simplement aspirante. Et cette définition de l'effet utile produit dans les pompes, nous devons ajouter que quand l'eau doit s'écouler du dégorgeoir avec une grande vitesse, la quantité de force vive imprimée à l'eau —

à l'eau à sa sortie, correspond à un travail qu'il faut considérer comme faisant partie de l'effet utile; il est au contraire perdu quand cette vitesse est inutile.

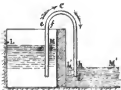
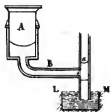
On peut encore juger dans laquelle de ces trois pompes le travail est le plus inégal. Si l'on s'agit d'une pompe foulante, le piston en montant est poussé par le poids de toute la colonne d'eau comprise entre le dégorgeoir et le niveau LM, le moteur a en outre le poids du piston à soulever. Dans la descente, ce dernier poids favorise le moteur qui n'a d'ailleurs à vaincre alors que les frottements; d'où il suit que le travail du moteur est fort inégal dans ce genre de pompe. Dans la pompe aspirante et foulante, le travail de la montée est égal à celui de la descente, lors que $y = x$, ou lors que $2y = H$ ou lors que $y = \frac{H}{2}$; ce qui indique, ne si la course moyenne du piston répond au milieu de la charge entière ou de la hauteur du dégorgeoir au-dessus du niveau du réservoir, le travail devient très régulier. Enfin dans la pompe simplement aspirante, la pression du moteur en descendant est nulle ou égale aux résistances du frottement, et en montant la pression à vaincre équivaut au poids de la colonne dont la hauteur est celle du dégorgeoir au-dessus du niveau LM; ainsi l'action est fort inégulière et ce n'est que pendant la moitié que s'effectue le travail utile lequel est toujours égal au poids d'un volume d'eau égal à celui d'une course multipliée par la hauteur de la charge entière.

On régularise l'action des pompes aspirantes et des pompes foulantes de deux manières. Soit on arme les balanciers de contrepoids dont le poids est la moitié de la résistance moyenne que le piston doit vaincre en montant (150) et qui descend ou monte en même temps que le piston s'élève ou descend. Soit on pour les pompes aspirantes et foulantes, on se sert des réservoirs à air. L'eau au lieu de s'élever immédiatement dans le tuyau d'ascension entre dans la capacité C remplie d'air et prend un niveau LN tel que l'air poussé entre ce niveau et le siphon supérieur du vase fait ressort pour expulser l'eau dans le tuyau latéral ad. Une soupape en O empêche le liquide d'arriver dans le réservoir C d'en descendre. Quand le piston monte et ne refoule pas l'eau dans le réservoir C, le ressort de l'air comprimé fait que l'écoulement de l'eau par le tuyau ad est continu, au lieu qu'il serait intermittent sans ce réservoir.





Presse hydraulique
à Syphon.



La pompe à inondie est établie d'après ce dernier système. Elle consiste en deux pompes aspirantes et foulantes qui se foulent l'eau dans un réservoir commun à air d'où elle sort ensuite d'un jet continu, par un tuyau destiné à la conduire sur les points jugés convenables. D'après ce qui précède, on voit que la pompe peut être placée loin du réservoir d'eau au moyen de tuyaux de communication, parce que la pression se transmet à contre les distances. En général les clapets doivent être placés aux endroits convenables pour empêcher l'eau de descendre. Enfin dans les meilleures pompes, le travail utile est les $\frac{2}{3}$ au plus du travail moteur à cause des frottements et résistances des pistons, ouverture des clapets, et à cause de l'inertie du liquide qu'il faut vaincre. Il faut d'ailleurs éviter d'élever l'eau plus haut qu'il n'est nécessaire et de lui donner une trop grande vitesse d'où résulte une perte de force vive. Les ébranlements des pompes produisent aussi des chocs nuisibles, ainsi qu'on le fera voir, quand on traitera de l'hydraulique.

97. La presse hydraulique consiste en un piston A très gros, mis dans un corps de pompe et portant à sa partie supérieure un piston B servant à presser des substances. On fait arriver l'eau dans ce piston par un tuyau B au moyen d'une pompe foulante et aspirante semblable à celles qui ont été décrites ci-dessus; mais son piston C est d'un diamètre fort petit. Quand la pression exercée sur le piston A fait équilibre à celle de B, les pressions totales sont en raison inverse des aires RR' et PP' des surfaces de ces pistons. On est donc le maître de donner à volonté la pression maximum. On remarquera qu'ici le travail dépensé par le moteur est égal au travail utile plus au travail des frottements, et que ce dernier est très considérable. Quoiqu'il en soit, le syphon appartenant moins aux phénomènes de l'équilibre, qu'à ceux du mouvement, sa description se trouvera ici à sa place, à cause de son analogie avec les pompes. Supposons un tube recourbé composé de deux branches verticales plongeant chacune dans deux liquides dont les niveaux soient LM et LM'. On conçoit que le liquide se mettra de niveau dans l'intérieur de chaque branche avec le liquide dans lequel elles sont plongées respectivement ou qu'il s'élèvera au ab du côté LM et en gh du

côté L'M'. Imaginons que dans ce tube recouvert on fasse le vide non par le moyen d'un piston, mais en aspirant par l'extrémité g' de la branche qui plonge dans le niveau le plus bas. Si la hauteur du sommet C au-dessus de L.M. est plus petite que celle de la pression atmosphérique laquelle est de 10^m, 33 quand la colonne qui la mesure est de l'eau, ou de 0^m, 75 quand cette colonne est du mercure, le liquide dans le niveau L.M. s'élèvera jusqu'en C, puis il retombera dans la branche descendante du côté du niveau inférieur, et l'écoulement continuera sans cesse. Afin d'expliquer ce fait qui au premier aspect paraît paradoxal par suite de l'absence qu'on se force de prendre le liquide de a b en C, voyons ce qui se passe en ce dernier point. La pression qui pousse le liquide en ce point, et qui le pousse de gauche à droite, est due à la pression atmosphérique qui agit sur le niveau L.M. diminuée de la charge du liquide depuis C jusqu'à ce niveau. Notamment H la hauteur d'eau qui représente la pression atmosphérique et h' la hauteur du sommet C au-dessus du niveau L.M., $H-h'$ sera évidemment proportionnel à la pression qui pousse le fluide par sa surface de gauche à droite. Mais de droite à gauche, il est retenu par la pression atmosphérique qui s'exerce sur le niveau inférieur L'M', et l'effet de celle-ci est diminué de la charge du liquide mesuré par la hauteur de C au-dessus de ce niveau, hauteur que je nomme h . Ainsi le fluide est poussé en C de droite à gauche par une pression proportionnelle à $H-h$. Donc enfin la pression résultante qui tend à faire descendre de gauche à droite le liquide arrivé en C, sera égale à la différence des pressions $H-h$ et $H-h'$ c'est-à-dire à $h-h'$. Si donc h' est > que h , c'est-à-dire si le niveau L'M. est inférieur au niveau L.M., l'écoulement aura lieu. Il n'y aura pas de mouvement, si les deux niveaux L.M. et L.M' étaient à même hauteur, parce qu'en effet les pressions contraires s'entre-tiraient. L'écoulement sera également impossible si le sommet C s'élève au-dessus du niveau supérieur L.M. d'une quantité plus grande que la hauteur du liquide de même espèce qui mesure la pression atmosphérique. Dans la pratique, au lieu d'opérer le vide par l'aspiration ou la suction, on bouche les extrémités du siphon, et on remplit les deux branches d'eau, au moyen d'une ouverture qu'on débouche en C et par laquelle l'air intérieur se dégage. Lorsque le tube est rempli, on bouche l'ouverture C et on débouche celles des extrémités ;

extrémité; l'écoulement se produit avec une vitesse que nous verrons plus loin être égale à $\sqrt{2g(h-h')}$. L'effluve ainsi manœuvré est employé avec succès dans les travaux d'épuisement.

Mouvement des fluides contenus dans des vases, canaux, rivières.

Phénomène de l'écoulement de l'eau hors d'un vase.



98. L'Objet de ce Chapitre est de rechercher les lois du mouvement des fluides; nous nous occuperons d'abord de celles qui sont relatives au mouvement de l'eau et des liquides en général. ABCD est un vase ou réservoir où l'eau occupe un niveau supérieur AB et dont le fond est horizontal. Si on fait une petite ouverture en *a* b sur une des parois verticales, la pression intérieure poussera le fluide au dehors du vase; cette pression étant d'autant plus forte que l'orifice *a* b est pratiqué plus bas; il s'écoulera d'autant plus vite et en quantité d'autant plus grande que cette ouverture se rapprochera du fond. La quantité d'eau écoulée dans l'unité de temps, dans une seconde, et ce qu'on nomme la *dépende*. L'eau en sortant forme une gorge continue qu'on appelle *veine fluide*, *fil* ou *jet*; ce jet affecte la forme de la courbe que décritait un corps lancé perpendiculairement à la paroi, et avec la vitesse que possède le liquide à l'orifice. C'est une parabole dont le sommet est en *a* b. Dans tous les points de cette parabole la pesanteur tend continuellement à augmenter la vitesse des molécules; mais en *a* b elle dépend seulement de ce qui se passe dans l'intérieur du réservoir. — Si l'orifice est pratiqué en *a* b au fond du vase ABCD, le jet est vertical. — Si l'orifice est pratiqué en *a* b contre une paroi horizontale pressée de bas en haut par le liquide, le jet s'élève verticalement, et l'expérience démontre qu'il s'élève à la hauteur du niveau supérieur de l'eau dans le réservoir; ce qui suppose (§ 120, 1. partie imprimée) que les molécules en *a* b ont une vitesse due à la hauteur de la charge d'eau correspondante, ou à la hauteur du niveau supérieur au-dessus du centre de l'orifice. Mais on peut démontrer la chose spécialement par le principe du travail.

99. Avant qu'on

Presse de l'eau sortant
librement par un petit
orifice mince.



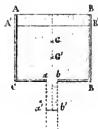
99. Avant qu'on se débouche l'orifice ab , la pression intérieure exercée sur lui est due à la charge h du niveau du liquide AB au-dessus du centre de cet orifice. Et la rigueur elle devrait être augmentée de la pression atmosphérique qui agit sur ce niveau, mais comme celle-ci a également lieu au dehors de la paroi sur laquelle l'ouverture ab est pratiquée, la pression n'est en réalité due qu'à la charge h du liquide. Donc au moment où l'ouverture est débouchée, le fluide en vertu de cette pression, est poussé au dehors et se dirige de toutes parts en décrivant des courbes qui convergent vers cet orifice; ce mouvement se propage ainsi de proche en proche. Quant à la vitesse réelle de sortie, elle augmente sans cesse et rapidement jusqu'à ce que le mouvement se soit étendu dans tout le vase et soit devenu uniforme en chaque point. C'est à cet instant que nous considérons le mouvement du fluide, en supposant d'ailleurs, comme chez le cas ordinaire des applications, qu'il arrive par la surface supérieure du réservoir dans le vase, précisément autant d'eau qu'il en sort à chaque instant. Cela posé, le mouvement étant ainsi devenu permanent, il sera facile de voir que chaque molécule dont la poids est p , en descendant de h aura reçu, quelle que soit la courbe qu'elle describe, de la gravité un travail $p \cdot h$ (§ 12, 2^e partie). Si on appelle v la vitesse de cette molécule à son entrée sur la surface du principe du réservoir et V sa vitesse à la sortie de l'orifice, $\frac{p}{g}(V^2 - v^2)$ représentera l'accroissement de force vive qu'aura reçu la molécule qu'on considère pendant qu'elle a parcouru la hauteur h . La même chose pouvant se dire de toutes les autres molécules qui doivent arriver en même temps dans l'orifice et qui s'écoulent dans un temps donné, pendant une seconde, par exemple, on reconnait sans peine que si P est la poids de l'eau qui s'écoule dans 1^{re}, $\frac{P}{g}(V^2 - v^2)$ sera l'accroissement de force vive imprimée à ce poids d'eau; pendant qu'il aura parcouru la hauteur h , ou qu'il aura reçu de la gravité le travail $P \cdot h$. On aura donc en vertu du principe des forces vives, $\frac{P}{g}(V^2 - v^2) = 2Ph$, ou $V^2 - v^2 = 2gh$. Si la vitesse v du fluide en entrant dans le vase est très petite, ou si $v = 0$, il reste $V^2 = 2gh$; d'où $V = \sqrt{2gh}$, formule due à Toricelli disciple de Galilée, laquelle indique que la vitesse du fluide en s'échappant par l'orifice est due à la hauteur du niveau

supérieur au-dessus du centre de l'orifice. Cette hauteur s'appelle *charge généralisée*. On voit encore que cette vitesse est celle qu'acquerrait un corps libre en tombant d'une hauteur égale à cette charge. On se rappellera enfin que g ou la vitesse imprimée par la gravité au bout de la première seconde, est égale à $g = 100$. Il existe des tables à l'aide desquelles on trouve la vitesse due à une hauteur donnée, ou une hauteur due à une vitesse donnée. Ce résultat suppose que la vitesse v est fort petite; nous verrons plus loin ce qu'il convient de faire (§ 100) quand cette vitesse n'est pas négligeable.

Même écoulement sous
des pressions quelconques.



100. On a supposé jusqu'ici que la pression exercée sur la surface supérieure du réservoir et qui se transmet de haut en bas jusqu'à la surface de l'orifice, était la pression atmosphérique, et qu'elle était détruite par celle qui agit extérieurement à cet orifice contre la veine. Mais si ces deux pressions devaient différer, la vitesse de sortie serait évidemment altérée en conséquence. Qu'en pourrions-nous dire, par exemple, l'orifice plonge dans un autre bassin extérieurement rempli d'eau et dont le niveau au-dessous du centre de cet orifice soit h' , les molécules à leur sortie, seront refoulées vers le réservoir supérieur avec une force due à h' , et la charge généralisée de la vitesse ne sera plus que $h - h'$. On peut en effet admettre que les molécules ne descendent plus que de la différence de hauteur comprise entre les deux niveaux. Si cette différence était nulle, il n'y aurait plus d'écoulement, et en général on peut démontrer que la vitesse d'écoulement est toujours relative à la différence des pressions extérieures et intérieures de l'orifice.



Soit en effet un liquide quelconque ABCD renfermé dans une vase et pressé à sa partie supérieure d'une manière quelconque ou par un piston AB avec un effort égal à p sur l'unité de surface; cherchons dans cette circonstance avec quelle vitesse le liquide s'échappera par l'orifice ab . La pression sur cet orifice rapportée à l'unité de surface et qui favorise le mouvement sera p augmentée de la pression atmosphérique supérieure et de celle qui est due à la charge h du liquide au-dessus de cet orifice. Si le fluide s'écoule au dehors à l'air libre, la pression qui s'oppose à son mouvement et qui est contraire à la précédente, sera égale à la pression atmosphérique. Donc la pression

résultante ou génératrice, ou la différence des deux genres de pression, précédenes, équivaut à $\frac{p}{\pi}$ augmenté du poids de la charge h , et si je nomme π le poids de l'unité de volume du liquide, $p + \pi h$ sera la pression génératrice par unité de surface. Pour évaluer cette pression totale au charge du même liquide, il faut observer que la pression unitaire p du piston, peut être remplacée par une colonne de liquide agissant au dessus de ce piston, et qui aurait l'unité de surface pour base. Soit h' la hauteur d'une telle colonne, elle devra être telle qu'on ait $\pi h' = p$; d'où $h' = \frac{p}{\pi}$, ce qui est facile à calculer. C'est le cas où le liquide revient au cas où la charge au-dessus de l'orifice est $h + h'$, en sorte que la vitesse de sortie sera $= \sqrt{2g(h+h')}$ ou $\sqrt{2g(h + \frac{p}{\pi})}$, pourvu que la vitesse en AB soit très petite. Nous pourrions vérifier la chose directement. Supposons que le piston se mouvant parallèlement à lui-même ou avec une vitesse constante pour toutes les parties de sa surface, descende en BB' en un très petit temps, et qu'il s'écoule le volume $abab'$ pendant le même temps. Il est évident que si le liquide est incompressible, les deux volumes $ABCD$ et $A'B'C'D'$ seront égaux, et qu'en retranchant de chacun leur partie commune $A'B'C'D'$ on aura $ABAB' = abab'$. De ce que le mouvement du piston s'opère parallèlement, le volume $ABAB'$ sera exprimé, en nommant A la surface du piston, par le produit de A et du chemin $\overline{AA'}$ parcouru par ses divers points. De même si on admet que vers l'orifice ab , le mouvement s'opère parallèlement à lui-même, le volume $abab'$ sera un prisme et aura pour valeur le produit $\alpha \times$ chemin $\overline{aa'}$, α représentant l'aire de la section ab . C'esti tant que le mouvement du liquide s'effectuera par tranches parallèles dans la section AB et dans la section ab , et quelque soit d'ailleurs le mouvement opéré dans les sections intermédiaires, on aura $A \times \overline{AA'} = \alpha \times \overline{aa'}$. D'ailleurs les chemins $\overline{AA'}$ et $\overline{aa'}$ parcourus simultanément dans un temps très petit par le piston et par le fluide sur la section ab , seront proportionnels aux vitesses v et V qui ont lieu à la section AB et à la section ab . D'où on tire $A \cdot v = \alpha \cdot V$. Maintenant on doit faire attention que l'accroissement de force vive de toute la masse du liquide, comprise entre les sections AB et ab pendant un temps très petit, doit équivaleir au double du travail produit par le piston et de celui de la pesanteur de toute la masse pendant le même petit temps. Nous allons chercher ces trois valeurs successivement. L'accroissement de la force vive de tout fluide compris entre les sections AB et ab est facile à obtenir. En effet quand le

piston était en AB , la force vive était celle qui possède $ABAB'$ plus celle de $A'B'CD$. Le mouvement étant permanent, la force vive de cette dernière partie demeure la même lorsque le piston passe en $A'B'$ et dans cette position la force vive totale est égale à la force vive de $A'B'CD$ plus celle de $aba'b'$. Donc l'accroissement de force vive acquis par toute la masse fluide pendant le petit temps qu'on considère, est égal à la différence des forces vives de $aba'b'$ et de $ABAB'$. Ces deux masses étant égales, si nous nommons q leurs poids, leurs forces vives seront $\frac{q}{g} V^2$ et $\frac{q}{g} v^2$. Ainsi l'accroissement cherché sera $\frac{q}{g} (V^2 - v^2)$. Le travail du piston pendant le même petit temps est égal à $A \times p \times AA'$.

Quand au travail de la pesanteur de la masse fluide totale, si G est son centre de gravité, quand elle occupe la position $ABCD$, et G' son centre de gravité quand elle occupe la position $A'B'CD$ et $aba'b'$. Le travail produit pendant l'intervalle de ces deux positions, équivaut au produit du poids total et de GG' , ou à la différence du moment de $A'B'CD$ et $aba'b'$ pris par rapport à AB et du moment de $ABCD$ pris aussi par rapport à ce plan supérieur. Or le premier moment est égal au moment de la partie commune $A'B'CD$ plus le produit de la tranche $aba'b'$ et de sa distance au plan AB . Deuxième le moment de $ABCD$ se compose du moment de la partie commune $A'B'CD$ augmenté du produit de la tranche $ABAB'$ multiplié par sa distance au plan AB . Donc enfin le travail cherché de la pesanteur est égal au produit du poids q de la tranche $ABAB'$ ou $aba'b'$ multiplié par la distance h qui sépare ces deux tranches. Ce travail sera donc qh . On aura ainsi, en appliquant le principe des forces vives, $\frac{q}{g} (V^2 - v^2) = 2A \times p \times AA' + 2q \cdot h$ ou $V^2 - v^2 = 2g \left\{ \frac{p}{q} \cdot A \times AA' + h \right\}$. Or on a, en représentant par π la densité du liquide sous le piston ou la poids de l'unité de volume, on a dès lors, $q = \pi \times A \times AA'$ et par suite $\frac{A \times AA'}{q} = \frac{p}{\pi}$. Faisant cette substitution dans l'égalité précédente, on trouvera $V^2 - v^2 = 2g \left(\frac{p}{\pi} + h \right)$; et si v étant du piston est assez petite pour être négligée, on retombe sur l'égalité précédente $V = \sqrt{2g \left(\frac{p}{\pi} + h \right)}$.

Si outre la pression atmosphérique, l'extérieure de la section a avait été pressée, ou soustraite du mouvement par une pression p' pour l'unité de surface; il faudrait diminuer h de $\frac{p'}{\pi}$ ou p de p' . On peut s'en rendre compte par un raisonnement simple, en observant que la pression extérieure qui agit sur la section a b contrarie le mouvement est $p' \times a$; que son travail pendant le petit temps dans lequel a b s'est rendu en $a'b'$ est égal à $p' \times a \times aa'$.

Mais comme le poids de $aba'b'$ est égal à q , aussi que celui de $ABA'B'$ et que ce poids est aussi égal à $\pi \times a \times \bar{a}$, on a donc $\pi \times \bar{a} = \frac{q}{\pi}$. Donc le travail de cette pression contraire est $\frac{q}{\pi} \times p$. Il faudra donc l'égalité de deux fractions par q , ce qui donnera $\frac{h}{\pi}$ à retrancher de $\frac{p}{\pi}$ de sorte que, dans ce dernier cas la vitesse de sortie devienne

$$V = \sqrt{2g \left\{ \left(\frac{p-p'}{\pi} \right) + h \right\}}.$$

On doit maintenant bien concevoir comment on agirait dans toutes les cas semblables, et non raisonnement à restaurant. D'ailleurs les mêmes si le piston se mouvait horizontalement, il sera alors la charge verticale du fluide depuis la pointe supérieure jusqu'au centre de l'orifice d'écoulement. Si la vitesse v du piston était appréciable, il faudrait s'y prendre autrement pour avoir la vitesse de sortie V .

Nous avons vu ci-dessus qu'on avait $\lambda v = \alpha V$, donc $v = \alpha \frac{V}{\lambda}$ et $v^2 = \frac{\alpha^2}{\lambda^2} V^2$. Or $V^2 - v^2 = V^2 - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} V^2 = V^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \right) = 2g \left(\frac{p}{\pi} + h \right)$. Soit posé $1 - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} = K$, on aura $KV^2 = 2g \left(\frac{p}{\pi} + h \right)$ ou $V = \sqrt{2g \left(\frac{p}{\pi} + h \right) \frac{1}{K}}$.

C'est la valeur précédente de V , mais divisée par \sqrt{K} ; cette nouvelle valeur sera donc plus grande. Lorsque $1 - \frac{\alpha^2}{\lambda^2}$ se diffère de l'unité que de $\frac{1}{100}$ et on prendra V comme ci-dessus. Nous terminons ce paragraphe en observant que l'effort du piston peut être remplacé par une pression quelconque agissant sur la surface AB du niveau supérieur, et que produisant que ce dernier descende en $A'B'$, le vide $ABA'B'$ est une masse d'air affluente égale à celle qui s'écoule de telle sorte que la charge du fluide h est toujours constante.

Écoulement des gaz ou vapeur. Dans la section la pression intérieure ne surpasse que peu la pression extérieure.

101. Ce qui précède suppose 1° que le volume du fluide écoulé par l'orifice égale celui qui passe par la tranche supérieure. 2° que la densité reste la même dans tous les points du réservoir. C'est en très-sensiblesment vrai pour les liquides peu compressibles tels que l'eau, mais non plus pour les gaz. La pression étant plus forte dans le réservoir près du piston que près de l'orifice où elle se réduit à celle de l'atmosphère, le fluide est aussi plus dense, c'est à dire qu'à poids égal il occupe un plus petit volume auprès du piston qu'auprès de l'orifice. Néanmoins quand la pression intérieure ou la pression totale supérieure que le fluide éprouve à la fois de la part de l'atmosphère et du piston ne surpasse pas la pression extérieure de $\frac{1}{10}$ ou de 0,10 par centimètre carré, ce qui est la

cas de beaucoup d'applications pratiques, on peut négliger la différence des densités, ou la différence qui existe entre les volumes $ABA'B'$ et $ab'a'b'$, et admettre que le fluide s'écoule sous la densité qu'il a dans l'intérieur du réservoir; on aura donc encore pour la vitesse de sortie, en désignant par p la pression intérieure par unité de surface, par p' la pression extérieure qui s'oppose au mouvement, par κ la densité du fluide dans le réservoir et par h la hauteur de la charge,

$$V = \sqrt{2g \left\{ \frac{p-p'}{\kappa} + h \right\}}.$$

On suppose d'ailleurs que la vitesse v de la tranche supérieure du dipylon est fort petite; la dépense est égale encore à αV ; son volume est supposé donné sous la pression p intérieure du réservoir; et si on nomme h' la hauteur en centimètres d'une colonne de mercure représentant la pression intérieure du réservoir, n le nombre de degrés centigrades de sa température, la densité κ ou le poids du mètre cube du fluide dans αV est le volume, sera donné (§ 211, 1^{re} page imprimée du Cours) par la relation $\kappa = \frac{0,0171 h'}{1 + 0,00375 h'}$. Lorsque le fluide est de la vapeur, on suppose qu'il n'y a point de condensation. Enfin le poids du volume de fluide écoulé par seconde sera $\alpha V \cdot \kappa$. Si le poids du volume est très petit, on si h est négligeable par rapport à $\frac{p-p'}{\kappa}$, on prendra $V = \sqrt{2g \left(\frac{p-p'}{\kappa} \right)}$; c'est la règle proposée par Daniel Bernoulli, mais elle est fautive lorsque p surpasse p' de plus de $\frac{1}{10}$ de p .

Écoulement des gaz
quand la pression intérieure est sensiblement plus grande que la pression extérieure.



102. Pour trouver la formule vraie dans le cas où la pression intérieure dans le réservoir surpasse sensiblement celle qui s'oppose à la sortie du fluide, on négligera à fortiori la charge h toujours très petite; on l'action de la gravité, aussi que la vitesse v de la tranche supérieure, en sorte que la force vive acquise pendant le très petit temps de l'écoulement du volume $ABA'B'$ se réduira à $\frac{1}{2} V^2$; q représentera encore le poids de $ABA'B'$ ou est égal à $\kappa \cdot ABA'B'$. Quant au volume sorti $ab'a'b'$, il ne peut plus être égal au volume $ABA'B'$; mais il doit être avec ce dernier, d'après la loi de Mariotte, dans le rapport inverse des pressions extérieure et intérieure p' et p . On aura donc volume $ABA'B'$: volume $ab'a'b'$:: $p' : p$; d'où volume $ab'a'b' = ABA'B' \times \frac{p}{p'}$. Ainsi pendant le petit temps où la force vive $\frac{1}{2} V^2$ s'acquiert, il faut, outre les quantités de travail produites par chaque pression intérieure et extérieure p et p' , considérer le travail favorable au mouvement du fluide et restitué par la dilatation du volume $ABA'B'$ qui devient $ab'a'b'$.

3^e P^{re} 41.

La quantité de travail de la pression p sur la tranche $AB = p \times A \times AA' = p \times v \times L \times ABA'B'$. Quand à celle de p' sur l'orifice $ab = a$ laquelle s'oppose au mouvement, elle sera $p' \times a \times aa' = p' \times ab \times b'$. La différence de ces quantités de travail étant évidemment nulle à cause de $p \times ABA'B' = p' \times ab \times b'$, la force vive $+\frac{2}{g}V'$ est donc uniquement due au travail communiqué par la dilatation du volume $ABA'B'$ du gaz qui passe de la pression p à la pression p' . Ce travail est évidemment proportionnel au volume primitif du gaz; car il sera double, triple, &c., selon que le volume primitif sera lui-même double ou triple. Si donc je nomme T le travail dû à la dilatation du même gaz, en tant que son volume primitif soit un mètre cube, le travail dû à la dilatation du volume primitif $ABA'B'$ que s'écoulera pendant le petit temps que l'on considère, sera représenté par $ABA'B' \times T$. Mais puisqu'on a $g = \pi \times ABA'B'$, on tira $ABA'B' = \frac{g}{\pi}$, et par suite $\frac{1}{\pi} T$ pour la quantité de travail produite par la dilatation du gaz. D'où nous concluons en vertu du principe des forces vives $\frac{2}{g}V' = \frac{2gT}{\pi}$ ou $V = \sqrt{\frac{2gT}{\pi}}$. Reste enfin à trouver T . Pour plus de simplicité nous supposerons que le gaz dont le volume primitif est l'unité, est renfermé dans un tuyau dont la section aurait pour aire l'unité de surface, de manière qu'à l'état primitif ou sous la pression p , sa hauteur serait aussi égale à l'unité de longueur. Lorsque la pression est réduite à p' , le volume est dilaté, et comme le volume ou la hauteur, parce que ces volumes sont censés avoir toujours la même base, sont en raison inverse des pressions, la hauteur du volume dilaté est devenue $\frac{p}{p'}$. Donc le chemin total parcouru en vertu de la dilatation est la différence des deux hauteurs extrêmes, c'est à-dire $\frac{p}{p'} - 1$ ou $\frac{p-p'}{p'}$. —

Partageons maintenant cet intervalle en deux parties égales; il est évident qu'à son milieu de l'intervalle dont il s'agit, la hauteur du fluide sera $1 + \frac{p-p'}{2p'}$ ou $\frac{p+p'}{2p'}$; et qu'en nommant y la pression correspondante, on aura la proportion $1 : \frac{p+p'}{2p'} :: y : p$, ou $y = \frac{2pp'}{p+p'}$; si maintenant on observe que les trois pressions considérées sont $p, \frac{2pp'}{p+p'}$ et p' , et que le chemin constant parcouru dans l'intervalle qui sépare les instants où elles ont lieu successivement est $\frac{p-p'}{2p'}$, on voit que l'estimation du travail total T est facile au moyen du théorème de Charnier d'impression ce qu'il est égal à $\frac{1}{3} \frac{p-p'}{2p'} \left\{ p + 4 \frac{2pp'}{p+p'} + p' \right\} = \frac{p-p'}{6p'} \left\{ p + \frac{8pp'}{p+p'} + p' \right\}$. Car conséquemment nous

aurons ici pour la vitesse de sortie, $V = \sqrt{\frac{2g}{\pi}} T = \sqrt{\frac{g(p-p')}{5p'\pi}} \left\{ p + \frac{5p' + p}{p + p'} \right\}$. On remarquera d'ailleurs que la densité π qui entre sous le radical est : celle qui a lieu sous la pression p dans l'intérieur du réservoir et que celle du gaz au moment où il sort est celle qui correspond à la pression extérieure p' .

Cette dernière densité sera visiblement $\pi \cdot \frac{p'}{p}$. Par conséquent le poids de gaz écoulé dans une seconde, aura pour expression $\pi V \pi \frac{p'}{p}$, sauf les corrections dues à la contraction sous il sera parlée plus loin.

Applications numériques à l'écoulement par un orifice très-petit pratiqué dans une paroi mince.

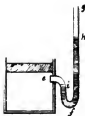
103. Nous allons offrir trois exemples numériques sur la recherche de la vitesse de sortie par un orifice très-petit pratiqué à paroi mince, soit que le fluide soit un liquide ou qu'il soit un gaz.

1°. Supposons que de l'eau à sa surface supérieure soit pressée par un piston ou de toute autre manière indépendamment de la pression atmosphérique, avec une pression de 0^m,20 par centimètre carré de surface, que la hauteur du niveau supérieur de l'eau au dessus du centre de l'orifice soit de h^+ ; il s'agit de trouver la vitesse V à l'orifice ; et on aura recours à la formule du (§ 100) $V = \sqrt{2g \left\{ \frac{p-p'}{\pi} + h \right\}}$. Si la pression du piston est de 0^m,20 par centimètre carré, la pression totale au dessus du niveau de l'eau p , sera égale à la pression atmosphérique augmentée de 0^m,20. Mais la pression de p' qui s'oppose à la sortie du liquide est aussi une pression atmosphérique. Ainsi la pression résultante sera de 0^m,20 par centimètre carré ou de 2000 Kil⁺ pour un mètre carré de surface = 10000 centimètres carrés. On fera donc $p - p' = 2000$ Kil⁺. Quant à la densité π , elle est de 1000 Kil⁺ poids du mètre cube d'eau. D'où $\frac{p-p'}{\pi} = \frac{2000 \text{ Kil}^+}{1000} = 2^m$. Nous avons dit que la hauteur h du niveau au dessus du centre de l'orifice, était de h^+ ; d'où $h = h^+$ et $g = 9,809$. Faisant ces substitutions, on trouve $V = \sqrt{2g(2+h)} = \sqrt{2g \cdot 6^m}$. On voit que la vitesse de sortie est due à 6 mètres de hauteur. Pour avoir cette vitesse que les tables nous raient immédiatement, on remplacera tout le radical g par $9,809$; puis extrayant la racine carrée du produit, on aura $V = \sqrt{3 \times 9,809 \times 6} = 10^m,84$. Celle sera la vitesse de sortie.

2°. Supposons que l'air soit chassé par un piston qui le presse avec une force mesurée par la pression de $\frac{1}{11}$ d'atmosphère. Ici nous ne parlons plus de la hauteur de la charge du gaz, parce qu'on doit en faire abstraction, comme nous l'avons dit.

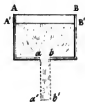
La formule se réduit alors à $V = \sqrt{2g \frac{(p-p')}{\pi}}$. Pour trouver la densité π , nous imaginerons que la température soit de 10 centigrades, si la pression du piston est de $\frac{12}{11}$ d'atmosphère, la pression totale p de l'air dans l'intérieur du réservoir, qui se compose de la pression p' et de la pression atmosphérique supérieure, sera égale à $\frac{12}{11}$ d'atmosphère. La hauteur en centimètres d'une colonne de mercure qui représente la pression atmosphérique, est de 76; donc la colonne qui représente celle de $\frac{12}{11}$ d'atmosphère = $76 + \frac{76}{11} = 83$ centimètres. Faisons dans la relation $\pi = \frac{g \cdot 10136}{146,00375 \cdot h}$, $h = 83$ et $\pi = 10$, ou aura pour le poids du mètre cube de l'air dans l'intérieur du réservoir $\pi = \frac{9,017 \cdot 83}{146,00375 \cdot 10} = \frac{1,6193}{103,75} = 1,57$ environ. D'ailleurs p étant $\frac{12}{11}$ d'atmosphère, et la pression p' contraire au mouvement, étant celle d'une atmosphère, $p - p'$ sera de $\frac{1}{11}$ d'atmosphère. Une pression atmosphérique se mesure par $1^{\text{m}}, 033$ pour un centimètre carré de surface ou par 10330 pour un mètre carré. Le $\frac{1}{11}$ de cette quantité ou $\frac{10330}{11} = 939^{\text{m}}, 10$. Nous ferons donc dans la formule $p - p' = 939^{\text{m}}, 10$ et $\pi = 1,57$. On aura par conséquent $V = \sqrt{2g \cdot \frac{939,10}{1,57}} = \sqrt{2g \cdot 615,45} = 117^{\text{m}}$ environ.

3°. Si la pression intérieure excède la pression extérieure de plus de $\frac{1}{10}$ et que ce soit de $\frac{2}{3}$ d'atmosphère, on verra que la densité π est de $1^{\text{m}}, 30$ en supposant toujours la température de 10°. On aura alors recours à la formule $V = \sqrt{g \frac{(p-p')}{3p\pi} \left\{ p + \frac{3pp'}{p+p'} + p' \right\}}$ dans laquelle on fera $\pi = 1,30$, $p = \frac{2}{3} \cdot 10330 = 13796^{\text{m}}, 6$, $p' = 10330$ et $g = 9,81$, ce qui donne $V = \sqrt{9 \cdot 3013} = \sqrt{9,81 \cdot 3013} = 171^{\text{m}}, 90$. Il est bon de remarquer que l'excès de pression intérieure p sur la pression extérieure p' s'obtient tout d'un coup par un manomètre à siphon efg contenant de l'eau ou du mercure et ouvert à ses extrémités e et g . La différence de hauteur du liquide dans les deux branches de h surélevée la colonne de pression résultante, de laquelle on déduit facilement $p - p'$ et par suite p et p' , en observant que la pression d'une colonne d'eau sur le mètre carré de surface, ayant un mètre de hauteur, est de 1000 Kil et que celle d'une pareille colonne de mercure est de 13598 Kil.



Dépense hypothétique
par une paroi mince,
et dépense effective.

104. La détermination de la vitesse de sortie par l'orifice d'un réservoir conduit à la solution d'une question intéressante; c'est celle qui a pour objet de trouver le volume ou le poids du fluide écoulé dans un temps donné, dans une seconde par exemple; c'est ce qu'on nomme la dépense. Ce calcul sera facile si



facile si l'on connaît la longueur AK parcourue par la tran-
che supérieure AB pendant le temps qu'on considère, c'est-à-dire
le volume $ABA'B'$. Mais on ne peut pas toujours mesurer cette
longueur. Or, nous pourrions trouver ce volume par la vite de l'écou-
lement de V à la sortie à l'orifice $a'b$; car cette vitesse étant supposée
constante ou uniforme, les molécules de fluide qui sont en $a'b$ au
commencement du temps pendant lequel on veut évaluer la vitesse,
seront en $a'b'$ au bout d'une seconde et à une distance $bb' = V$, si on
fait, comme on le doit, abstraction de la gravité. Donc le volume
de fluide $a'b'a'b'$ écoulé pendant l'unité de temps est celui d'un
prisme qui a pour sa base le produit de V multiplié par sa surface
de la section $a'b$ de l'orifice, et si je nomme α l'aire de cet orifice
nous aurons $D = \alpha \times V$. Cette vitesse ainsi obtenue qu'on nomme
dépense hypothétique est-elle d'accord avec celle qu'on obtient par
l'expérience et qu'on nomme dépense effective? On peut prévoir qu'il
y en a de ces dépenses diverses. Différentes entre elles en examinant
les hypothèses sur lesquelles reposent nos calculs. Deux de ces
calculs, nous les apposerons :

1°. Que l'orifice est très petit par rapport aux sections AB
d'arrivée du fluide dans le vase, sans qu'il y ait de rétrécissement
par les mêmes aux divers points de la veine à la sortie de $a'b$ ou
tout lorsque cet orifice est pratiqué dans une paroi verticale; et
la vite de l'arrivée V ne serait pas négligeable.

2°. Qu'il n'y a dans le vase et au dehors ni obstacle, ni
rétrécissement qui gêne l'écoulement, de façon que le mouvement
est continu partout.

3°. Qu'il n'y a aucun frottement de l'eau contre les parois du
vase; à la vérité, il est toujours très faible, comme on le verra
plus bas, quand la vite dans le vase n'est pas très grande.

4°. Enfin que le fluide arrive à la surface du vase par filets
parallèles amenés à un même vîte V , et que les filets sont égale-
ment animés d'une même vitesse parallèle V à l'orifice.

On remarquera que la dépense effective s'obtient par expérience
en recueillant dans un vase d'eau qui s'écoule dans une ou trois
minutes, et en divisant cette quantité par le nombre de secondes
contenues dans le temps de l'observation. Mais il est impossible
de mesurer directement la vitesse de sortie, parce qu'on ne distingue
pas les molécules et qu'elles marchent trop vite. C'est pourquoi la

vasc est uni, n'a pas de rétrécissement ou d'étranglement, s'il est très grand par rapport à l'aire de l'orifice pratiqué soit au fond soit au paroi verticale, si la paroi de l'orifice a peu d'épaisseur, si le fluide tombe librement dans l'air, alors le fluide ne sera gêné nulle part, et la plus part des conditions précédentes seront remplies. Si donc on prend dans ces circonstances pour h ou pour charge de fluide, la hauteur du niveau supérieur au-dessus du centre de l'orifice, on devra trouver pour vitesse moyenne V de sortie la même que celle qui a été trouvée ci-dessus.

On nomme de la contraction.

105. L'expérience prouve néanmoins que les filets fluïdiques ne sortent pas parallèlement de l'orifice; la section de la vaine n'est pas partout la même, et elle diminue à partir de l'orifice jusqu'à la distance $a'b'$ comprise entre une demi fois et une fois sa largeur la plus grande; c'est là ce qu'on nomme *contraction de la vaine*. Cette contraction est visiblement due à ce que les filets s'infléchissent ou changent de direction pour arriver de toutes parts de l'intérieur du réservoir dans l'orifice; ce qui montre qu'elle ne sera pas la même dans toutes les circonstances. Elle sera moindre si l'intérieur du vase est disposé tellement que la déviation des filets soit faible par rapport à l'axe LM fig. 1^{re} perpendiculaire à l'orifice. Ainsi elle devra diminuer si l'orifice ab se rapproche soit de AD soit de BC , ou si les deux faces AD et BC se rapprochent entre elles. — Dans le cas où l'orifice est vertical fig. 2^{re}, la contraction est moins sensible à mesure que le niveau supérieur AB s'approche de l'orifice ou que ce dernier ab se rapprochera du fond CD . Elle sera également plus faible, si la paroi de l'orifice au lieu d'être plane est convexe au dehors figure 3^{re}, puisqu'il y aura moins de molécules divisées latéralement; et elle deviendra au contraire plus forte, quand la paroi de l'orifice est convexe vers le dedans fig. 4^{re}.

La contraction est rendue la plus forte possible, lorsque l'orifice est reporté vers l'intérieur du vase fig. 5^{re} par une sorte de tuyau $EFGD$ parallèle à l'axe de l'orifice et dont la section diffère peu de l'orifice.

Borda cité par Cleddémié a trouvé qu'alors la contraction réduisait la section des filets à moitié de celle de l'orifice; et comme cette section des filets ne peut surpasser l'axe de l'orifice, la valeur du rapport entre ces deux sections



est évidemment compris entre 1 et $\frac{1}{2}$. Prenant le coefficient comme la moyenne ou 0,85, cette valeur donnerait à $\frac{1}{4}$ près le rapport de la section contractée à celle de l'orifice.

Multiplication de
la dépense à paroi
mince.



106. L'expérience prouve encore que pour les orifices circulaires, le veine fluide conserve sensiblement la même section à partir de la section contractée; que, si on prolonge l'orifice par un bout de tuyau ayant la forme de *toute la partie qui se contracte* et se rétrécit, et qu'on pousse l'orifice à la dernière section du tuyau, la dépense donnée par le calcul pour un nouveau vase, égale à très-peu de chose près, celle qu'on obtient directement par le jaugage et qu'on nomme *effective*. D'où il résulte que il suffirait généralement de remplacer l'orifice véritable par l'orifice contracté, ou de multiplier l'aire α du premier par le nombre qui indique la contraction de cette aire et qu'on appelle le *coefficient de la contraction*. D'ailleurs l'observation du jet d'eau indique que ceux-ci s'élèvent aussi haut et décrivent la même courbe qu'un corps qui s'échapperait de l'orifice avec la vitesse V due à la pression du réservoir; on a donc pu admettre que la vitesse dans la section contractée, était effectivement la même que donne le calcul. Mais cette conséquence varie dans quelques cas, ne se vérifie pas toujours, parce qu'elle suppose qu'il n'y ait point de force vive ou de travail perdu dans le mouvement du fluide, ou que la vitesse V ne serait jamais susceptible de s'altérer. C'est pourquoi il ne conviendrait pas toujours de multiplier la dépense théorique AV par le rapport ci-dessus de l'aire contractée à l'aire de l'orifice, et nous appellerons le véritable rapport de la *dépense effective* à la *dépense de calcul* αV , *multipliateur de la dépense*. Nous le désignerons par la lettre grecque α *alpha*, de sorte que la véritable dépense sera en définitive αAV . Reste à voir si elle est la valeur de α suivant les cas.

Et si l'on a vu qu'il a été reconnu par expérience que la multipliateur α reste le même à circonstances semblables, d'ailleurs, soit que l'orifice soit carré, rectangulaire, ce qui comprend tous les cas de la pratique, par où qu'on compare des orifices rectangulaires à des orifices circulaires, on compare le *plus petite ouverture* à celle du diamètre de ceux-ci. α dépend donc principalement de cette plus petite ouverture des orifices rectangulaires, et des diamètres des orifices circulaires à ces conditions égales. Mais si ces circonstances changent, α varie aussi.

la charge du fluide est plus forte ou plus faible, & varie, et il varie aussi selon que l'orifice est, plus près ou plus loin des côtés du réservoir ou du fond (§ 105). — Cela posé, voici les valeurs de α ou du multiplicateur de la dépense hypothétique αV suivant les cas.

Tableau des valeurs de α pour les orifices en mince paroi isolés complètement des faces du réservoir :

Charge du fluide sur la surface de la section	Valeurs de α répondant aux diamètres ou plus petites ouvertures des orifices circulaires								Observations.
	0", 20	0", 10	0", 05	0", 03	0", 02	0", 01	0", 01	0", 01	
0", 015								0, 75	Pour les gros, la charge quadratique est toujours supérieure à 5", on prendra le multiplicateur 0,60 ou 0,61 dans tous les cas.
0, 12				0, 627	0, 660	0, 696			
0, 02			0, 618	0, 652	0, 687	0, 695			
0, 06		0, 592	0, 620	0, 660	0, 656	0, 677			
0, 03		0, 602	0, 625	0, 638	0, 655	0, 672			
0, 10	0, 593	0, 603	0, 630	0, 637	0, 655	0, 667			Pour des orifices au-dessous de 0",30 l'ouverture, on prendra la valeur de α comme pour 0",30 ; pour les orifices au-dessous de 0",25 on agira comme pour ceux de 0",25. — Enfin pour les orifices intermédiaires entre ceux de la table, on prendra des moyennes relatives aux ouvertures et charges voisines immédiates et l'on aura des tables et au-dessous et au-dessus.
0, 20	0, 596	0, 613	0, 631	0, 636	0, 656	0, 658			
0, 50	0, 601	0, 617	0, 630	0, 632	0, 646	0, 650			
0, 50	0, 602	0, 617	0, 623	0, 630	0, 640	0, 646			
1, 00	0, 605	0, 615	0, 626	0, 628	0, 633	0, 632			
1, 50	0, 608	0, 618	0, 620	0, 620	0, 621	0, 613			
2, 00	0, 602	0, 61	0, 615	0, 615	0, 61	0, 61			
10, 00	0, 60	0, 60	0, 60	0, 60	0, 60	0, 60			

Ce tableau est le fruit des résultats des expériences de Mouton le Capitaine Lesbros, et il s'accorde avec le résultat des expériences faites antérieurement par Bossch, Michelotti et d'autres physiciens habiles; il n'y a de douteux que les résultats qui concernent les très petites ouvertures et les très fortes charges; mais l'incertitude n'est pas d'une unité sur les dixièmes décimales, ce ce n'est pas celui de la pratique. Il arrive souvent que l'orifice est près d'une face du réservoir; la contraction devient alors nulle sur ce côté, et le multiplicateur est rendu un peu plus grand que ce que l'indique le tableau. S'il est près de deux faces du réservoir, la contraction est nulle sur deux côtés de l'orifice, et le coefficient s'augmente encore. Voici comme on tiendra compte de ces circonstances : si la contraction est nulle sur un côté seulement, on prendra au lieu de α donné par la table — 1,03 & si elle est nulle sur deux côtés — 1,06 & si elle est nulle sur trois côtés — 1,12 &

Il n'arrive point dans la pratique que la contraction soit nulle sur tous le pourtour de l'orifice; ces dernières se blâment sans doute de ceux de M. Bidone; mais ils ont besoin d'être vérifiés en grand.

Enfin nous terminerons ce paragraphe par une dernière observation; c'est que tout ce qui précède est seulement applicable, toutes les fois que le fluide sort librement du réservoir sans toucher le pourtour des parois ou des bords de cet orifice, car il n'y a pas plus d'obstacles que si la paroi était mince.

107. Ce qui précède est seulement applicable au cas où l'orifice est fermé de toutes parts, et il arrive dans la pratique que quelques orifices rectangulaires n'ont pas de bords supérieurs. L'orifice se nomme alors *exanchoir*, *déversoir*, *réservoir*; il est placé vers le niveau supérieur AB de l'eau du réservoir. On peut encore ici calculer la dépense, comme dans ce qui précède, pourvu qu'on change le multiplieur de la formule, celui-ci qui apprend l'expérience pour les cas divers, soit à la largeur horizontale de cet orifice, et de supposer ce dernier rempli jusqu'à m. B prolongement du niveau dans le réservoir; nous aurons toujours h comme représentant la hauteur de AB sur le centre ou milieu I de BC; mais H représentera la hauteur totale de B ou A au dessus du seuil C, de sorte que $h = \frac{1}{2} H$. La vitesse moyenne étant V , on aura $V^2 = 2gh = 2g \frac{H}{2} = \frac{1}{2} (2gH)$, et par suite $V = 0,707 \sqrt{2gH}$. La dépense théorique ou hypothétique sera égale à $LH \times V = 0,707 LH \sqrt{2gH}$. Quant à $\sqrt{2gH}$, on en trouvera à l'ordinaire l'expression dans les tables. Mais le $\frac{1}{2}$ qui se trouve obtenu est trop fort, et il conviendra de le multiplier par un coefficient qui est environ 0,57 pour les cas ordinaires de la pratique, c'est-à-dire que la véritable dépense est donnée par la formule $0,405 LH \sqrt{2gH}$. H étant la charge au dessus du seuil. Les expériences connues de Dabrid, Bidone, Eytelwein, et celles de M. Lesbros ont appris que la valeur du coefficient 0,405 doit être réduite à 0,39 environ pour H plus grand ou égal à 0,30, et qu'elle s'élève à 0,415 pour H très petit ou de 1 à 2 centimètres, mais qu'elle demeure sensiblement la même, quelle que soit la contraction totale ou la position de l'orifice par rapport au côté vertical du réservoir, pourvu qu'on mesure la hauteur H du niveau dans le réservoir au dessus de la base ou du seuil C.

Del'orifice, en un point A assez éloigné de B ou C pour que le fluide y ait peu de vitesse ; cette distance est environ 1 à 2 fois la largeur de l'orifice, lorsque cette largeur est très petite par rapport à celle du réservoir, et 2 à 3 fois si elle lui est égale.

Quand le fond C est au niveau du fond du réservoir, la vitesse est presque sensible, et la formule ci-dessus donnerait trop peu ; peut-être que dans ce cas, la valeur du coefficient s'éleverait à 0,45. Elle donnera au contraire trop, quand l'orifice sera prolongé par un bout de canal ou conduit qui aurait peu de pente et où il occasionnerait des remous par suite de la résistance du canal. Ces cas se présentent trop rarement dans la pratique, pour nous en occuper. — Nos raisonnements ci-dessus supposent que l'orifice est plein jusqu'au niveau général dans le réservoir. Le fait est que l'eau se déprime un peu en arrière de l'orifice à partir de B, et que sa surface suit une courbe dans le genre de la trajectoire parabolique. C'est l'orifice n'est pas rempli sur toute la hauteur H. L'expérience prouve que le rapport de H à l'épaisseur moyenne CK de la tranche dans l'orifice demeure compris entre 1, et 1 relatif aux fortes valeurs de H, et 1,40 relatif aux petites de 1 à 2 cent.ètres, et s'est que moyennement $H = 1,25 \cdot CK$, ou $CK = 0,80 H = \frac{4}{5} H$. Néanmoins on prendra toujours H au moins del'orifice. Dans la formule ci-dessus, parce que le coefficient 0,45 corrige l'erreur commise en supposant l'orifice plein jusqu'en AB prolongé. — Si on considérait CK comme véritable orifice et qu'on prit pour charge de vitesse la hauteur de H au-dessus de centre de CK, la dépense théorique sera $1 \cdot CK \sqrt{2g(H - \frac{1}{2} CK)}$; mais il faudrait multiplier par 0,51 pour $H = 20$ à 30 centimètres, par 0,60 pour $H = 10$ centimètres, par 0,63 pour $H = 5$ centimètres, et par 0,70 pour $H = 1$ centimètre (ce qui est à peu près conforme au tableau du § 106) ; mais la règle qui a été donnée au préalable est plus facile à retenir.



Dépende par une paroi épaisse, ou par un tuyau d'une petite longueur.

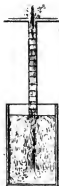
108. Toute la théorie exposée jusqu'ici est seulement relative au cas où l'orifice par lequel le fluide s'échappe est mince, où à celui où le fluide sort librement, sans toucher les parois del'orifice ; en un mot, il faut que la paroi ait une épaisseur qui ne dépasse pas une fois à une fois et demie la plus petite dimension de l'ouverture. Voyez maintenant ce qui arrive quand l'orifice est pratiqué en parois planes très épaisse ou qu'il est prolongé par un bout de tuyau prismatique ou cylindrique d'une longueur égale à 2 ou 3



faire cette plus petite dimension de l'ouverture. Les observations servent d'ailleurs à supplanter les unes, si ce n'est que l'eau est contrainte de toucher exactement les bords ou côtés du conduit dans tout son pourtour intérieur; c'est ce qu'on nomme *écoulement à pleine béc*. Les filets extérieurs suivent ici une marche parallèle. Les expériences n'ont été faites que pour les orifices de 1 à 20 centimètres sous de très fortes charges; elles ont donné moyennement pour le multiplicateur de la dépense 0,815 pour des sections tangentes identiques à celles où l'orifice était, en minces parois, on obtient $\alpha = 0,619$. Nous verrons plus loin § 112 comment on peut trouver la valeur du multiplicateur pour les cas où α serait différent. Supposons que le tuyau soit une buse ou tuyau additionnel conique ou pyramidal. Si $a'b'$ est semblable à l'orifice ab , que son côté donne le $\frac{1}{3}$ ou le $\frac{4}{3}$ de celui de ab , et que ces deux sections soient distantes entre elles de 1 à 2 fois la largeur ab , on prend $a'b'$ pour orifice dans le calcul de la dépense, et le multiplicateur 0,82 qui s'applique entièrement à la vitesse dans le cas des tuyaux cylindriques, s'élève ici à 0,95. Quand la forme de la buse diffère plus de la précédente laquelle est à peu près celle de la vaine contractée, le multiplicateur devient 0,90. — Le phénomène de l'écoulement à pleine béc est dû à ce que le fluide après s'être contracté se dilate, et se concentre les parois. On explique l'augmentation de la dépense en ce que les filets sortent parallèlement du tuyau, on remplissent sa section. Mais la vitesse n'est réellement moindre que la vitesse théorique V ; elle en est les 0,812 dans le cas-ci de flux de tuyaux ou buses cylindriques; et les 0,90 pour les buses coniques. La force vive acquise par l'eau à sa sortie du tuyau est simplement proportionnelle à $(0,812)^2 V^2$ ou à $\frac{2}{3} V^2$ pour les uns et à $(0,90)^2 V^2$ ou à $0,81 V^2$ pour les autres. La perte de la force vive ou du travail de la gravité, ou la déchet dans la chute h est par conséquent de $\frac{1}{3}$ pour les tuyaux cylindriques et de $\frac{1}{2}$ pour les tuyaux coniques. De telles dispositions sont évidemment vicieuses, puisque la force vive est rendue moindre que celle qui est due à la chute ou qu'on a prise le produit de la dépense multipliée par h . Ce résultat en apparence contraire aux principes ci-dessus, se justifie en ce que la résistance le long du tuyau additionnel, et le choc des molécules qui affluent du réservoir contre l'eau en avant de la section contractée font perdre une partie du travail moteur. Nous montrerons plus tard § 112 comment on peut modifier ces

Seulement ces fluides par des tuyaux de conduite et canaux découverts.

On se force vive d'un fluide tombant dans un vase au repos ou qui marche dans la direction du mouvement du fluide.



110. Jusqu'ici nous avons principalement étudié la cause la fluide s'écoule, sans obstacle, par un orifice pratiqué à la paroi, mince d'un vase, et dont l'épaisseur n'est pas telle que le fluide rejoigne un ou plusieurs points de manière à être forcé de contourner le tuyau ou à quelbéc. Nous avons aussi indiqué ce qui arrive quand le contraire a lieu, c'est-à-dire que le tuyau se force contre la vitesse au sortir du tuyau à l'extrémité par les chocs et par les frottements; cette dernière cause, ou influence, pour une petite longueur de tuyau, amène une modification d'autant plus sensible, que le tuyau est plus long.

On a cherché à évaluer ces influences et à en tenir compte, voici à quoi on est parvenu pour estimer la perte de travail ou de force vive occasionnée par le choc et par les résistances que le fluide éprouve.

Soit ABCD un vase rempli de liquide jusqu'en AB. Imaginons qu'un fluide K se anime d'une vitesse V en AB parvenant à une ce vase au repos. Le fluide ne pouvant s'échapper du vase, tourbillonne dans son intérieur, et au bout du frottement et du choc des molécules, il se calme tout à fait, comme le vase, bientôt réduit au repos. Si $M = \frac{\rho}{g}$ est la masse du fluide qui arrive dans un certain temps, dans l'unité de temps, par exemple, MV^2 exprimera la force vive que le fluide aura perdue pendant ce temps. — Supposons maintenant que le vase, au lieu d'être immobile, fût d'écouler la gerbe d'eau avec une vitesse V' et dans la direction de V , la gerbe affluente atteindra le vase avec une vitesse relative $V - V'$, c'est-à-dire que ses molécules y entreront avec la vitesse $V - V'$, et perdant ce choc de leur vitesse par le tourbillonnement et les chocs; par conséquent la force vive $M(V - V')^2$ sera perdue dans l'unité de temps et on y ajoutera toute celle à vaincre les résistances. — On suppose ici que le vase chemine dans la direction des filets; c'est le cas pratique de presque toutes les applications. — Cependant on aurait pu le diriger immédiatement de façon à être d'il (S 161 et suivantes de la 1^{re} partie) sur le choc de deux masses M et M' animées de vitesses dirigées dans la même sens et égales à V et V' ; on a vu que la perte de force vive résultant du

choi être égale à $\frac{m' m''}{m + m''} (V - V')^2$. Seulement ici la masse choquant le m de fluide qui tombe dans chaque petit trou, sur la masse totale m' du fluide contenue dans le vase est très petite par rapport à m' , de sorte que l'expression précédente qui peut se mettre sous cette autre forme $m' \frac{(V - V')^2}{1 + \frac{m'}{m''}}$ se réduit en définitive à $m (V - V')^2$ et par suite à $2M(V - V')^2$ pour la perte pendant l'unité de temps.

Perle de force vive
due aux ébranlements.



111. On concevra actuellement sans peine comment il est possible d'avoir égard à des pertes analogues dans le mouvement général des fluides. Supposons que ABCD soit un vase renfermant un liquide dont AB est le niveau, et b l'orifice de sortie, et qui est vase soit en outre traversé en AB par une paroi solide ou diaphragme percé aussi d'un orifice d'b' dont l'air est à a', celle de a b'étant a. Le fluide est obligé de passer par a'b' se contracte; puis il vient choquer les molécules en avant et perd de sa force vive une portion mesurée par l'accès de la vitesse sur celle que représentent les molécules un peu plus loin. Si a b est assez distant de a'b' pour que les tourbillonnements soient éteints en AB par exemple, ou pour que les filets se marchent parallèlement et avec même vitesse en AB" comme cela a lieu en AB et aux sections contractées de a b et de a'b', il sera facile de calculer la vitesse en ces différents endroits au moyen de l'une d'entre elles. Nous négligerons d'ailleurs encore la force vive du fluide en AB, soit V la vitesse inconnue du fluide à la section contractée de l'orifice a b, V' celle qui correspond à la section contractée de a'b', et V" la vitesse du fluide à la section AB" du vase, m la valeur du multiplicateur de la dépense en a b, m' le multiplicateur de la dépense en a'b', multiplicateurs qui sont donnés par la table de (106); la dépense en a b sera égale à m a V. Mais il doit passer la même quantité de fluide par la tranche AB" et par la section contractée de a'b'. Le fluide qui passe en AB" = surf. AB" x V" = AV". La dépense en a'b' = m' a' V'. Donc on aura m a V = AV" et par suite $V'' = \frac{m a V}{A}$. De même $m a V = m' a' V'$ ou $V' = \frac{m' a'}{m a} V$. La vitesse relative avec laquelle le fluide qui sort de a'b' vient choquer celui de AB" est donc $V' - V'' = \frac{m a V}{A} - \frac{m' a' V}{m a} = m a \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m a} \right) V$. La perte de force vive qui se fait au delà de a' est donc la masse $\frac{m}{2}$ du fluide écoulé dans le petit instant que l'on considère comme multiplié par $(V' - V'')^2$, ou par $m' a' \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m a} \right)^2 V^2$. Si on nomme K la quantité $m' a' \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m a} \right)^2$ facile à calculer, la perte de force vive en question

soit $\frac{1}{2}KV^2$ qui correspond à un travail perdu représenté par $\frac{1}{2}\frac{1}{g}KV^2$. Le travail de la gravité gh produit pendant la durée du petit temps, est donc diminué de cette dernière quantité de travail. Mais la force vive acquise pendant ce même, est encore $\frac{1}{2}V^2$. On aura par conséquent $\frac{1}{2}V^2 = 2gh - \frac{1}{2}\frac{1}{g}KV^2$. Divisons par g et multiplions par g tous les termes de cette égalité, et réunissons dans un même nombre tous les termes qui contiennent V^2 , on trouve $V^2(1+K) = 2gh$ ou $V = \sqrt{\frac{2gh}{1+K}}$. On voit que la vitesse est ici moindre que $\sqrt{2gh}$ ou que celle qui est due à la charge, et qu'ainsi elle est diminuée par l'étranglement intérieur $a'b'$.

Perte de force vive
dans les tuyaux formés
de petite longueur.



112. Appliquons ce calcul aux tuyaux additionnels comme à quelle bée. Ici l'étranglement provient de la contraction intérieure du tuyau, s'il n'y a pas d'obstacles dans le réservoir, comme on le suppose. Le fluide après s'être contracté en m , se dilate en ab . Soit V la vitesse moyenne effective en $a'b'$, dont l'aire est égale à α . Les filets sont tous parallèles par l'orifice extérieur α , la dépense est $V\alpha a'b' = \alpha V$. Quant à la vitesse V dans la section contractée m , elle peut se trouver, en observant que si α est l'aire de l'orifice intérieur ab , et m le coefficient de contraction relatif à cet orifice, la dépense est encore $m\alpha V$. D'où $\alpha V = m\alpha' V'$ ou $V' = \frac{\alpha}{m\alpha'} V$. La perte de force vive est $\frac{1}{2}(V'-V)^2$ ou $\frac{1}{2}V^2\left\{\frac{\alpha}{m\alpha'} - 1\right\}^2$. Elle serait la même de procéder si les orifices ab et $a'b'$ étaient réellement égaux, mais dans le cas d'un tuyau additionnel cylindrique, on a $\alpha = \alpha'$, de sorte que la perte de force vive devient $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 V^2$. Faisant $K = \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2$, on arrive encore à la formule $V = \sqrt{\frac{2gh}{1+K}}$. Ordinairement lorsque la contraction est complète en m et pour des charges un peu fortes de 1 à 2 mètres, on a $m = 0,62$; D'où $\frac{1}{m} - 1 = 1,3757 \frac{1}{\sqrt{1+K}} = 0,88$ et $K = 0,85\sqrt{2gh}$. L'expérience a donné dans la suite le multiplicateur 0,82; mais cela peut tenir à ce que nous n'avons pas tenu compte du frottement du fluide le long du tuyau, lequel diminue encore le travail gh de la gravité. — C'est la formule ci-dessus on pourra donc calculer la vitesse dans les petits tuyaux, puis la dépense. — Si le réservoir portait un diaphragme comme ci-dessus percé d'un orifice mince, on agirait en outre comme plus haut. Enfin si le diaphragme était très épais, de manière à former un tuyau d'une longueur 1 à 2 fois le diamètre, il faudrait calculer en conséquence la vitesse au sortir de ce tuyau, qui serait moindre que dans le cas ci-dessus.

chose être égale à $\frac{m' m'}{m + m'} (V - V')^2$. Seulement ici la masse choquant le m de fluide qui tombe dans chaque petite troupe sur la masse totale m' du fluide contenu dans la vase est très petite par rapport à m' , de sorte que l'expression précédente qui prend se mettra sous cette autre forme. Si $\frac{(V - V')^2}{1 + \frac{m'}{m}}$ se réduit en définitive à $m (V - V')^2$ et par suite à $M (V - V')^2$ pour la perte pendant l'unité de temps.

Perle de force vive
due aux étranglements.



111. On concevra actuellement sans peine comment il est possible d'avoir égard à des pertes analogues dans le mouvement général des fluides. Supposons que ABCD soit un vase renfermant un liquide dont AB soit le niveau, et b l'orifice de sortie, et qui est vide soit en outre traversé en AB par une paroi solide ou dia-phragme percé aussi d'un orifice a'b' dont l'air est d', celle de a'b' étant d. Le fluide obligé de passer par a'b' se contracte; puis il vient choquer les molécules en avant et perd de sa force vive une portion mesurée par l'excès de la vitesse sur celle que représentent les molécules un peu plus loins. Si a'b' est assez distant de b' pour que les tourbillonnements soient éteints en AB par exemple, ou pour que les filets se marchent parallèlement et avec même vitesse en AB" comme cela a lieu en AB et aux sections contractées de a'b' et de a'b', il sera facile d'évaluer la vitesse en ce différent endroit au moyen de l'une d'entre elles. Nous négligerons d'ailleurs encore la force vive du fluide en AB, soit V la vitesse inconnue du fluide à la section contractée de l'orifice a'b', V' celle qui correspond à la section contractée de a'b', et V" la vitesse du fluide à la section AB" du vase, et la valeur du multiplicateur de la dépense en a'b', ou le multiplicateur de la dépense en a'b', multiplicateurs qui sont donnés par la table du § 106; la dépense en a'b' sera égale à $m a V$. Mais il doit passer la même quantité de fluide par la tranche AB" et par la section contractée de a'b'. Le fluide qui passe en AB" = surf. AB" $\times V$ = $A V$. La dépense en a'b' = $m' a' V'$. Donc on aura $m a V = A V'$ et par suite $V' = \frac{m a V}{A}$. De même, $m a V = m' a' V'$ ou $V' = \frac{m' a'}{m' a'} V$. La vitesse relative avec laquelle le fluide qui sort de a'b' vient choquer celui de AB" est donc $V' - V = \frac{m a V}{A} - \frac{m' a' V}{m' a'} = m a \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m' a'} \right) V$. La perte de force vive qui se fait au delà de a' est donc la masse $\frac{m}{2}$ du fluide écoulé dans le petit instant que l'on considère comme multiplié par $(V' - V)^2$, ou par $m' a' \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m' a'} \right)^2 V^2$. Si on nomme K la quantité $m' a' \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{m' a'} \right)^2$ facile à calculer, la perte de force vive en question

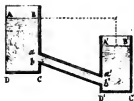
soit $\frac{g}{2}KV^2$, qui correspond à un travail perdu représenté par $\frac{1}{2}\frac{g}{2}KV^2$. Le travail de la gravité gh produit pendant la durée du petit temps, est donc diminué de cette dernière quantité de travail. Mais la force vive acquise pendant ce même petit temps est $\frac{g}{2}V^2$. On aura par conséquent $\frac{g}{2}V^2 = 2gh - 2\frac{1}{2}\frac{g}{2}KV^2$. Divisant par g et multipliant par g tous les termes de cette égalité, on réduisant dans un même nombre tous les termes qui contiennent V^2 , on trouve $V^2(1+K) = 2gh$ ou $V = \sqrt{\frac{2gh}{1+K}}$. On voit que la vitesse est ici moindre que $\sqrt{2gh}$ ou que celle qui est due à la charge, et qu'ainsi elle est diminuée par l'étranglement intérieur d' b' .

Sorte de force vive
dans les tuyaux fermés
de petite longueur.



112. Appliquons ce calcul aux tuyaux additionnels coulant à grande eau. Ici l'étranglement provient de la contraction intérieure dans le tuyau, s'il n'y a pas d'obstacles dans le réservoir, comme on le suppose. Le fluide après s'être contracté en m , se dilate en ab . Soit V la vitesse moyenne effective en $d'b'$, dont l'axe est égale à a . Les filets sont tous parallèles par l'orifice extérieure a , la dépense est $VXa'b' = aV$. Quand à la vitesse V' dans la section contractée m , elle peut se trouver, en observant que si α est l'aire de l'orifice intérieur ab , et m le coefficient de contraction relatif à cet orifice, la dépense est encore $m\alpha V'$. D'où $aV = m\alpha V'$ ou $V' = \frac{\alpha}{m\alpha}V$. La perte de force vive est $\frac{g}{2}(V'-V)^2$ ou $\frac{g}{2}V^2\left\{\frac{\alpha}{m\alpha}-1\right\}^2$. Elle serait la même de procéder, si les orifices ab et $d'b'$ étaient réellement égaux, mais dans le cas d'un tuyau additionnel cylindrique, on a $\alpha = a^2$, de sorte que la perte de force vive devient $\frac{g}{2}\left(\frac{1}{m}-1\right)V^2$. Posant $K = \left(\frac{1}{m}-1\right)^2$, on arrive encore à la formule $V = \sqrt{\frac{2gh}{1+K}}$. Ordinairement lors que la contraction est complète en m et pour des charges un peu fortes de 1 à 2 mètres, on a $m = 0,62$; d'où $\frac{1}{m}-1 = 1,3757$, $\frac{1}{V+K} = 0,38$ et $V = 0,35\sqrt{2gh}$. L'expérience a donné donc le facteur multiplicateur 0,32; mais cela peut tenir à ce que nous n'avons pas tenu compte du frottement du fluide le long du tuyau, lequel diminue encore le travail gh de la gravité. — Avec la formule ci-dessus on pourra donc calculer la vitesse dans les petits tuyaux, pour la dépense. — Si le réservoir portait un diaphragme comme ci-dessus percé d'un orifice mince, on agirait en outre comme plus haut. Enfin si le diaphragme était très épais, de manière à former un tuyau d'une longueur 1 à 2 fois le diamètre, il faut alors calculer en conséquence la vitesse au sortir de ce tuyau, qui serait moindre que dans le cas ci-dessus.

Dépense de liquidité,
 en fluides qui s'écoulent par
 un tuyau d'une longueur
 quelconque.



113. Les résistances du frottement sont invisibles quand la vitesse dans le tuyau est forte et quand la surface mouillée par le liquide l'est aussi. Soit donc AB et $A'B'$ un tuyau en charge uniforme joignant deux vases remplis de liquide jusqu'à un niveau AB , H la différence totale entre ces niveaux, ou la charge génératrice, A l'axe du tuyau ou des orifices, L la longueur développée du tuyau, C le contour ou périmètre de la section uniforme du tuyau, V la vitesse constante dans ce tuyau. Les expériences connues de la culture de Coulomb, de Mest, Girard, Prony, Eytelwein et Navier nous apprennent que la perte de travail occasionnée par le frottement ou la résistance d'un tuyau est proportionnelle dans le tube petit diamètre pendant lequel s'écoule le poids q du liquide, à $\frac{q}{2} \times \frac{L \times C \times V^2}{A}$; et travail est une certaine fraction n de ce produit, ou en même il est représenté par $n \times \frac{q}{2} \times \frac{L \times C \times V^2}{A}$. Si donc il n'y a pas d'écoulement, de condensation brusque qui occasionnent des chocs, les résistances se réduisent à celle dont il s'agit et à la perte de force vive qui a lieu après la contraction en a et b . On aura donc en considérant a et b comme orifice de section, $\frac{q}{2} V^2 = 2qH - \frac{1}{2} \times \frac{q}{2} K \frac{V^2}{A} = 2qH - \frac{1}{2} K \frac{q}{2} \frac{L \times C \times V^2}{A}$ ou $V^2 = 2gH - KV^2 - \frac{1}{2} K \frac{q}{2} \frac{L \times C \times V^2}{A}$, ou $V^2 \left\{ 1 + K + \frac{1}{2} K \frac{L \times C}{A} \right\} = 2gH$. De là on tire aisément V puis la dépense dV ; quand on connaît n et la valeur $1+K$ qui calcule comme précédemment est environ 1,515. Quand à n , les expériences apprennent qu'il est 0,0035 pour l'eau et 0,00324 pour l'air et les gaz. On remarquera que si l'agit de l'écoulement de ce dernier, on doit remplacer (§§ 102 et 103) la charge génératrice H par $\frac{P-P'}{K}$, lorsque les pressions extérieures et intérieures ne diffèrent pas entre elles de $\frac{1}{10}$, ou par $\frac{T}{K}$ si cette différence est plus grande (T est le travail de la dilatation du gaz sous l'unité de volume primitif en passant de la pression p à la pression p') — Soit D le diamètre du tuyau, πD sera le contour C de la section transversale et $\frac{\pi D^2}{4}$ son aire A , en sorte que $\frac{C}{A} = \frac{4\pi D}{\pi D^2} = \frac{4}{D}$. Si maintenant dans la valeur de V on fait ces diverses substitutions, on trouvera pour l'eau $V = 26,44 \sqrt{\frac{DH}{L+56,3D}}$, et pour l'air $V = 27,48 \sqrt{\frac{DH}{L+56,3D}}$. On pourra même adopter la première formule pour l'air et les gaz parce que n est très peu différent, pourvu toutefois qu'à l'égard de ce dernier on remplace H comme on vient de le dire.

Enfin si l'orifice de sortie a et b est plus petit que la section



à du tuyau, V étant la vitesse intérieure de ce tuyau, aV n'en serait pas moins la dépense. Si on appelle V' la vitesse de sortie, a' l'aire de $a'b'$ et m' son coefficient de contraction, on aura $aV = m'a'V'$ ou $V = \frac{a'V'}{m'}$. La force vive acquise par le fluide serait donc $\frac{1}{2}V'^2 = \frac{1}{2} \frac{a'^2}{m'^2} V^2$ au lieu de $\frac{1}{2}V^2$. Il faudra donc dans l'égalité précédente remplacer l'unité par $\frac{a'^2}{m'^2}$ et elle deviendrait :

$$V' \left\{ \frac{a'^2}{m'^2 k^2} + K + \frac{2\pi L C}{a} \right\} = 2gH.$$

Lorsque a' est très petit par rapport à a , on fera $m' = 0,60$. Si ce orifice est peu différent de a' , ou si a est terminé par une buse ou tuyau additionnel, le coefficient m' variera de 0,82 à 0,96, — comme il a été dit (5108).

Application. Les eaux qui arrivent de day à Metz pour alimenter les fontaines de cette ville sont conduites par des tuyaux de 3000 mètres de longueur et de 0,08 de diamètre; la hauteur du niveau du réservoir supérieur au dessus du bassin de distribution dans la ville est supposée de 20 mètres. Cherchons la quantité d'eau fournie dans 24 heures. Et cet effet donne la formule $V = 26,44 \sqrt{\frac{DH}{L + 54D}}$, nous poserons $H = 20$, $L = 3000$, $D = 0,08$; ce qui donne $V = 26,44 \sqrt{\frac{0,16 \cdot 20}{3000 + 54 \cdot 0,08}} = 26,44 \sqrt{\frac{3,2}{3006,32}} = 26,44 \sqrt{0,00106532} = 26,44 \times 0,033 = 0,878$. C'est la vitesse de l'eau dans le tuyau de conduite. L'aire de la section de ce dernier = $\frac{\pi \cdot (0,08)^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,08)^2}{4} = 0,005024$. Le volume de la dépense par seconde sera par conséquent $0,878 \cdot 0,005 = 0,004392$. Dans 24 heures il y a 86400". Ainsi la quantité d'eau fournie par 24 heures sera environ $0,004392 \cdot 86400$ ou 380, ou 382,656.

Pression exercée par les fluides en mouvement contre les parois des vases qui les contiennent.

Mesure de la pression
pour un vase de forme
quelconque.

114. Nous avons jusqu'à présent uniquement recherché la vitesse d'écoulement et la dépense d'un fluide à la sortie des réservoirs ou des tuyaux de conduite. Il n'est pas moins intéressant dans certains cas de savoir déterminer la pression que les fluides exercent aux différents points d'un vase, afin de proportionner l'épaisseur des parois qui les contiennent à cette pression. Ce calcul est très facile, comme on va le voir; pour toutes les sections où il est permis d'admettre que le fluide se meut par filets parallèles et avec la même vitesse dans tous les points de la section.



Soit $ABEFGHCD$ un vase de forme quelconque contenant un fluide en mouvement qui s'écoule par un orifice inférieur ab après avoir circulé dans la tuyau $EHGF$. Nous aurons vu précédemment comment on pouvait calculer la vitesse et la dépense qui se fait en ab par chaque seconde. Nous nommerons V cette vitesse dans la section contractée de ab , donnée par les formules, et l'aire de l'orifice de sortie, et le coefficient de la dépense, relatif à la contraction à la sortie, de sorte que la dépense véritable sera $m \cdot a \cdot V$. Cela posé, soit cd une section quelconque du vase, mais dans laquelle on suppose que les filets fluides de tous sortent parallèlement entre eux et à la paroi de l'enveloppe laquelle sera à peu près cylindrique sur une certaine étendue. On prend b l'aire de cette section quelconque cd , et v la vitesse moyenne du fluide qui y passe, et commune à tous les filets. Le produit $b \cdot v$ sera aussi égal à la dépense $m \cdot a \cdot V$ de sorte que $v = \frac{m \cdot a \cdot V}{b}$. Soit également p la pression moyenne sur l'unité de surface de la section cd , et remarquons que la pression effective sur le contour de cd sera un peu plus petite pour la portion supérieure c , un peu plus grande pour la portion inférieure d si la section cd n'est pas horizontale, attendu que la charge totale du fluide au dessus de d comparée au niveau supérieur AB du réservoir est un peu plus forte pour d que pour c ; mais nous négligerons la différence de niveau entre ces points dans la supposition qu'elle est très petite par rapport à la charge totale qui leur correspond. Nous nommerons, pareillement, p' la pression pour l'unité de surface, exercée extérieurement et en sens contraire sur les tranches ab qui sortent par l'orifice. Enfin nous désignerons par h la hauteur du centre de gravité de la tranche infiniment mince cd , c'est-à-dire du centre de l'orifice ab ou plus exactement au dessus de sa section contractée, et pour abréger par g le poids de fluide écoulé à la fin par ab et par cd dans la petite instance où les molécules de cd arrivent en d' , et celles de ab en d' . π étant la densité ou le poids de volume du fluide dans l'intérieur du réservoir, $\frac{g}{\pi}$ sera la masse correspondante, et on aura $g = \pi \times \text{volume } cd \cdot d' = \pi \cdot b \cdot c \cdot d'$. D'où $b \cdot c \cdot d' = \frac{g}{\pi}$. Raisonnant d'ailleurs comme au § 100, et considérant ce qui se passe dans l'intervalle de fluide

compris entre cd et ab , on trouvera que la force vive acquise par cette portion de fluide est $\frac{g}{2} V^2 - \frac{g}{2} v^2$; que le travail développé dans la suite du mouvement sur cd ou b par la pression bp est $b \cdot p \times c = p \times \frac{g}{\pi}$; que celui qui est développé en sens contraire par la pression extérieure ap' sera $p' \times a \times bb' = p' \times \frac{g}{\pi}$ et qu'enfin le travail développé par la gravité sur toute le fluide compris entre cd et ab sera $g \cdot h'$. On aura ainsi par le principe des forces vives. l'égalité $\frac{g}{2} V^2 - \frac{g}{2} v^2 = 2p \times \frac{g}{\pi} - 2p' \times \frac{g}{\pi} + 2gh'$ et divisant par $2g$, $\frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{p}{\pi} - \frac{p'}{\pi} + h'$. Donc $\frac{p}{\pi} = \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} + \frac{p'}{\pi} - h'$. Remarquons maintenant que $\frac{V^2}{2g}$ est la hauteur due à la vitesse de sortie de l'orifice ab , qui est censée avoir été calculée par nos formules précédentes; $\frac{v^2}{2g}$ est la hauteur due à la vitesse dans la section considérée cd du vase, et qu'on sait aussi calculer, puisqu'on a $v = \frac{m \cdot a \cdot V}{b}$. Enfin $\frac{p}{\pi}$ et $\frac{p'}{\pi}$ d'après les principes hydrostatiques représentent les hauteurs de colonnes verticales du fluide sous la densité intérieure π , qui produiraient par leurs poids les pressions p et p' sur l'unité de surface, ou si l'on veut, ces sont les hauteurs de pressions correspondantes. La dernière égalité signifie par conséquent que « la hauteur moyenne de pression » du fluide sur la section cd que l'on considère est égale à la « hauteur due à la vitesse de sortie, plus la hauteur de pression exercée à l'extérieur de l'orifice diminuée de la hauteur due à la vitesse dans cette même section cd et de la hauteur du centre de gravité au dessus du centre de l'orifice. » Elle tient aussi la charge générale en vertu de laquelle le fluide s'élève et par un très petit orifice pratiqué en cd . Mais il faut que cet orifice soit très petit, pour que la dépense et la vitesse pour l'autre orifice ab ne soient pas sensiblement altérées. S'il en était autrement, on aurait recours au principe des forces vives pour évaluer chacun des écoulements simultanés et chaque vitesse de sortie en particulier.

⌘ *Même de la pression quand le vase est très grand par rapport à l'orifice.*

115. Lorsque le fluide venant d'arriver à l'orifice ab n'éprouve aucune résistance que l'onque, aucun choc, et que de plus la section supérieure et d'arrivée AB du fluide dans le vase est très grande relativement à l'orifice ab ou a , nous savons que la vitesse V de sortie est due à la charge totale H du fluide sur ab , de sorte que $\frac{V^2}{2g} = H$. Par conséquent on aura pour la pression sur la section cd $\frac{p}{\pi} = H - h' + \frac{p'}{\pi} - \frac{v^2}{2g}$. $H - h'$ étant ici la charge de fluide



Diversité des pressions
dans un tuyau.

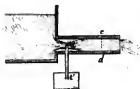


De fluide au dessus de la section cd , on en conclut que la hauteur de pression sur une section cd d'un « pareil vase est mesurée
« par la charge du fluide au dessus de cette section, plus la hau-
« teur de pression exercée à l'intérieur de l'orifice de sortie,
« diminuée de la hauteur due à la vitesse qui a lieu dans cette
« section ».

116. Soit cd une section transversale quelconque d'un tuyau par lequel s'écoule un fluide. Imaginons qu'en cet endroit on insère la branche recourbée yt d'un tube vertical xy ou yz par les deux bouts, et que la pression exercée sur le sommet ou xy se soit égale à p' qui sera la pression atmosphérique, comme cela a lieu contre l'orifice de sortie du tuyau d'écoulement. Le fluide s'élèvera dans le tube vertical xy à une hauteur tx telle que $\frac{p'}{\pi} + tx$ sera à la hauteur de pression intérieure correspon-
-dante à la section cd ou à $\frac{p}{\pi}$. Donc on aura $tx = \frac{p}{\pi} - \frac{p'}{\pi} = \frac{v^2}{2g} - \frac{p^2}{2g} - h'$. S'il se trouvait quel air de la section cd ou b fût telle que $\frac{v^2}{2g}$ soit simplement égal à $\frac{p^2}{2g} + h'$, la hauteur tx du liquide dans le tube serait nulle. Mais si l'air de la même section était telle que $\frac{v^2}{2g}$ fût moindre que $\frac{p^2}{2g} + h'$, alors le fluide ext. viendrait à remonter dans le vase, la hauteur de la pression intérieure $\frac{p}{\pi}$ serait inférieure à celle de la pression extérieure $\frac{p'}{\pi}$. Par conséquent, si on établissait le tube vertical dans la position $y'x't'$ l'extrémité en bas et plongée dans un fluide m de même densité π , ce dernier remonterait dans celui-ci au dessus de son niveau en x' tellement que la hauteur de la pression intérieure $\frac{p}{\pi}$ augmentée de $t'x'$ ferait équilibre à celle de la pression extérieure $\frac{p'}{\pi}$, ou qu'on aurait $t'x' = \frac{p'}{\pi} - \frac{p}{\pi} = \frac{p^2}{2g} + h' - \frac{v^2}{2g}$. Si d'ailleurs la hauteur $t'x'$ était plus grande que la hauteur de x' au dessus du niveau m du vase inférieur, le fluide de ce dernier serait en quelque sorte attiré, et monterait continuellement avec une vitesse due à la différence $t'x' - t'x'$. Cette dernière conséquence n'est au reste qu'approximative, car elle suppose que la section cd du tuyau puisse recevoir ces accès de fluide sans augmentation de vitesse, et si ce n'est rigoureusement il faut que la vitesse v et celle de l'orifice v' s'augmentent; modifications qui influeront elles-mêmes sur la pression $\frac{p}{\pi}$ et par suite sur la hauteur $t'x'$.

Contre ces

Pression dans les tuyaux
cylindriques additionnels.



Considérons maintenant ce qui se passe dans le tuyau cylindrique additionnel horizontal. Ici h est nul ; d'où $\frac{p}{\rho} = \frac{p'}{\rho} = \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$. Supposons qu'il s'agisse de la section contractée, ce que vers cet endroit on insère le tube vertical $x't'$ plongé dans un fluide inférieur. Soit que ce fluide est susceptible d'être élevé ou aspiré par la veine, ou que la hauteur de pression intérieure $\frac{p}{\rho}$ est moindre que la hauteur de pression extérieure $\frac{p'}{\rho}$. Soit V étant la vitesse dans le tuyau cylindrique plein et v étant la vitesse en M' le coefficient de la contraction ; m sera la section contractée, et si v est la vitesse de cette dernière section, on aura $mav = av$ ou $v = \frac{V}{m}$. Mais comme m est fractionnaire, on voit que v est plus grand que V et par suite $\frac{v^2}{2g} > \frac{V^2}{2g}$. Ainsi $\frac{p'}{\rho}$ l'emporte sur $\frac{p}{\rho}$. Cette théorie due à M. Navier est confirmée par les expériences de Venturi. Si nous considérons une section cd au delà de la section contractée, on a $b = a$, $v = V$, $l' = 0$ et par conséquent $\frac{p}{\rho} = \frac{p'}{\rho}$. Ainsi le fluide inférieur ne montera plus, quand le tube vertical $x't'$ sera inséré à la section cd .

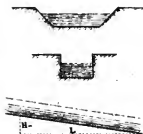
Pression dans les canaux
d'écoulement.

117. Si dans un tuyau fermé où la section est constante ainsi que la vitesse, la pression est la même partout et égale à la pression atmosphérique, on conçoit qu'il doit en être de même dans un canal d'écoulement où le mouvement est uniforme, la pression serait égale partout à la pression atmosphérique ; mais comme dans ce qui précède nous avons fait abstraction de la hauteur du fluide dans chaque section, on voit que dans un canal d'écoulement à régime réglé, la hauteur de pression en chaque point mesure par la pression atmosphérique augmentée de la charge de fluide correspondante, ou de la distance verticale du centre de gravité de cette section au point le plus élevé de cette même section.

Observation générale
sur les pressions d'un fluide.

118. Tous les principes exposés sur les pressions sont applicables aux fluides élastiques comme aux liquides, si la pression intérieure surpasse peu la pression extérieure ou de $\frac{1}{10}$ environ. Lorsque cet excès sera devenu plus grand, on raisonne sur la portion de fluide élastique comprise entre l'orifice et la section pour laquelle on cherche la pression, absolument de la même manière qu'on en a agi au § 102.

Mouvement de l'eau dans
les canaux découverts à pente
uniforme et de grande longueur.



Écoulement de l'eau par les canaux découverts.

119. Les canaux découverts par lesquels les eaux sont conduites, ont un profil en forme de trapèze ou de rectangle, et leur fond, horizontal dans le sens de la largeur, a dans le sens de la longueur une pente qu'on rend autant que possible uniforme. Il faut distinguer deux cas : tantôt un canal a une très grande longueur et peu de pente ; la vitesse y devient uniforme de façon que les sections d'eau sont les mêmes dans toutes les parties du canal ; c'est ce qu'on nomme régime réglé. Tantôt le canal a une faible longueur, comme il arrive dans les coursiers des rivières ; le régime varie alors d'un point à l'autre ; des chutes, des pertes de force vive, des tourbillonnements se manifestant, et il devient difficile de soumettre le mouvement du liquide au calcul. Il faut donc ne pas confondre la circonstance où le canal a une longueur de 10 à 30 fois sa largeur, avec celle où cette longueur est 100 fois la largeur ; car dans cette dernière, le régime est constant, et la vitesse se calcule ainsi qu'il suit. Soit V la vitesse moyenne et constante dans chaque section, g le contour de la partie mouillée du profil, et l l'aire du profil transversal de l'eau, et la fraction qui multiplie la valeur du travail dû à la résistance du bords et du fond, et la longueur du canal pour une hauteur de pente H , — longueur qui se confond sensiblement avec la base, pourvu que la pente $\frac{1}{10}$ est déjà excessive ; enfin $\frac{H}{L}$ est la pente pour un mètre de longueur. Pour une tranchée quelconque, l'accroissement de force vive pendant son passage d'une section à l'autre est évidemment nul, puisque la vitesse V reste la même. La quantité de travail qH imprimée par la gravité, sera par conséquent détruite par le travail de la résistance du canal sur la longueur L qui correspond à la hauteur H , et on aura $qH = \frac{\pi g}{g} \frac{L \times V^2}{\alpha} \quad \text{ou} \quad V = \sqrt{\frac{gH\alpha}{\pi L}}$, si on remplace π par sa valeur 0,008 et g par 9,819, on trouve $V = 53,58 \sqrt{\frac{gH}{L}}$. $\frac{H}{L}$ étant la pente du canal, on voit que cette formule donnera la vitesse quand la pente est donnée. Réciproquement si on veut trouver la pente pour une vitesse donnée, on se servira de la formule $\frac{H}{L} = \frac{c V^2}{(53,58)^2 \alpha} = 0,00348 \cdot \frac{c V^2}{\alpha}$. Il ne faut pas croire que

la vitesse

la vitesse soit cependant arbitraire. On connaît également le volume d'eau que ce canal doit conduire par seconde, et si on l'appelle Q on aura $Q = aV$. De plus cette vitesse ne saurait dépasser 30 centimètres sans compromettre le fond et les berges du canal; si d'ailleurs elle est réduite à 0,20, l'eau ne serait plus susceptible d'importer les limons qui surviennent dans les temps de crues, et le canal finirait par s'engorger. La vitesse doit donc être comprise entre 20 et 30 centimètres s. Enfin une autre raison s'oppose à ce que la vitesse V soit rendue trop grande, c'est que la hauteur H croît avec la vitesse, et comme celle-ci demeure la même en aval, comme en amont, la hauteur de chute H due à la pente du canal est perdue pour l'usage où les eaux sont amenées. V étant donc ainsi déterminé, on conclut $a = \frac{Q}{V}$, et par suite C ; donc enfin la pente $\frac{H}{L}$ est également arrêtée. Quoiqu'on vienne de dire que, connaissant a , le coefficient mouillé soit déterminé, cela suppose qu'on se soit donné la largeur du fond et les talus des berges. Or le calcul apprend que le rapport le plus favorable est celui pour lequel la largeur moyenne de la section mouillée est double de la profondeur d'eau; cependant pour ne pas trop approfondir le canal, la largeur s'étend jusqu'à quatre fois.

Moyen de mesurer la vitesse moyenne dans un canal. — Décharge des eaux courantes.

120. Pour mesurer la vitesse moyenne dans un canal, on se sert d'un flotteur ou d'un moulinet. Le flotteur n'est employé que quand la section et la largeur du canal est constante sur une grande longueur. Les flotteurs sont des disques de chêne d'un pouce environ, et dont la densité très approchée de celle de l'eau en les lançant en prise aux courants d'eau. Après avoir jeté à la surface de l'eau un de ces flotteurs un peu en amont du point de départ pour que l'uniformité de sa marche s'établisse, on compte avec un pendule ou avec une montre à secondes le temps qu'il emploie à parcourir une longueur déterminée, et on divise cette dernière par le nombre de secondes qu'a duré l'observation.

Si la vitesse n'est pas la même dans toute la profondeur de la largeur du canal, on se sert du moulinet ou d'une roue très légère en fer blanc dont les palettes plongent faiblement dans l'eau. En multipliant le nombre des tours par la circonférence qui correspond au milieu de la partie plongée des palettes, et en divisant ce résultat par le nombre des secondes contenues dans le temps de l'observation, on obtient une vitesse un peu plus faible que celle de la surface de l'eau, mais qui en diffère d'une quantité à

peut appréciable. — Mais une telle vitesse n'est que celle qui a lieu à la surface de l'eau, et doit être distinguée de la vitesse moyenne du canal ou de celle qui multipliée par l'aire du profil, donne la dépense. D'après Dabry, si on nomme V cette vitesse moyenne, V' la vitesse à la surface de l'eau d'un canal et V'' celle qui a lieu au fond, on a $V = \frac{V' + V''}{2}$. Dans les cas ordinaires où la vitesse est comprise entre 0,30 et 1,30, $V = \frac{4}{5} V'$; M. de Prony a donné cette autre règle $V = V' \frac{(V'^2 + 3,732)}{V' + 3,159}$ où la vitesse moyenne V et la vitesse à la surface V' sont exprimées en mètres, et de laquelle résulte le tableau suivant.

Valeur de V'	0,00	0,5	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
Valeur de $\frac{V}{V'}$	0,725	0,786	0,812	0,832	0,843	0,861	0,873

Il est convenable de faire remarquer que la vitesse moyenne ne répond pas au milieu de la profondeur; la vitesse la plus grande est un peu au-dessus de la surface; c'est pour cette raison que les courants plongent un peu. La vitesse est aussi plus faible vers les rives qu'au milieu de la largeur; aussi convient-il de jeter les flotteurs au milieu du canal, ou de faire en cet endroit les observations relatives au moulinet. On a souvent besoin de jauger un cours d'eau. Si le canal est uniforme, on mesure la section aux deux extrémités; puis on prend pour section la moyenne entre ces sections. Enfin la vitesse de mesure doit par le flotteur soit par le moulinet, puis on déduit de cette vitesse à la surface, comme ci-dessus, la vitesse moyenne laquelle multipliée par la dépense, donne le volume d'eau que le canal débite par seconde. Mais lorsque le canal n'est pas régulier et qu'on ne peut trouver une longueur suffisante ou ligne droite, il faut établir un barrage; et, lorsque la dépense en aval de ce dernier est telle que le niveau d'amont demeure le même, c'est une preuve que cette dépense est égale à celle qui alimente le canal. On en agira de même pour une rivière; on observera sur une utine établie, si le niveau reste constant pour une certaine ouverture de vanne; la quantité d'eau que la vanne laissera alors échapper sera égale à celle que la rivière débite.

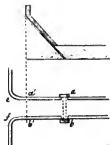
Mouvement de l'eau
dans les canaux de cou-
verts de petite longueur.

121. Revenons aux canaux de petite longueur ou d'une lon-
gueur comprise entre 30 et 100 fois leur largeur. En général la
dépense s'obtient en considérant ce qui se passe près de l'orifice, et ne
dépend pas de la longueur du canal. La dépense étant connue et
déterminée, selon que l'eau couvre ou non la veine contractée, si on
sait que la section d'eau reste la même partout, on trouvera la vitesse
moyenne en divisant la dépense par la section, parce qu'elle équivaut
la marche des filets et alors parallèle. Si le mouvement n'est pas
uniforme et que le canal soit abordable, on opérerait de la même
manière, c'est-à-dire qu'on pour trouver la vitesse à l'entrée on cha-
quait, on diviserait la dépense par la section correspondante. Mais
si le canal n'est pas abordable, ou qu'il ne soit pas établi, on
supposera qu'on peut au-delà de la section contractée de la vaine,
la vitesse est réduite à $0,82V = v$. Soit h la pente du canal sur toute
sa longueur, et le poids d'eau qui s'échappe dans un très-petit tem-
ps ou même pendant une seconde, V la vitesse à l'extrémité du canal,
on aura si on ne tient pas compte du travail de la résistance
de ce dernier $\frac{1}{2}(V^2 - v^2) = 2gh$, ou $V = \sqrt{2gh + v^2}$. Mais la véritable
vitesse à cette extrémité doit être évidemment plus faible. Pour l'éva-
luer, on suppose que le mouvement a lieu dans le canal avec la vi-
tesse $\frac{v+V}{2}$ moyenne entre la vitesse d'arrivée v et celle de sortie V ;
Donc on conclura la section moyenne. On pourra donc calculer
(§ 119) la pente qui correspond à cette uniformité hypothétique, et la
pente serait la diminution à apporter à h dans la valeur de V , de
sorte que cette dernière s'obtiendrait ensuite d'une manière plus
rapprochée. De fait on dispose ordinairement les conduits de telle
sorte que la vitesse n'y arrive pas. S'ils sont inclinés à 45° , le
canal est court, et la règle $V = \sqrt{2gh + v^2}$ donne alors bien la vi-
tesse pour le point du canal le plus éloigné de la vaine.

Etablissement des
courtois dans les ma-
chines.



122. Pour éviter les pertes de travail ou de force vive occasion-
nées par le frottement de l'eau le long du couvrière qui va sous
l'eau sur les machines, et par les chocs et tourbillonnements qui
résultent de la contraction produite à la sortie de l'orifice; il fau-
dra 1°. faire ce couvrière le plus court possible, on mettra la
récepteur de la machine tout contre le réservoir, et dans cette vue on
inclina quelques fois la paroi du réservoir en avant pour reporter
l'orifice sous une roue hydraulique. 2°. Il faudra éviter les contractions



Hauteur due à la
vitesse d'entrée du fluide
sur le récepteur; vitesse
de régime de ce dernier.

l'origine; rien ne ralentissant la vitesse en aval de l'orifice, il n'y aura plus de choc. — Le coefficient de la dépense sera plus grand que on le donne la table du § 106 à charge égale. Pour des charges de 0,70 à 2 et 3, on le supposera de 0,70, si la rampe est à paroi verticale, de 0,75 si elle est inclinée à un de base sur deux de hauteur, et de 0,80 pour un de base sur un de hauteur. Pour éviter dans le cas des rampes inclinées que la fermeture ne tombe dans l'écoulement intérieur, on prolongera les joues du cône vers l'intérieur, on fera les raccordements a', b', c' plus loin et plus courts selon que le demandera l'inclinaison. La contraction sera toujours peu sensible.

Récepteurs hydrauliques.

123. Il existe un grand nombre de récepteurs hydrauliques mis en mouvement par l'eau; nous ne considérerons que les plus en usage et les plus avantageux; en un mot, ce sont les roues hydrauliques. Mais une même théorie leur est applicable, et nous commencerons par en donner un exposé succinct. La première chose qu'on doit connaître, c'est la vitesse V avec laquelle le fluide arrive sur le récepteur. Or comme la hauteur h due à cette dernière vitesse diffère souvent beaucoup de la hauteur du niveau supérieur du réservoir au-dessus du point d'entrée sur le récepteur, la hauteur due à cette vitesse V sera ce qu'on nomme *hauteur disponible*, ou *effective d'entrée*. Si Q est la poids de fluide déversé par seconde, $Q \cdot h$ ou $Q \cdot \frac{V^2}{2g}$ sera le travail disponible à l'arrivée sur la machine.

La première instant la machine étant au repos, sa vitesse d'abord zéro augmente par l'action du fluide jusqu'à un certain terme où l'équilibre s'établit entre la puissance du moteur et les résistances de toute espèce; la vitesse que la machine a acquise est dite de *régime*, ou *permanente* ou de *stabilité*. Lorsque la machine se compose uniquement de rouages et que la résistance est constante, la vitesse demeure uniforme, ou constante à chaque instant. Si au contraire le mouvement ou la résistance des pièces est variable, la vitesse du récepteur ne fait qu'osciller entre des limites peu étendues, de sorte qu'on en peut considérer la valeur moyenne comme la véritable vitesse uniforme.

Effet utile des récepteurs.

124. C'est donc à compter de l'instant où la vitesse de régime s'établit et qui a lieu au bout de quelques minutes que nous considérons le mouvement du récepteur comme s'uniforme, de travail d'inertie employé à faire sortir le récepteur du repos est tout à fait négligeable, et, puis que sa force vive reste constante, l'accroissement de celle-ci entre deux temps donnés est zero. Nous ne considérons que le récepteur et la résistance utile P qu'il a à vaincre ; nous supposons que v est la vitesse i'ingée suivant la direction de P , de sorte que Pv est le travail utile pendant une seconde et Pvt le travail utile pendant le très-petit temps t .

Relation de l'effet utile avec la force vive du fluide à l'entrée et à la sortie du récepteur.

125. Nous nommerons $\frac{g}{2} = m$ la masse de fluide qui arrive sur le récepteur, ou qui en sort dans chaque élément du temps t , w la vitesse absolue que conserve le fluide en sortant du récepteur, la force vive du fluide en entrant sera mV^2 et en sortant mw^2 . Lorsqu'il entre, le fluide pousse chaque le récepteur si sa vitesse diffère de celle de ce dernier ; il en résulte une perte de force vive exprimée (§ 110) par le produit de m et du carré de la vitesse relative que nous nommerons u , en sorte que la perte de force vive sera mu^2 . Si le fluide ne quitte pas immédiatement le récepteur, qu'il reste dessus et descende avec lui de la hauteur h , la gravité développera sur le récepteur un travail égal à gh' ou à mgh' . Cela posé, le principe des forces vives sera encore applicable comme pour l'écoulement des fluides, c'est à dire que la force vive mV^2 d'entrée, plus deux fois le travail mgh' ajouté par la gravité pendant la descente de m sur la machine, sera égal à deux fois le travail utile Pvt plus la force vive mw^2 de sortie, plus la force vive perdue mu^2 . On aura donc $mV^2 + 2mgh' = mw^2 + 2Pvt + mu^2$. Cette égalité devant avoir lieu pour chaque petit temps t , on voit qu'au bout d'une seconde, mV^2 devient V^2 multiplié par la somme des masses M successives écoulées au bout d'une seconde ou par M , et qu'il en est de même pour les autres termes. D'où il suit que, M étant la masse d'eau qui arrive ou qui sort par seconde, on aura cette relation :

$$MV^2 + 2Mgh' = Mw^2 + 2Pv + Mu^2.$$

Valeur de l'effet utile.

126. Nous avons appris, dans ce qui précède, à calculer le volume d'eau, en mètres cubes, écoulé pendant une seconde par un orifice, ou la dépense que nous nommerons D . Son poids Q sera donc $1000 \frac{\text{kil}}{\text{m}^3} \times D = Q$, et la masse $M = \frac{Q}{g} = \frac{1000 \text{ kil}}{g} \cdot D$. Ainsi on

aura M aisément, et on pourra calculer toute les termes de l'égalité ci-dessus, sauf Pv , si nous connaissons V, h', w et u . Nous trouvons ensuite $Pv = \frac{1}{2} NV^2 + Mgh' - \frac{Mw^2}{2} - \frac{Mu^2}{2}$.

Cause qui augmente ou diminue l'effet utile.

127. On voit que l'effet utile Pv sera le plus grand possible quand $\frac{Mw^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}$ ou $\frac{1}{2} M (w^2 + u^2) = 0$, c'est-à-dire quand $w = 0$ et $u = 0$. La condition $u = 0$ indique qu'il ne doit point y avoir de choc à l'entrée, et la condition $w = 0$ que le fluide ne doit point posséder de vitesse à sa sortie du récepteur. Il faut de plus que le fluide dans l'intérieur du récepteur ne tourbillonne pas non plus, et que en se mouvant sur la pièce il perde le moins possible de son travail par les frottements. L'effet Pv comprend en outre les résistances passives des pièces matérielles du récepteur, et cela occasionne un fâcheux travail dont il faudra tenir compte dans certaines circonstances. Si par exemple le récepteur est un piston sur lequel le fluide vient tomber, comme dans les machines à colonne d'eau, le frottement de ce piston est considérable. En appelant F la résistance de ce frottement, son travail sera $F \cdot V$, et on devra le retrancher de $\frac{1}{2} MV^2 + Mgh'$. Mais comme nous n'avons aucun moment en vue que les roues hydrauliques sont des résistances se réduisant à celles de l'air et du frottement des tourillons, nous ne ferons pas d'abord entrer le terme $F \cdot V$ dans la relation précédente; toutefois on ne doit pas oublier qu'il existe et qu'il est à déduire du travail disponible livré effectivement par le récepteur au reste de la machine.

Maximum absolu de l'effet utile.

128. Si donc w et u étaient nuls, on aurait $Pv = \frac{1}{2} MV^2 + Mgh'$. Nous avons d'ailleurs supposé $V^2 = 2gh$, h étant la chute disponible à l'entrée du récepteur. Ainsi $Pv = Mgh + Mgh' = Mg(h+h') = Q(h+h')$. Q est le poids de l'eau versée sur le récepteur par seconde; h' est la chute depuis l'entrée sur le récepteur jusqu'à la sortie, si h était égale à la hauteur du réservoir sur le point d'entrée, $h+h'$ serait la chute totale ou H , et $Q(h+h')$ représentera le travail absolu ou totalement disponible, imprimé par la gravité à l'eau. C'est ce qu'on nomme le maximum absolu du travail d'une chute d'eau. Mais jamais $h+h'$ n'est égal à H ; on est toujours, comme on l'a vu, soit par la contraction, soit par les pertes de force vive et par les résistances du fluide amené par un tuyau ou canal sur le récepteur, ou est, dit-on, toujours contrainct à

perdre quelque chose de la chute génératrice de V . Le récepteur sera donc considéré comme produisant le maximum d'effet, quand il rend le travail $Mg(h+h')$ bien que h soit déjà affaibli. Quand à h' , ou à la hauteur du point d'entrée du fluide sur le récepteur au-dessus du point de sortie, on la suppose nul, entièrement, parce que par le fluide, c'est supposer que ce dernier quitte le récepteur au point le plus bas possible; ou au niveau du canal inférieur; sans quoi $h+h'$ serait encore plus au-dessous de la chute disponible. On voit d'après cela qu'il est nécessaire de disposer les canaux de fuite et d'arrivée de l'eau, de façon à éviter toute cause de perte de force vive, telle que une trop grande pente, les courbes, rétrécissements, etc. Quand la machine exige pour son travail régulier plus d'eau que ne fournit le courant sur lequel elle est établie, la charge sur l'orifice diminuerait continuellement, si on ne pratiquait en avant de l'usine un grand réservoir qui sert de régulateur pendant 5 ou 6 heures au moins dans les grandes sécheresses; après quoi l'eau ayant baissé sensiblement, on interrompt le travail, jusqu'à ce que le bassin soit rempli. On conçoit que l'abaissement du niveau est lui-même une grande cause de perte de travail.

Moyens d'obtenir le maximum absolu d'effet.

129. Puisque, pour que le récepteur rende tout le travail disponible $Mg(h+h')$; il suffit de deux conditions $u=0$ et $w=0$, voyons comment on pourra rendre ces vitesses nulles ou le plus petites possibles — si la vitesse relative ou perdue sera nulle, si le mouvement du fluide est dirigé dans le sens du mouvement du point du récepteur qu'il tend à choquer, et si le fluide possède la même vitesse que ce point. Quand la vitesse est plus grande, il y a choc de la part du fluide contre le récepteur; si elle est plus faible, c'est le récepteur au contraire qui choque le fluide. Mais si étant la différence des deux vitesses, Mu n'en est pas moins une perte de force vive occasionnée par ce choc pendant une seconde; nous y reviendrons plus loin — la vitesse absolue w conservée par l'eau à la sortie du récepteur, dépend de la vitesse avec laquelle elle coule sur le récepteur et de la vitesse de ce dernier. Si la première est nulle ou que le fluide frotte contre la machine ou soit au repos relatif sur elle, le fluide en la quittant perdra la vitesse v' du point par lequel il la quitte. Ainsi $v'=w$. Or w ou v' sera alors nul ou très petit, soit quand la machine se meut lentement, ou quand le point de sortie du fluide est très près de l'axe de rotation; si au contraire le fluide se meut dans l'intérieur du récepteur avec une vitesse u' , il en sortira



Moyens d'approcher
du maximum absolu.
C Maximum relatif de
l'effet utile.

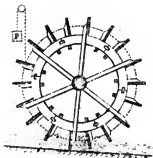
Roue verticale à
palettes planes immergées
dessous.

avec une vitesse composée de u' et de la vitesse du point de sortie a que nous nommerons encore v' , c'est-à-dire avec la vitesse résultante w du vecteur u' et v' , résultante qu'on trouvera par le parallélogramme des vitesses (§ 42^e partie). Supposons que l'eau coule dans l'intérieur de canaux ab entraînée avec le récepteur, et que la vitesse du point a de sortie soit av' . L'eau a d'abord cette vitesse; de plus elle coule le long de ab , avec une vitesse relative qui est au' en a ; sa vitesse absolue au sortant sera par conséquent la résultante av' de av' et de au' . Cette vitesse absolue peut être zero dans deux suppositions: 1^o si u' et v' sont nuls à la fois, c'est le cas déjà spécifié ci-dessus, 2^o si la courbe ab est tangente à av' et dirigée en sens contraire, et si de plus $u' = v'$.

130. Il n'arrive en aucun cas qu'il soit possible de satisfaire exactement à ces conditions; il faut au moins tâcher d'en approcher autant qu'il est possible. — Ordinaiement l'angle de la tangente extrême en a du canal ab fait, avec la direction av' du mouvement du récepteur un angle de 30° au moins. Si v' diffère peu de u' , w devient très petit ainsi que Mw' . — Enfin il y a des circonstances dans la pratique, qui ne permettent ni d'ouvrir le choc à l'entrée, ni d'annuler la vitesse av' à la sortie. On est alors réduit à combiner les choses de façon que M ($u' + w'$) soit seulement le plus petit possible; et l'effet utile Pv' le plus grand d'après les données ou dispositions qu'on peut faire varier ou changer, telles que, par exemple la vitesse v du récepteur ou la vitesse V du fluide à l'arrivée. On obtient alors ce qu'on appelle le maximum d'effet relatif.

Cette question se présente entre autres sur des récepteurs déjà établis, et dont il est seulement possible de modifier la vitesse.

131. Nous allons actuellement appliquer ces principes aux roues hydroliques, en commençant par la roue à palettes planes, nous parviendrons dans un court instant rectiligne. C'est la roue la plus usagée pour les petites chutes au-dessous de 2 à 3 mètres, parce qu'elle prend une grande vitesse. Elle se compose de deux jantes égales et parallèles dont chacune se trouve réunie à l'arbre tournant, par 4 ou 6 bras. Ces dernières sont saillantes en dehors de la circonférence extérieure des jantes, pour recevoir des palettes planes. Dans les intervalles de ces bras, les palettes sont fixées à des chevilles intermédiaires qu'on nomme *tracants*. Les palettes sont éloignées entre elles d'environ



Effet utile maximum
de ces roues.

elles d'environ un pied à 15 pouces. Leur hauteur varie aussi selon le rayon de la roue, de 1 pied à 15 p. Leur largeur est relative à la force qu'on veut obtenir et à la quantité de fluide dans la profondeur, dans la courbure indépendamment de la roue, ne doit pas excéder le $\frac{1}{3}$ ou le $\frac{1}{4}$ de la hauteur des palettes; mais il arrive souvent qu'on fait cette profondeur plus grande, par rapport aux palettes; le coursier doit bien embrasser les ailettes; un jeu de deux centimètres suffit; ce jeu est par la maladresse des Charpentiers élevé à cinq ou à six centimètres. Les coursiers sont inclinés de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}$; quant à la vaine elle est placée le plus près possible de la roue.

132. Nous appellerons P l'effort exercé sur la roue par le fluide suivant la circonférence qui répond au milieu des ailettes, V la vitesse de cette circonférence, $P \cdot V$ sera le travail transmis ou effet par seconde. On peut se représenter P comme un poids soulevé par la roue au moyen d'une corde flexible passant sur une poulie supérieure et sur la circonférence moyenne; P est la hauteur de l'élévation de ce poids pendant une seconde. Le mouvement de la roue étant continu uniforme, l'eau se gonflera entre les palettes entrées et fera un remous ou mouton qui se mouvra avec la vitesse v de la roue. L'eau qui s'écoulera avec la vitesse V viendra choquer, non les palettes mais le mouton ou remous qui se trouve en avant, avec une vitesse relative $v' = V - v$. Elle sortira d'ailleurs hors de la roue avec la vitesse de cette dernière; ce qui donne $W = V$. Enfin, comme le coursier est sensiblement horizontal, pour $h = 0$ à très-peu près. Faisant ces substitutions $u = V - v$, $W = V$ et $h = 0$ dans la relation de l'effet utile établie au § 126, nous aurons ici $PV = \frac{1}{2} MV^2 - \frac{MV^2}{2} - \frac{1}{2} M(V - v)^2 = \frac{1}{2} M \{ V^2 - v^2 - (V - v)^2 \}$. On voit que PV est égal à la moitié de la force vive en entrant diminuée de la moitié de celle qui est conservée à la sortie et de la moitié de celle qui est détruite par le choc. — La masse M s'obtient en observant que si D est le volume d'eau en mètres cubes par seconde, son

poide $Q = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \lambda D$, et que $M = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \lambda D}{g} = \frac{1000}{9,809} \cdot D$. — Le calcul de Pv est donc facile en toute circonstance; toutefois on remarquera qu'il varie avec v vitesse de la roue, et qu'il est nul soit que $v = 0$ ou que $v = V$. Il y a donc une valeur de cette vitesse v , — valeur comprise entre 0 et V qui doit rendre Pv un maximum relatif; c'est celle pour laquelle le terme $v^4 + (V-v)^4$ qui entre négativement dans l'expression de Pv devient le plus petit possible. Et en effet, construisons cette quantité géométriquement. Sur une droite quelconque nous prendrons $AV = V$ et $AV = v$, de sorte que sur cette droite la partie vV représentera $V-v$. Élevons VV' perpendiculaire à AV égale à vV ou à $V-v$; tirons AV' . Le carré de AV' d'après la proposition de Pythagore relative au triangle rectangle $AV'V$ sera tel qu'on aura $AV'^2 = AV^2 + VV'^2$, ou $AV'^2 = v^4 + (V-v)^4$. Si pour v on prend sur la même droite une autre grandeur AV'' ou qu'on élève à son extrémité V'' une perpendiculaire $V''V'$ égale à vV , on aura un autre point V'' lequel avec le point V' et tous les points analogues, déterminera une droite $V''V'$ inclinée à 45° sur AV . Or de toutes les distances AV, AV'' etc. du point A à la droite $V''V'$, la plus courte est la perpendiculaire AV' à cette dernière droite. Ainsi l'angle $V''VA = 90^\circ$, et $V'AV = 45^\circ$. Le triangle AVV' est donc isocèle et AV' ou v est la moitié de la base AV , on est $\frac{1}{2}V$; ce qui indique que le minimum de $v^4 + (V-v)^4$ ou le maximum de Pv correspond à une vitesse de roue moitié de celle avec laquelle l'eau arrive. Si nous faisons $v = \frac{1}{2}V$ dans la valeur $v^4 + (V-v)^4$, celle-ci devient $AV'^2 + VV'^2$ ou $\frac{V^4}{16} + \frac{V^4}{16} = \frac{1}{8}V^4$; d'où

$$Pv = \frac{1}{2} M \left\{ V^4 - \frac{1}{8} V^4 \right\} = \frac{7}{8} M V^4.$$

Maintenant on remarquera que si la roue transformait tout le travail disponible de l'eau, elle donnerait $\frac{1}{2} M V^4$; ce qui prouve qu'un maximum elle ne fournit que la moitié de ce travail; la rest est perdue, par la chute et par la fuite de l'eau avec la vitesse de la roue. D'après la réalité et d'après les expériences de Robins et de Sméaton, cette roue ne donne que $\frac{3}{10}$ ou, 30 du travail possible, c'est-à-dire les $\frac{6}{10}$ de l'effet donné par le calcul; ce qui est dû au jeu indispensable et à ce que l'eau, en vertu de la charge du remon, s'écoule avec une vitesse plus grande que la vitesse v de la roue. L'expérience apprend aussi que la vitesse qui correspond au maximum est un peu au-dessous de

$\frac{1}{2} V$ est égale environ à $\frac{2}{3} V = 0,4V$; ce qui est dû tout d'abord à ce que la remorque est plus grande en avant, et que l'eau agit sur une plus grande surface avant, ce qui augmente l'effort plus l'effet que v est plus petit.

C'est en ces conditions du meilleur établissement de cette remorque qu'il faut la faire entrer en service.

Dénomination de l'effort utile par la remorque.



133. Lorsqu'on laisse un jeu entre les palettes et le coursier, l'effort diminue rapidement. Une partie de la masse d'eau M s'échappe par le jeu. En mesurant l'épaisseur ab de la couche fluide dans le coursier, on déterminera M dans la valeur de PV . D'après le rapport de la section $a'b'c'd'$ interceptée dans la fluide par la palette, à la surface $abcd$ de la section d'eau. Cette dernière section est égale à $\frac{P}{V}$. De là on conclura ab en divisant le quotient $\frac{P}{V}$ par la largeur totale du coursier. V est la vitesse de l'eau à son arrivée sur la roue ou $\frac{P}{V}$ la section d'eau dans le coursier supposé libre. Il paraît que quand la roue est très grande, il faut prendre pour P les 0,75 de sa valeur théorique, c'est-à-dire qu'on a $PV = 0,75 M \frac{a'b'c'd'}{abcd} \frac{V^2}{4}$. Quand on a une palette qui se meut dans une courant d'eau peu étendue, nous y reviendrons plus loin.

Il est utile pour une vitesse quelconque de la roue.

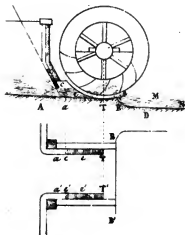


134. Souvent quand la vitesse de la roue est mal réglée, V diffère beaucoup de $\frac{1}{2} V$ ou de $\frac{2}{3} V$. Alors pour avoir PV , il faut calculer d'abord généralement $\frac{1}{4} M \{V^2 - v^2 - (V-v)^2\}$ et en prendre encore les 0,60. On simplifie ces calculs, on observe que si sur $AV = V$ comme diamètre on trace le demi-circulaire AXV , elle coupe l'ordonnée AV en X . La droite $AX = v$ en un point X tel que la corde de AV sera $\frac{V^2 - v^2 - (V-v)^2}{2}$. En effet le triangle AXV rectangle en X donne AV^2 ou $V^2 = AX^2 + XV^2$. Par le triangle rectangle AXV , on a $AX^2 = AV^2 + XV^2 = v^2 + XV^2$; et par le triangle rectangle XV , $XV^2 = XV^2 + VV^2 = XV^2 + (V-v)^2$. Substituons ces valeurs de AX et de XV dans celle de V^2 , on trouve $V^2 = v^2 + v^2 + (V-v)^2$ et par suite $XV^2 = \frac{V^2 - v^2 - (V-v)^2}{2}$. Or XV est moyen proportionnel à AX et AV ou à v et $V-v$. D'où $XV^2 = v(V-v)$. Égalant entre elles ces mêmes valeurs de XV^2 , on aura enfin $V^2 - v^2 - (V-v)^2 = 2v(V-v)$. Si nous faisons cette nouvelle substitution dans l'expression de PV , nous aurons $PV = \frac{1}{2} M \cdot 2v(V-v) = Mv(V-v)^{1/2}$; d'où on tire $P = M(V-v)^{3/2}$, on prendra les 0,60 du travail PV et de l'effort P de la roue calculés ainsi théoriquement, pour avoir ceux qui correspondent à la pratique.

Rapport de l'effet maximum
utile à l'effet absolu de l'eau.

135. On fera attention que V ou la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue diffère essentiellement de celle qui est due à la chute au-dessus du centre de l'arbre par lequel se fait l'écoulement; et que par l'addition d'un petit tuyau (§ 102). La première peut être réduite aux 0,82 de la deuxième, en sorte que la force vive restant disponible sur la roue est les (0,82); ou les 0,66, ou les $\frac{2}{3}$ de la force vive absolue. C'est le cas de presque toutes les roues de moulin pourvu que la roue se place au-delà de la section contractée. Or la roue la mieux établie ne rend que les $\frac{3}{10}$ de l'effet de la chute disponible, c. est à dire que les $\frac{2}{3}$ de l'effet absolu. Le travail maximum de la roue est par conséquent réduit à 0,20 ou au $\frac{1}{5}$ de la hauteur absolue de chute au-dessus du point de sortie sur la roue; soit même encore à environ $\frac{1}{6}$ de la hauteur absolue de chute. Dans les anciens moulins de la ville de Metz que nous met par des roues à pales verticales.

Roue verticale à aubes
cylindriques munie par-dessous.



136. La roue verticale à aubes cylindriques diffère principalement de la précédente en ce que les palettes droites y sont remplacées par des aubes cylindriques qui se raccordent presque tangeniellement à la circonférence supérieure de la roue pour éviter le choc de l'eau à l'entrée, et qui, au lieu d'être isolées en sautoir par de petits bras ou brancards, sont solidement encastrées dans deux couronnes planes concentriques à la roue. L'auteur a d'ailleurs eu soin de réunir dans les divers accessoires tous les genres de perfectionnements indiqués par la théorie et par l'expérience.

1°. Tanne et Certin. La roue, la portée et la rampe sont disposés comme il a été dit (§ 132). De façon à éviter les contractions latérales et intérieures, ainsi que toutes les résistances susceptibles de diminuer la vitesse.

2°. Fond de courbes antérieures. Le fond MT du couloir ou amont de la roue est dirigé tangeniellement aux couronnes, et il est plan jusqu'à

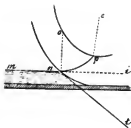
point de contact T déterminé par la perpendiculaire CT abaissée du centre C de la roue sur ce fond. La pente est du $\frac{4}{15}$ ou du $\frac{1}{10}$ au plus.

3°. Fond du courtois sous la roue. Ce partier de T , le fond est cylindrique de façon à emboîter exactement la roue avec le jeu strictement nécessaire, qui est de un centimètre pour une roue en fer ou en fonte, et de 0,50 pour une roue en bois qui n'est jamais d'une exécution parfaite et qui peut fléchir ou se fuser; la portion circulaire TB est prolongée jusqu'en B tel que l'intervalle TB surpasse de 5 à 6 centimètres celui qui existe entre deux aubes voisines, de façon qu'il y ait toujours une aube au moins emboîtée et que le fluide ne puisse librement s'en échapper.

4°. Redans en arrière, canal de fuite. Le coursier est brusquement interrompu en B par une marche ou redant BD qui permet à l'eau de sortir librement de la roue; l'arête B de ce redant doit être placée au niveau MN du fluide dans le canal qui sert à évacuer les eaux de l'usine en temps ordinaire, c'est-à-dire quand il n'y a pas sécheresse ou surabondance d'eau. Ce partier de ce redant, le canal d'évacuation doit recevoir immédiatement en largeur et en profondeur les dimensions propres à faciliter l'écoulement sans exiger une trop grande pente, conformément à ce qui a été dit § 119, pente qui est toujours une partie de la chute totale disponible sur une certaine étendue du cours d'eau.

5°. Largeur du coursier en amont et de l'orifice. On donne à la largeur ad' horizontale de l'orifice et de la partie AT , l'a' antérieure du coursier un peu moins que la largeur des aubes de la roue ou de l'intervalle des couronnes, afin que l'eau n'aït pas rencontré l'épaisseur de ces dernières; cet excès de largeur doit être d'environ trois centimètres de chaque côté pour les roues bien construites.

6°. Logement des couronnes dans les joues du coursier. Pour donner aux couronnes la liberté de se mouvoir, on pratique des entailles cylindriques ceT , $c'eT'$ dans les joues latérales du coursier avec un jeu suffisant de 2 à 3 centimètres sous l'épaisseur des couronnes, et beaucoup



7°. Tracé des aubes cylindriques. Comme l'eau se dégageait mal des aubes à la sortie, si elles étaient exactement tangentes à la circonférence extérieure de la roue, et qu'elle choquerait le fluide au moment on donnera à ces aubes une légère inclinaison relative à l'épaisseur de la lame d'eau que le coursier doit recevoir. On étant la nappe supérieure de cette lame, on élèvera en un point de rencontre de cette nappe avec la circonférence extérieure des couronnes, la perpendiculaire ao sur le fond du coursier, laquelle se rencontre la circonférence intérieure en O , du point O comme centre on décrira l'arc du cercle np tangent à mn ; ce sera le profil des aubes. Si les couronnes étaient très larges, on prendrait O au-dessous de la circonférence intérieure; si elles l'étaient peu, on le prendrait au-dessus, afin de n'avoir pas des courbes np trop tendues. La seule attention à avoir, c'est que l'arc de cercle np coupe perpendiculairement la couronne intérieure; afin que si l'eau jaillissait au-dessus de l'aube, ce fût verticalement, et qu'elle y retomberait immédiatement. D'après cette construction, l'angle est formé par les aubes avec la circonférence extérieure de la roue sera d'environ 30° au moins pour une hauteur d'ouverture de l'orifice de $0,50$, et de 20 à 25° pour une hauteur de 10 à 15 centimètres.

8°. Nombre et construction des aubes. Le nombre et l'espacement des aubes dépend aussi du volume d'eau admis sur la roue et sur son rayon. Pour les roues de 3 à 4 mètres de diamètre, on se donnera pas moins de 36 aubes à la roue; on en donnera 48 au moins pour celles de 6 à 7 mètres de diamètre.

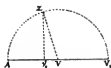
9°. Largeur des couronnes. Nous nous bornerons à dire que l'intervalle entre leur circonférence extérieure et leur circonférence intérieure égale au moins $0,40$ à $0,55$ pour les charges de fluide dans le réservoir de $0,50$ seulement, et qu'il est de $0,60$ au moins pour les charges approchantes de 2 mètres. Cette largeur est motivée sur ce que l'eau ne doit pas pouvoir s'élever au-dessus des couronnes en suivant les aubes.

Effet maximum
utile de la roue à aubes
cylindriques.

137. Occupons-nous maintenant des effets mécaniques de cette roue. Nous admettrons que l'eau se arrête dans la direction propre du mouvement des aubes et de la roue et presque tangentielle-ment au premier élément de ces aubes ne donne lieu à aucun choc à l'entrée. Cela posé, et conservant la dénomination de § 132, on observera que, puis que l'eau arrive avec la vitesse V tandis que les aubes fuient devant elle avec une vitesse v , cette eau entrera sur les aubes avec une vitesse $V-v$, en vertu de laquelle elle s'y étièvera contre l'action de la gravité et de la force centrifuge, à une certaine hauteur que nous ne calculerons pas, mais que l'expérience et le raisonnement s'accordent à ne pas supposer au-dessus de la hauteur due à $V-v$, ou de $\frac{(V-v)^2}{2g}$. L'eau après être arrivée à ce point le plus élevé, tend en étant emportée par la roue, et descend par l'action de la gravité et de la force centrifuge qui lui rendent en sorte cont-raire la vitesse $V-v$ qu'elle possède au moment de monter, elle tendra donc à sortir des aubes avec cette vitesse. Mais comme elle est emportée avec la vitesse v de la roue, elle sortira avec la vitesse absolue et tangentielle $(V-v)+v$ ou V . Cette sera la vitesse résultante de sortie, et si elle est nulle ou si $v = \frac{V}{2}$, l'eau n'éprouvera pas de perte de force vive en sortant, mais comme elle ne choque pas, non plus en entrant, il s'en suit que la roue produira le maximum d'effet absolu, ou que l'effet utile PV sera égal à $\frac{1}{2} MV^2$, ou à la quantité de travail consommée dans l'eau à son arrivée sur la roue. Admettant H la hauteur due à V , Q la poids d'eau écoulé dans une seconde, M la masse ou $\frac{Q}{g}$, on a $V^2 = 2gH$ et $\frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} \times 2gH = Q \cdot H$, d'où $PV = QH$.

Effet utile pour une
vitesse de roue différente
de celle qui correspond
au maximum.

138. Pour trouver l'effet utile relatif à une vitesse v de la roue différente de $\frac{V}{2}$, on répètera le raisonnement fait aux §§ 125 et 126 de la théorie générale des machines hydrauliques, et on aura évidemment $Pv = \frac{1}{2} MV^2 - \frac{1}{2} M(V-2v)^2 = \frac{1}{2} M \{V^2 - (V-2v)^2\}$, relation qui conduit à la même conséquence pour le maximum d'effet. On peut simplifier l'expression de Pv en observant que $(V-2v)^2 = V^2 + 4v^2 - 4Vv$, ce qui donne $V^2 - (V-2v)^2 = V^2 - V^2 - 4v^2 + 4Vv = 4Vv - 4v^2 = 4v(V-v)$, et par conséquent $Pv = 2Mv(V-v)$. On arrivera encore à ce résultat par des considérations géométriques et en construisant $V^2 - (V-2v)^2$. Cet effet



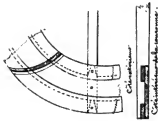
Coefficients pratiques
de l'effet utile.

prenez $\overline{AV} = V$ et $\overline{AV'} = \frac{1}{2}AV = \frac{1}{2}V$. Portez de A en V' la longueur $AV' = \frac{1}{2}V$, de sorte que $\overline{V'V} = (V - \frac{1}{2}V)$. Le point V comme centre et d'un rayon $AV = V$, vous décrivez une demi-circonférence qui coupe en Z la perpendiculaire $V'Z$, et que vous joignez $VZ = V$, vous aurez $\overline{V'Z}^2 = \overline{ZV}^2 - \overline{V'V}^2 = V^2 - (V - \frac{1}{2}V)^2$. Mais d'un autre côté $V'Z$ est une moyenne proportionnelle à AV' et à $V'V$, c'est-à-dire à $\frac{1}{2}V$ et à $2V - \frac{1}{2}V$, de sorte que $\overline{V'Z}^2 = \frac{1}{2}V \times (2V - \frac{1}{2}V)$. Egalant entre elles ces deux valeurs de $\overline{V'Z}^2$, on aura $V^2 - (V - \frac{1}{2}V)^2 = \frac{1}{2}V(V - \frac{1}{2}V)$, et de cette manière on sera conduit encore à la dernière valeur de PV .

138. Voici maintenant ce que l'expérience a appris de positif sur ces roues quand elles sont convenablement établies, 1°. La vitesse v de la roue qui donne le maximum d'effet surpasse un peu la moitié de la vitesse d'arrivée V de l'eau; elle en est au plus de 0,55; mais on peut sans inconvénient, quand l'eau afflue en grande masse sur la roue la porter à 0,60, ce qui souvent est un avantage pour la machine qui doit marcher vite. 2°. L'effet utile réel est environ de 0,65 de celui que donne le calcul quand la hauteur de chute disponible H ou $\frac{V^2}{2g}$ surpasse deux mètres et que l'ouverture de l'orifice est faible, ou de 10 à 12 centimètres par exemple; il en est de 0,75 quand la chute est beaucoup au-dessus de 2 mètres et que l'ouverture de l'orifice est de 20 à 30 centimètres. Le résultat moyen 0,70 surpasse, comme on voit, le double de ce que donne la roue à palette plane la moins construite. 3°. Si l'on entend parler de l'effet maximum intégralement transmis par une telle roue construite à une machine, on peut admettre qu'il est moyennement les $\frac{6}{10}$ de la quantité de travail absolue et indépendante des pertes de force vive dues à la contraction, au frottement de l'eau, de la production du poids de fluide écoulé multiplié par la chute totale comprise depuis le niveau du réservoir jusqu'au jet de l'eau de la roue.

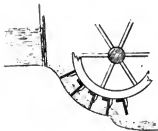
Détails de construction.

139. Quant à la construction des couronnes ou des aubes, elle ne présente pas de difficultés particulières. Les aubes peuvent se faire en petites planchettes de bois de chêne assemblées, comme les douves de tonneau, dans des rainures circulaires pratiquées aux couronnes; ces mêmes planchettes peuvent encore être clouées contre des rebords ou liteaux fixés aux couronnes. On remplacera le liteau extérieur des aubes par une lince de tôle de 0,06 à 0,08 de largeur, et on visitera tout affaiblissement.



Avantage des roues
à aubes cylindriques.

Roue à palettes mues
de côté dans un coursier circulaire.



Lorsque les couronnes seront exécutées en bois, on les composera chacune de deux jantes adossées à un bois et à queue d'héron sur les bras sans tison et de manière à offrir la face intérieure verticale de chaque bras. Ces jantes auront 2 pouces d'épaisseur sur 6 à 7 p. de largeur, et on recouvrira, intérieurement à la cour, leur système par des planches de 1 pouce à 15 lignes d'épaisseur lesquelles masqueront les jointes des jantes avec les bras, et seront boulonnées de distance en distance contre les bras et les jantes. On remarquera qu'ici le fluide tend peu à écarter les couronnes, et qu'il ne faut que presser les aubes, néanmoins il sera bon de s'opposer à l'écartement des bras et des couronnes en traversant de part en part la roue par des boulons servant à les réunir.

Nous avons beaucoup insisté sur les roues à aubes courbes mues par dessous, parce qu'elles sont destinées à remplacer désormais les anciennes roues à palettes pour tenter les chutes au-dessus de 2 mètres. Il existe déjà un grand nombre de ces roues exécutées en France et dans les pays étrangers. Elles offrent sur toutes les autres l'avantage d'aller très vite et de pouvoir marcher dans l'eau lors même qu'elles y sont noyées en rivière, lors du crue. Il suffit seulement de donner, dans cette dernière circonstance, la hauteur convenable au coursier et aux aubes.

140. On a cherché à remédier à l'inconvénient des roues à palettes ordinaires sous le rapport de la perte d'effet en embêtant les aubes dans un coursier circulaire qui se relève plus ou moins haut du côté de l'orifice, de manière à rendre la charge du fluide au-dessus du centre de ce dernier beaucoup plus faible. Mais alors la vitesse d'arrivée V de l'eau sur la roue, est très petite, et la perte de force vive à l'entrée est nécessairement amoindrie. On peut d'ailleurs aussi diminuer la vitesse de la roue, de façon que l'eau en la quittant ne conserve que peu de force vive. On pratique ici également un roffant au coursier sous l'axe de la roue pour le faire s'élever

de l'eau. La rampe est disposée de manière à épouser les contractions; la partie antérieure du courtois se raccorde tangentiellement à la roue; le jeu est le moindre possible; les palettes sont un peu inclinées en avant du côté d'amont, sur les rayons quand la vitesse de la roue doit être forte; celle inclinaison diminue la vitesse absolue de sortie de l'eau hors des aubes. Quand on craint que l'eau ne jaillisse par derrière les aubes vers l'intérieur de la roue, on ferme cette partie à côté par des planches clouées sur les jantes, mais on laisse un vide vers le haut pour que l'air puisse s'échapper. — Le nombre des aubes est réglé comme dans ce qui précède.

Moyens de rendre l'effet le plus près possible de l'effet absolu.



141. Passons à la théorie de ces roues. Considérons toujours les mêmes dénominations, et nommons H la hauteur du point d'arrivée de l'eau sur la roue au-dessus de l'axe B du ressort qui sert de dégagement à l'eau. La vitesse de sortie étant à peu près celle V de la roue, on aura d'après le principe des forces vives (§ 126), $PV = Mgh + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}M(V-v)^2 = Mgh + \frac{1}{2}M\{V^2 - (V-v)^2 - v^2\}$. On rendra presque nulle la terme soustractive de cette expression, en faisant la vitesse v de la roue très petite et en prenant $V \approx v$; c'est à-dire en rendant la charge de fluide sur l'orifice aussi très petite. On y parvient en prenant l'eau à la surface du réservoir et en la faisant passer au-dessus d'une rampe formant réservoir et qui se tient près de la roue. On calcule la largeur horizontale de cette rampe par la formule du § 107, relative à la dépense d'un réservoir, de façon que l'épaisseur de la lame d'eau ne surpasse guères 20 centimètres, ce qui exige quelquefois de donner beaucoup de largeur à la roue et à l'orifice quand l'eau est abondante et que la roue doit être puissante. Mais il en résulte que l'eau acquiert au plus la vitesse moyenne de 1,50 à 2^m avant d'atteindre les aubes. Quant à la vitesse V de la roue, l'expérience prouve qu'on ne peut la rendre beaucoup moindre d'un mètre, à cause des fuites dans le courtois sous l'effet croissant avec le temps. On comprend donc que ces roues doivent approcher beaucoup du maximum d'effet absolu dans les circonstances dans

il s'agit, effet absolu qui est ici mesuré par $\frac{1}{2}Mgh + \frac{1}{2}MV^2$. C'est-à-dire des expériences faites par M. la Capitaine. Mais prouvons-elles que ces roues peuvent rendre au moins les 0,80 environ de cet effet total. Mais si on calcule ce dernier d'après la chute totale ou d'après la hauteur du niveau supérieur au du réservoir au-dessus du restant, et si on défalque de l'effet utile la résistance des frottements, on trouve un résultat qui est moindre selon les cas, et qui en est au moins moyennement à 0,67. Quoiqu'il en soit, cette disposition n'en est pas moins très-avantageuse pour tous les cas où une grande vitesse de la roue n'est pas indispensable; et dans le cas contraire, il faut des rouages intérieurs pour obtenir une grande vitesse, et l'effet utile est de beaucoup réduit.

Capacité de la roue

142. On doit d'ailleurs proportionner la capacité de la roue de manière à ce qu'elle puisse admettre toute le fluide qui arrive de l'orifice. Soit l la largeur des aubes parallèles à la direction de l'arbre, et K leur hauteur. $K \times l$ sur la face de chaque aube, et le volume de l'espace que chaque aube parcourt dans une seconde est évidemment $K \times l \times v$. La dépense de l'orifice on D doit être au plus moitié de ce volume. On aura $D = \frac{K \times l \times v}{2}$; d'où $l = \frac{2D}{K \times v}$.

Maximum relatif de l'effet utile.

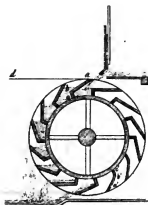
143. Revenons maintenant au cas général où V est v ou surpassant beaucoup v et 1° . — Si la vitesse v de la roue est obligée, et qu'il n'y ait que la vitesse d'arrivée V de l'eau sur la roue qu'on puisse modifier en faisant varier la position de de l'orifice, notre équation ci-dessus montre que $(V-v)^2$ doit être nul ou qu'on aura $V=v$. La perte de travail sera réduite à $\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}MV^2$; c'est-à-dire que la chute sera diminuée de la charge du fluide sur l'orifice. Supposons par exemple que la vitesse v de la roue v soit de 3° , on prendra une chute de $\frac{3 \times 3}{2g} = 0,525$ environ. Si au contraire la vitesse de la roue n'était pas encore fixée, et que la position de l'orifice ou V le soit, il faudra rendre $\frac{1}{2}M\{(V-v)^2 + v^2\}$ le plus petit possible comme pour les roues à palette pour des raisons, en faisant $v = \frac{1}{2}V$ (§ 132).

Calcul de l'effet utile pour des vitesses quelconques.

144. Si sur la valeur générale de Pv on fait les mêmes transformations qu'en § 134, on aura $Pv = Mgh + Mv(V-v)$. On prendra les $\frac{6}{10}$ ou les $\frac{2}{3}$ du résultat calculé lorsque $V = \sqrt{2gh}$ est très-grand, ou si h' hauteur du coude circulaire est seulement le $\frac{1}{2}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la hauteur disponible $h+h'$, et 0,80 si h' ou

diffère à très peu près de s'il y a peu de jeu dans la courbure. Dans le premier cas, les roues ne retiennent, toute perte comprise, qu'environ 0,40 à 0,50 de l'effet total calculé sur la chute depuis le niveau du réservoir jusqu'au restant sous la roue, et de 0,60 à 0,70 dans le second, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ environ de plus que les roues à aubes courbes dont nous avons parlé ci-dessus.

Roues à auge recevant l'eau à une certaine hauteur.

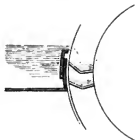


Disposition la plus avantageuse de ces roues; leur efficacité.

145. Les roues à auge sont composées de deux couronnes parallèles ouvertes par la descente, mais fermées hermétiquement en dedans par un plancher qui empêche l'eau de couler vers l'axe. Les palettes sont remplacées par des planchettes bises à bc ou par des aubes courbes à $b'e'$. L'intervalle compris entre les palettes, les couronnes et le tambour intérieur forme une espèce d'auge qu'on nomme *auge*. On varie beaucoup sur la meilleure forme des auges; la plus ordinairement bc est dans le prolongement du rayon et égal à la moitié de la largeur de chaque couronne; $b'e'$ est tracé de façon que l'angle $b'ad$ que cette droite forme avec la circonférence intérieure soit très petit. Cependant il y a une limite; cet angle ne peut être moindre que 30° ; ou bien encore $b'e'$ ne peut surpasser 2 ou 3 fois bc .

Quant au nombre des auges, il doit être, selon limite pour qu'entre la saillie b et l'aube suivante il y ait un intervalle d'au moins 0,08 à 0,10 pour admettre l'eau. Sous ce dernier rapport, les aubes courbes en usage dans les bonnes constructions sont très avantageuses; elles permettent de donner plus de capacité aux auges.

146. La théorie des roues de côté ou à palettes est également applicable aux roues à auge, et celles-ci rendent à peu près le même effet dans les mêmes circonstances. Si on veut que l'eau entre aisément dans les auges ou qu'elle ne soit pas rejetée au dehors, et qu'il n'y ait pas choc, il faut encore que l'eau arrive à peu près tangentiellement à la roue autant qu'il est possible, condition à laquelle on satisfait bien en la

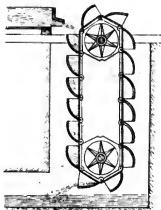


faisant arriver vers la roue par une petite bouchée courbée et dans le sens du mouvement. Quand on est forcé de la faire arriver en avant ou de côté, l'eau doit être versée par la surface du réservoir et la roue arrive peu de vitesse comme dans le cas des roues à palette à courbes circulaires, ou bien l'eau doit être dirigée sur la roue par une buse adaptée à l'orifice, si la charge d'eau est un peu considérable sur son centre ou si la roue doit marcher vite. — Le calcul des effets de cette roue et les conditions de son meilleur établissement sont absolument les mêmes que pour les roues précédentes. Il paraît aussi qu'elle rendait 0,80 de l'effet théorique quand la vitesse V et V' sont faibles, et 0,60 à 0,67 quand elles sont fortes ou que la roue est prise par son côté. — On remarquera qu'ici les frottements au jeu se trouvent remplacés par le surmarché de l'eau hors des augelets, qui augmente avec la vitesse à cause de la force centrifuge. C'est pour cette raison qu'on donne aux augelets une capacité qui est au moins le double du volume de l'eau qui y arrive, ou même la triple si la roue doit marcher très vite. — Soit n le nombre des augelets de la roue qui varie de 36 à 60 selon le diamètre, R le rayon, $\pi = 3,142$, V la vitesse de la circonférence moyenne ou le chemin parcouru dans une seconde, K le nombre de révolutions dans une minute $\frac{K \cdot \pi R}{60} = \frac{\pi K R}{30} = V$. Soit q le volume d'un augelet plein; le volume de tous les augelets qui passeront dans un tour = nq ; il sera dans une minute $K \cdot nq$ et dans une seconde $\frac{K n q}{60}$. Il faudra que la dépense de l'orifice dans t soit au plus $\frac{1}{2} \frac{K n q}{60}$ ou $\frac{K n q}{120}$; appelant D cette dépense, on aura $D = \frac{K n q}{120}$ ou $q = \frac{120 D}{K n}$. — Ordinairement on estime, d'après les expériences de Sméaton, que l'effet utile intégral transmis par les roues à augelets brisés ordinaires est au maximum les $\frac{2}{3}$ du travail dû à la chute totale. Mais quand les augelets sont coulés et profonds de manière à se vider tard, quand la roue va lentement ou avec une vitesse de 8^{te} environ, et qu'il y a une petite tête d'eau, on peut compter sur près de 0,80 pourvu que la roue ne soit pas trop lourde. — Les roues à augelets ne sont ordinairement employées que pour les fortes chutes de 3^{tes} et au dessus; pour les petites chutes, il faudrait donner une trop grande largeur aux augelets pour admettre l'eau et pour obtenir un travail un peu grand.

Circonstances où on doit employer chaque espèce de roue hydraulique.

147. Il est évident d'après ce qui précède, que les diverses roues hydrauliques ne sauraient être, dans tous les cas, employées indistinctement. On remarquera en effet 1°. que les roues à aubes planes ou courbes mises par-dessous couramment, particulièrement aux chutes d'arpens de plaines qui excèdent rarement dans un bras à cause du frais qu'occasionneraient des digues à plus hauteurs. 2°. que les roues de côté à courbes circulaires se prenant l'eau à la surface du réservoir couramment aussi aux mêmes circonstances et à des chutes de 3 mètres, pourvu qu'au mécanisme intérieur de l'usine n'ait pas besoin d'une grande vitesse. 3°. Que pour les chutes de 5 à 8 mètres, les roues à aubes recevant l'eau au-dessous et se mouvant avec une faible vitesse, peuvent aussi être employées avec avantage; mais elles ne seraient plus qu'appliquables à des chutes de 12 à 20 mètres, puisqu'elles auraient des dimensions exorbitantes, et que leur arbre supporterait une charge considérable d'eau qui produirait de grands frottements. C'est dans ces dernières circonstances qu'on emploie les chaînes à godets, les chaînes à chapelets, les machines à colonne d'eau. Nous allons successivement examiner les deux premières espèces de ces récepteurs hydrauliques, parce que nous aurons plus loin occasion de parler des machines à colonne d'eau.

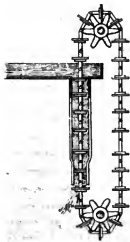
Chaîne à godets.



148. Les chaînes à godets sont formées de deux mêmes lons que les roues à godets. On se fait une idée de leur système, qu'on imagine deux roues hexagonales ayant leurs centres sur la même verticale, dont l'une est placée à la hauteur du niveau supérieur et l'autre dans le bief inférieur. Si de plus ces roues sont enveloppées d'une chaîne sans fin dont les maillons sont égaux à la longueur des côtés des hexagones des roues et qui est unie à chaque maillon d'un godet, on voit que quand une file d'eau plus étroite que la largeur des godets vient à tomber successivement dans les godets de la branche de gauche, le poids de cette eau produira sur les deux roues

un mouvement de droite à gauche, et que quand ces godets seront parvenus au bas de leur course, ils se soulèveront pour remonter à vide par la branche droite de la chaîne et se remplir de nouveau d'eau qu'ils se seront présentée à l'écoulement du flux d'eau. C'est ce que nous avons dit, il faut que les files soient plus épaisses que la largeur des godets. L'arbre qui communiquera le mouvement à la machine qu'on veut faire mouvoir peut être indistinctement placé à l'axe de la roue supérieure ou de la roue inférieure. Il est évident que l'eau tombe dans les godets avec une vitesse acquise et que ceux-ci finissent devant les files avec une vitesse différente. Il y a donc choc et perte de force vive. Or si l'on dans ces godets, l'eau y agit par son poids ce n'est plus que la vitesse des roues ou de la chaîne. On suppose prouvé que le choc à l'arrivée de l'eau devant être le moins possible, ainsi que sa force vive à la sortie, il convient que la vitesse des chaînes soit très faible, ainsi que celle de l'arrivée de l'eau; ce qui en même temps ces deux vitesses soient égales. Ces vitesses doivent être telles que possible réduites à une même. Comme l'eau se vide presque au bas, il y a très peu de déchet dans la chute pour cette dernière circonstance.

Chaîne à chapelle.



149. Dans les chaînes à chapelle, les deux roues sont remplacées par deux étoiles éboulées, et les godets par des disques de bois recouverts d'une plaque de cuir dont le diamètre est plus grand. La chaîne sans fin après avoir traversé le réservoir supérieur, pousse dans un tuyau dont la largeur est assez grande, et ensuite d'une manière à l'écoulement bien allongé et dont le diamètre plus petit que celui des plaques de cuir force celles-ci à se relever de manière à se tenir l'eau au-dessus de chaque disque. Ici les roues ont un pied d'intervalle. La quantité de travail du moteur est mesurée par le produit de la vitesse de la chaîne qui multiplie le poids d'une colonne d'eau dont la base est le diamètre du tuyau le plus étroit et dont la hauteur est celle du niveau du réservoir supérieur au-dessus du débouché inférieur du tuyau dans lequel

dans lequel la chaîne a pénétré. Ce travail diffère peu de celui qui est transmis à la machine.

Roues à palettes pendantes
mises dans un courant indéfini



150. On nomme *courant indéfini* celui dont la longueur et la profondeur sont très grandes par rapport aux dimensions des ailes des roues qui en vont y faire mouvoir. C'est le cas des roues établies sur les grandes rivières. Elles sont montées sur des batteaux assemblés ou sur des pilotis. Les ailes ont une longueur de 3 à 4^m; leur hauteur est de 0,50 à 0,80, ou plutôt elles se donnent de rayon de $\frac{1}{2}$ à $\frac{3}{4}$ au plus de la longueur de ce rayon. Les roues baignant dans la ligne de $\frac{1}{4}$ ou de $\frac{1}{2}$ au plus de leur rayon, de sorte que les aubes sont entièrement plongées dans le courant. — Le nombre des ailes est ordinairement de 12, Bouthet a trouvé qu'il était plus avantageux d'augmenter ce nombre, et il le porte de 18 à 24. — Enfin les ailes sont supportées chacune par un bras partant de l'arbre, et tous les bras sont reliés entre eux par des cercles de fer près les ailes. Il est bon d'incliner celles-ci un peu en avant sur le rayon, en s'écartant du côté de moult leur partie extérieure hors de celui-ci. Notamment ici si la vitesse moyenne de la partie plongée des ailes V la vitesse du courant à la surface mesurée avec un flotteur, P l'effort utile, A la surface d'une seule aube supportée seule dans sa position verticale, en vertu de la vitesse relative $V = v$, on a donc que la pression produite par ce choc est proportionnelle au poids d'un prisme de fluide de base A et de hauteur $\frac{(V-v)^2}{2g}$; et si on se rappelle que le poids du mètre cube d'eau est de 1000 kil, on aura $P = K 1000 A \frac{(V-v)^2}{2g}$ et $Pv = K 1000 A \frac{(V-v)^2}{2g} v$. K est un coefficient relatif à la résistance absolue du fluide qui choque les aubes, (partie minime imprimée § 199) et qui sert à corriger la formule d'après l'expérience.

Valeur du coefficient
de résistance des aubes.

151. Il faut distinguer le cas où les aubes sont entièrement plongées dans l'eau de celui où elles n'y sont plongées qu'en partie. Dans ce dernier cas, on ne prend dans le calcul pour A que la partie plongée de la surface des aubes, mais aussi le fluide forme en avant un remous qui pèse sur l'aube et doit augmenter la pression. On conçoit



alors pourqu'il le coefficient K doit être un peu plus fort. D'après les expériences de Bossch et de Boitard sur les aubes plongées en partie dans un courant, ce coefficient s'élève à deux près de 3. Mais quand les aubes sont plongées entièrement, le courant n'a plus lieu, et K paraît être au-dessous de la valeur précitée dans celles d'être supérieur à 2. M. Conche a fait en 1825 sur trois moulins de batiaux établis à Lyon sur le Rhône, des expériences qui confirment que la valeur de K demeure comprise entre deux et trois pour le cas des ailes entièrement plongées. Ces ailes, avaient moyennement 2 mètres carrés de surface, ou 2,6 à 3,20 de largeur horizontale sur 0,65 à 0,75 de hauteur; leur extrémité inférieure était plongée d'environ 1,20 au-dessous de la surface de l'eau, elles étaient au nombre de 12. L'ensemble se montait sur des roues de 4,5 à 6 de diamètre.

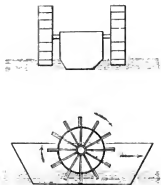
La vitesse mesurée au centre d'impression était de $\frac{1}{3}$ à la moitié de celle du courant, celle d'environ mesurée à la surface était environ 1,30 à 2. On a déterminé l'effet utile, en admettant que la mesure de 1 Kilo^g. de blé équivaut à une dépense de travail de 6700 K^gm environ sur la roue hydraulique, et distance comprise; les valeurs du coefficient K dans ces moulins comprises entre 2,50 et 3,80; et on donne pour leur moyenne $K = 2,80$. On pourra donc adopter ce nombre avec confiance pour les roues à ailes pendantes des moulins établis sur batiaux, en observant qu'ici les ailes se courbaient entre les corps de deux bateaux qui formaient une sorte de couloir laissant beaucoup de jeu: ce qui ne augmentait un peu la vitesse générale du courant ainsi que la valeur de K .

Pour des roues se mouvant dans un fluide pour ainsi dire indifférent, il est probable que K ne dépasserait guères 2,50; et l'expérience semble prouver d'ailleurs que ce coefficient ne dépend pas de l'étendue absolue de la surface des ailes.

Vitesse de
poussée maximum de l'eau.

151. Quant à la vitesse V la plus avantageuse à leur impression, elle paraît devoir être comprise entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ de la vitesse V du courant, conformément à ce qui a été observé sur les moulins du Rhône où une longue pratique a dû conduire au résultat le plus avantageux possible. Cette proposition est aussi justifiée par les résultats des expériences de Bossch et de Christian qui ont trouvé $V = 0,40V$, environ

Roues à rames servant
à mouvoir les bateaux.



Travail des roues motrices.

pour la vitesse la plus convenable de la roue à aileres. Il serait facile de prouver d'ailleurs, d'après les formules ci-dessus, que théoriquement elle devrait être $\frac{1}{3}V$, quantité inférieure à celle que donne l'expérience, et qui en doit réellement adopter dans la pratique.

152. Ces roues sont disposées à peu près comme les précédentes sur le premier du bateau, et sont alors au nombre de deux. Quelquefois aussi on les place à l'avant ou à l'arrière du bateau, mais cette disposition a été reconnue moins avantageuse. Si le bateau n'est point immobile, et les roues, au lieu de recevoir l'action du courant, sont destinées à faire cheminer le bateau en avant, en frappant le fluide. Le mouvement leur est communiqué par une machine ou par un moteur quelconque établi à bord l'intérieur du bateau. D'après anciennement on avait appliqué un pareil système aux bateaux de vent de lacs; le moteur consistait dans un ou plusieurs chevaux faisant tourner un moulin. Récemment on y a appliqué les machines à vapeur qui ont permis d'en prendre; avec le mécanisme des roues à rames, des voyages de long cours sur la mer et sur les fleuves. Avant d'être parvenu au point actuel de perfection, on avait fait beaucoup de tentatives qui n'avaient été infructueuses, parce qu'on en ignorait la théorie. Aujourd'hui on est plus avancé sur cette science, grâce aux observations et recherches de M. H. Morotier et Navier.

153. Notons V la vitesse absolue de rotation de la roue à rames au centre des aileres, A l'aire totale des aileres en se prenant qu'une pour chaque roue ou deux pour les deux roues ensemble, V la vitesse naturelle du courant, et v la vitesse du bateau par rapport aux rives, supposons d'abord que le bateau remonte le courant avec cette vitesse v , les aileres, si elles ne tournaient pas, seraient amenées de la vitesse v du bateau, et elles seraient choquées par le courant avec la vitesse $V+v$. Mais comme elles font un sens contraire de la vitesse v du bateau, en vertu d'un mouvement de rotation qui leur donne la vitesse V , elles choquent le fluide avec l'acc. $V-(V+v)$ de leur vitesse

propre et de la vitesse relative $V+v$. On peut encore raisonner en observant que si le bateau était immobile, les aubes en tournant avec la vitesse U dans le sens de la vitesse V du courant, choqueraient le fluide avec la vitesse $U-V$. Mais comme le bateau marche avec la vitesse v contraire à U , il est comme s'il courait était animé de la vitesse $V+v$, le bateau restant immobile. Maintenant puisque les aubes choquent le fluide avec la vitesse $U-V-v$, la résistance qu'elles éprouvent de ce côté sera mesurée (proche de l'air) par une colonne de fluide ayant à peu près et $\frac{(U-V-v)^2}{2g}$ pour hauteur et dont le poids est $1000 \text{ Kil} \Lambda \frac{(U-V-v)^2}{2g}$. En multipliant ce poids par un coefficient K que donne l'expérience, si on nomme P la pression exercée par les aubes sur le fluide, on aura $P = K \Lambda 1000 \frac{(U-V-v)^2}{2g} \text{ kil}^2$. La réaction contre les aubes, qui provient de l'eau étant égale et contraire à P , le bateau s'avancera pour si en avant avec cet effort, de même que si un homme agitait avec un bâton forcé. Or cet effort doit précisément égaler la résistance qu'éprouve le bateau à remonter le courant. Soit donc K' la section transversale la plus grande de la partie plongée du bateau qui remonte le courant avec la vitesse relative $V+v$, il est clair que cette dernière résistance aura pour valeur $K' \Lambda 1000 \frac{(V+v)^2}{2g}$, K' étant un coefficient de la résistance relative à la forme du bateau et plus particulièrement de la proue; c'est-à-dire qu'on a aussi $P = K' 1000 \Lambda \frac{(V+v)^2}{2g} = K' 1000 \Lambda \frac{(U-V-v)^2}{2g}$, ou $K' (V+v)^2 = K \Lambda (U-V-v)^2$. On tire, $\frac{K'}{K \Lambda} (V+v)^2 = \frac{(U-V-v)^2}{2g}$, ou enfin $(V+v) \sqrt{\frac{K'}{K \Lambda}} = U-V-v$. Nous représenterons la quantité $\sqrt{\frac{K'}{K \Lambda}}$ par m . Il sera facile de la calculer dans chaque cas particulier d'après ce que nous dirons plus loin. Ainsi $m(V+v) = U-V-v$, et par conséquent $U = (m+1)(V+v)$.

Si on halait le bateau du rivage par des hommes ou par des chevaux, leur travail par seconde serait évidemment $PV = K' 1000 \Lambda \frac{(V+v)^2}{2g} V$ car le chemin parcouru par le point d'application du halage serait le même que celui qui est parcouru par le bateau par rapport aux rives. Dans la réalité les hommes dépendraient un peu plus de travail à cause de l'obliquité du tirage par rapport à la direction du courant; et parce que les traits traités au à terre ou dans l'eau, mais on peut négliger cette circonstance qui n'augmente probablement pas le travail de $\frac{1}{10}$ de sa valeur. — Le même travail sera

marc, évidemment, de par le peu d'espace qui se trouve entre
 les bâteaux, par la pente le fond de l'eau de dessus le bâteau, ou
 qui tirerait sur son câble fixé à une ancre. Ce s'en suivrait
 par conséquent que ce travail est le même que celui que voit dépen-
 ser la machine qui met en mouvement les autres. C'est bien
 que l'effet, à égalité de ancre, des autres soit aussi P , cet
 effort dans une seconde, c'est la vitesse V de la roue, c'est que
 le travail à déprimer par la roue sera PV ou $K'1000A \frac{(V+V')^2}{2g} \cdot U$;
 ou bien à cause de la valeur $U = (\pi+1)(V+V')$, on aura pour le tra-
 vail de la roue $K'1000A \frac{(V+V')^2}{2g} \cdot 2(\pi+1)(V+V') = \frac{K'1000A}{2g} (1+\pi) (V+V')^3$.
 C'est donc le travail de la roue, qui est le même que celui de par
 le s'attire. — On voit aussi que le travail de PV de la machine,
 non compris la perturbation, n'est comme le cube de la vitesse, rela-
 tive $V+V'$ du bâteau par rapport au courant, que le bâteau remon-
 te. Or, exemple, dans la mer, sur un lac, ou à l'embouchure
 d'un grand fleuve, où la vitesse du courant est faible, V' pres-
 que nulle, $V+V'$ se réduit à V vitesse du bâteau, et le tra-
 vail sera comme V^3 , tandis que sur une rivière dont la vitesse
 $V' = 2V$ soit double de celle du bâteau, le travail se proportion-
 nera à $(V+V')^3 = 27V^3$, c'est à dire 27 fois plus considérable.
 Ces réflexions servent à faire entrevoir la différence qu'il y
 a entre le travail, nécessaire à déprimer sur les lacs ou les
 rivières rapides, telles que la Rhodé, la Moselle.

Si, au lieu de remonter, on est, le bâteau descendant,
 on trouvera en reportant dans la raison précédente, les termes
 que la vitesse relative du plus d'un du bâteau qui marche plus
 vite que lui, soient $V-V'$ au lieu de $V+V'$; quant à celle de
 l'eau qui courrait en sens contraire du mouvement du bâteau,
 elle sera soit $V+V'$ au lieu de $V-V'$. C'est le bâteau
 doit remonter, cette vitesse relative des autres devient soit $U+V$,
 et comme il marche aussi que les autres dans le sens du cou-
 rant avec la vitesse V , la première est diminuée de cette
 dernière et devient $U+V-V'$. D'après cela on trouvera pour
 le cas, dont il s'agit $P = K'1000A \frac{(V-V')^2}{2g}$, $V' = (\pi+1)(V-V')$ et
 $PV = \frac{K'1000A}{2g} (1+\pi) (V-V')^3$, formules dans lesquelles il n'y a
 changé que $V+V'$ que est devenu $V-V'$.

Valeurs des coefficients
de K et K' relative à la résis-
tance d'un bateau et des
ailes.

154. M. Navier auquel nous empruntons les théories précédentes, estime que la valeur du coefficient K' relatif à la résistance d'un bateau est comprise entre 0,20 et 0,30 pour les bateaux bien proportionnés dans toutes leurs parties, et qu'elle peut s'élever jusqu'à 0,50 pour les bateaux ordinairement employés sur les rivières à fond plat et qui sont moins avantageusement disposés que ceux qui naviguent sur la mer et sur les lacs profonds. Pour la Moselle, par exemple, on fera $K' = 0,40$ environ.

Quant à la valeur du coefficient K de résistance des ailes, M. Navier le suppose égale à 2,50. D'après des expériences que M. Bancel a faites en Juin 1826 sur les roues à ailes d'un bateau à vapeur projeté pour la navigation de la Moselle, par Sallangre, ancien Officier du génie, et si l'on a mesuré un Dynamomètre de Requin l'effort avec lequel le bateau tendait à être entraîné par l'action des ailes en mouvement dans une eau tranquille, dans ces expériences dit-il, K a varié depuis 2,1 jusqu'à 3,3 et même 3,6 pour des vitesses du centre qui ont varié entre 1,15 et 0,85 par seconde; la valeur moyenne a été de 3,2. Mais on remarquera ici que les choses ne se passaient pas tout-à-fait comme dans le cas où le bateau eût été strictement libre; de plus les ailes qui avaient environ 0,38 de hauteur sur 3,3 de longueur totale étaient disposées au arrière du bateau, et il y a lieu de croire que K doit être un peu moindre dans les circonstances ordinaires, ainsi que M. Navier le suppose.

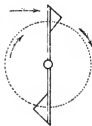
Remarque sur les moyens
de diminuer les résistances.

155. On remarquera d'ailleurs que ce qui précède suppose les ailes dirigées au centre de la roue, et qu'alors ces ailes choquent le fluide obliquement et le soulèvent en arrière en se retirant. Or il est aisé de voir qu'une portion du travail qui leur est appliqué, est consommée en pure perte pour l'effet utile; l'effort exerce dans une direction horizontale et qui n'est que la composante horizontale des pressions réelles exercées par le fluide, contribue seul à faire marcher le bateau. Pour éviter ces décompositions, on a imaginé de disposer les roues de façon que les ailes restent constamment verticales ou se meuvent parallèlement à elles-mêmes. C'est à quoi on parvient en montant les ailes sur deux jantes concentriques et de même diamètre, dont les plans sont parallèles et dont

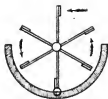
lui, n'est respectife sous compree d'une ou même plus de déviation perpendiculaire à ces deux plans. On conçoit son effet, que si une aile est attachée à deux rayons parallèles de ces jantes, avec deux charnières qui lui permettent de conserver la position que lui offre cette combinaison géométrique, cette aile pourra des angles égaux dévoter pour les deux jantes conservera toujours son parallélisme. Ce système donne d'ailleurs lieu à des perfectionnements intéressants. — En examinant la valeur de Δ d'une des traverses DU dépenté par les roues, on verra que V est Δ , ainsi que tout ce qui concerne le bateau, c'est-à-dire K et K' restant les mêmes, on peut réduire cette déviation en diminuant Δ ou $\sqrt{\frac{KK'}{KA}}$, ou en augmentant la surface K des ailes. Mais on est limité par l'embaras des places commodément des bateaux. Il faut d'ailleurs que leur hauteur soit au plus le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ du rayon. Quant à la longueur, elle est du double ou du triple seulement de sa hauteur pour une même roue, afin d'éviter des trop grandes saillies en dehors des flancs du bateau.

Moulins à vent.

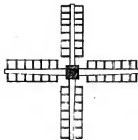
Idee d'un autre genre
moulin mû par le vent.



156. On distingue divers sort de moulins à vent, en un tournant autour d'un axe vertical et les autres autour d'un axe horizontal. Ces derniers, malgré les inconvénients qu'ils offrent à certains égards, sont jusqu'à présent les seuls dont on fasse usage dans la pratique, parce qu'à dimensions égales ils produisent un effet qui est au moins octuple de celui des autres. Cette différence est due à ce que dans le moulin à axe horizontal, la surface totale des ailes est en prise au vent et l'est d'une manière utile pour l'effet. Dans le moulin à axe vertical, au contraire il n'y a qu'une aile qui reçoit l'action du vent dans la direction même du mouvement et si les autres ailes sont à la fin en prise, les actions du vent sur elles occasionnent des résistances qui détruisent une partie de l'effet. C'est le cas des roues qu'on nomme *conémores* et dont les ailes sont formées de surfaces concaves qui présentent à l'action du vent tout leur concavité et tantôt leur convexité, de telle sorte que la roue ne marche qu'en vertu de l'action de l'une des ailes sur l'autre. —



Moulin à axe horizontal.



Dans les moulins dits à la *Pétoisais*, l'axe vertical de la roue est armé de plusieurs ailes rectangulaires qui tournent dans une enveloppe cylindrique dont une partie est supprimée pour permettre l'accès au vent dans la direction la plus convenable. — La disposition la plus ingénieuse dans les moulins à axe vertical est celle qui consiste dans des ailes verticales rectangulaires recevant de l'arbre un mouvement tel qu'elles s'orientent de la manière la plus avantageuse dans leur mouvement de transport autour de l'axe; mais ce système exige des combinaisons assez compliquées. Il ne sera ici question que des moulins ordinaires à axe horizontal dont l'effet a été étudié par *Amélon* et *Coulomb*.

157. La roue d'un moulin à axe horizontal qu'on nomme *voile* porte quatre bras ou rayons de 36 pieds de longueur environ, perpendiculaires à l'arbre du mouvement et son lésquie est une aile plus ou moins inclinée par rapport au plan du mouvement de la roue. Ordinairement on donne à cette aile la forme d'un rectangle, et au lieu de la composer d'un seul plan, on la construit en surface gauche dont les éléments sont perpendiculaires à la direction du bras correspondant; ce bras est lui-même à peu près rectiligne de façon que la surface des voiles appliquées sur les lattes qui représentent les génératrices de cette surface, offre une certaine concavité à l'action du vent. L'arbre doit être toujours parallèle à l'action du vent, et comme la nature des vents qui soufflent dans les pays de plaine est celle que leur direction fait avec l'horizon un angle de 18°. c'est pour cette raison que l'arbre est aussi tenu incliné sous cet angle. Enfin les bras sont plus gros près de l'arbre qu'aux extrémités et les lattes qui reçoivent les voiles, sont fixées perpendiculairement à chacune de ces dernières. — Si l'arbre doit être toujours dirigé vers le vent, il faut évidemment pour cela l'orienter. On se sert à cet effet d'un grand levier qui entraîne la charpente supportant la machine autour d'un axe vertical fixe; quelque fois même le moulin porte une voile du côté opposé à l'arbre et qui force la machine par l'action du vent à s'orienter d'elle-même.

Pour concevoir

Pour concevoir comment l'action du vent fait tourner la roue, il faut remarquer que cette action se décompose en deux parties, l'une dans le sens de la voile dont l'effet est nul, et l'autre perpendiculaire à la voile de cette dernière composante, on conçoit la pression reçue par la voile. Mais cette pression elle-même se décompose en deux nouvelles actions dont l'une parallèle à l'axe ne peut produire aucun effet, et dont l'autre située dans le plan du mouvement fait tourner l'aile. Si deux ailes opposées étaient inclinaées dans le même sens par rapport au plan du mouvement les pressions qu'elles éprouveraient, tendraient à faire tourner l'arbre dans deux directions contraires, de façon que ce dernier ne pourrait pas remouvoir, vident pour quoi ces inclinaisons seront égales, mais contraires pour deux ailes opposées.

Etablissement de ce moulin.

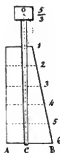
158. Sans nous livrer à des calculs théoriques, lesquels font voir que l'angle des éléments des ailes avec l'axe de rotation est d'autant plus petit, que leur distance à l'axe est elle-même plus petite, nous nous bornerons à ce que les expériences de Fontana et Coulomb ont appris sur l'établissement des moulins à vent.

1°. Figure des ailes. Les ailes étant rectangulaires, la forme la plus avantageuse est celle des ailes dites à la *Hollandaise* qui offrent au vent une surface légèrement concave, et dont les éléments sont disposés ainsi qu'il suit : concevons le rayon de l'aile partagé en 6 plus $\frac{4}{5}$ de parties, la première élément à partir du centre à une distance égale aux $\frac{5}{6}$ de l'unité des divisions étant désigné par N° 1, et celui qui répond à l'extrémité de l'aile par N° 6.



Numéros des Éléments.	Angles qu'ils font avec l'axe.	Angles qu'ils font avec le plan du mouvement.
1	72°	18° (parag. 158)
2	71°	19°
3	72°	18°
4	74°	16°
5	77° $\frac{1}{2}$	12° $\frac{1}{2}$
6	83°	7° extrémité.

La largeur



La largeur de l'aile ne doit pas excéder le $\frac{1}{4}$ de sa longueur elle en est ordinairement le $\frac{1}{3}$ ou le $\frac{1}{6}$. L'expérience a appris que l'on doit diminuer plutôt l'angle des éléments avec le plan du mouvement que l'augmenter. — D'après Siméon, les ailes qui vont en s'élargissant vers leurs extrémités paraissent être plus avantageuses que les autres à dimensions égales. La figure qu'il a choisie est celle d'un trapèze formé en plaçant à l'extrémité du rayon un barreau égal au tiers de ce rayon, et partagé au point où il le coupe dans le rapport de 3 à 2. — Les inclinaisons des éléments transversaux restent les mêmes que ci-dessus. Ainsi on a $AB = \frac{1}{3} CO$, $BC = \frac{2}{3} AB$ et $AC = \frac{2}{3} AB$.

2°. Vitesse des ailes par rapport à celle du vent. Si on suppose les ailes construites comme ci-dessus, on doit pour le meilleur effet, maintenir la vitesse de rotation dans un rapport constant avec celle du vent. Cette vitesse de rotation mesurée à l'extrémité de l'aile, doit être d'après Siméon, égale à 2,6 ou 2,7 fois celle du vent, ce qui s'accorde exactement avec les expériences de Coulomb sur les moulins Belges. Desquelles on déduit le rapport 2,50 à 2,60.

3°. Travail transmis par les ailes. Les ailes étant établies toujours suivant la méthode Hollandaise, et leur vitesse étant dans le rapport de 2,60 assigné avec celle du vent, le travail transmis sera comme la vitesse des ailes. Il croît aussi un peu moins rapidement que la vitesse du vent, de sorte que celle-ci devenant double, il s'en faut de $\frac{1}{20}$ que le travail transmis ne soit octuplé. On peut négliger cette différence, et alors on aura pour le travail transmis dans une seconde, d'après les expériences de Siméon et de Coulomb $PV = 2,60 VP = 0,13A \cdot V^3$ Kilogr x mètres, formule dans laquelle P est l'effort en Kilogr à l'extrémité des ailes et dans le sens du mouvement de rotation de cette extrémité, V la vitesse du vent en mètres, A la surface d'une seule aile en mètres carrés. On n'a pas eu égard dans les expériences, à la variation de la densité de l'air selon la température; mais elle modifiera peu les résultats qui seront toujours suffisamment exacts pour la pratique. D'ailleurs on moyen de donner ce dessin, on aura tout ce qu'il faut pour faire l'établissement des moulins à vent, quand on se mettra à vitesse

la vitesse moyenne du vent régnant. La vitesse la plus convenable du vent pour le travail, paraît être de 6 à 7 mètres. Si on veut que la machine marche en tout temps, on s'écartera la surface A de l'aile pour $V = 1^m$; mais alors dans les jours de vent plus considérables, il faudrait raporter la voile en partie. Ces relations concernent d'ailleurs le maximum d'effet de la machine.

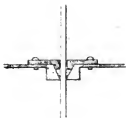
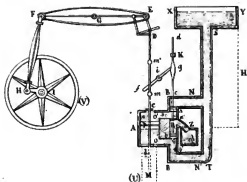
Souvent on a observé que les ailes ne sont pas chargées en tournant à vide, la vitesse qui procure leurs effets n'est en rapport constant avec celle du vent, de même que pour la charge qui répond au maximum d'effet; d'où il conclut un moyen assez simple de mesurer la vitesse du vent. Ce rapport est 4 pour les ailes Hollandaises et d'Anglais; c'est à dire que pour avoir la vitesse du vent, on devra diviser par 4 la vitesse de l'extrémité de l'aile, quand celle-ci tourne à vide.

Machines alternatives mues par l'eau.

Machines à colonne d'eau.

159. On n'a parlé jusqu'à présent que des récepteurs à mouvement continu soit qu'il s'agisse de l'eau ou du vent. Ces mêmes ont été également essayés pour la vapeur, mais comme leur emploi paraît difficile pour ce dernier cas, la vapeur travaille d'ordinaire sur des machines alternatives. Il en est de même pour les fortes chutes d'eau de 10 à 20; leur travail est reçu par une machine à piston laquelle donne mouvement à une machine à colonne d'eau, et dont nous allons faire connaître les principales propriétés mécaniques.

La machine à colonne d'eau consiste dans un corps de pompe A fermé par le haut et par le bas, et en communication avec un autre corps de pompe BB beaucoup plus petit, par deux ouvertures supérieure et inférieure O et O' . Dans le grand piston mobile sous la tige CD trace verticale par la combinaison le jeu d'un parallélogramme (138) trace un mouvement circulaire alternatif au balancier EF autour de son axe de rotation G . Ce mouvement circulaire alternatif se transforme, par l'intermédiaire d'une bielle FH et d'une manivelle HI , en un mouvement de rotation continu autour de l'arbre I d'un volant lequel est destiné



à régulariser l'action alternative du moteur, et ce bras transmet immédiatement le mouvement à la machine que l'on veut faire marcher. Quand le travail consiste à élever l'eau du fond d'un puits, le corps de pompe A se trouve placé sur la verticale de ce puits; le piston moteur P porte une tige inférieure LM armée d'un autre piston lequel joue dans un corps de pompe V pour aspirer et élever les eaux que l'on veut extraire. On remarquera que les tiges du piston, à l'endroit où elles traversent les fonds du corps de pompe, glissent dans ce qu'on nomme *bécot d'étoupe*. C'est une espèce de tige creuse adaptée au fond du corps de pompe, dans lequel se mène la tige du piston et qui est rempli d'étoupe imbibée d'huile qu'on presse avec des vis, au moyen d'un autre cône qui pénètre le premier. Revenons à la manière dont le grand piston P reçoit son mouvement vertical de va et vient. Le petit corps de pompe BB communique par deux tuyaux du même diamètre N et N' avec un tuyau vertical ou incliné TS par lequel l'eau afflue d'un réservoir supérieur où le niveau XY est tenu constant, si la quantité d'eau qui y arrive est égale à celle qui tombe dans le tuyau TS. Cette eau doit arriver tantôt au-dessous du piston P et tantôt au-dessus, selon que ce piston monte ou descend, tandis que celle qui se trouve dans le grand corps de pompe du côté opposé au mouvement doit pouvoir être refoulée dans le corps de pompe BB, et doit s'échapper par un dégorgeoir Z. Ainsi dans le cas où le piston P monte, l'ouverture inférieure O est en communication avec le tuyau TS; et

L'ouverture supérieure O communique seulement avec le corps de pompe BB et avec son dégorgeoir. Dans le cas de la descente, c'est au contraire l'ouverture supérieure O qui communique avec le tuyau TS, et l'ouverture inférieure O' avec le dégorgeoir Z. Il faut donc un système particulier pour que chaque ouverture inférieure ou supérieure soit alternativement en communication tantôt avec le tuyau TS de la chûte motrice et tantôt avec le dégorgeoir Z, en même temps que l'autre communique soit avec ce dernier soit avec le tuyau TS. C'est l'objet des deux petits pistons a et b dans le corps de pompe BB, les quels sont réunis entre eux par une tige commune c d. Tant que le grand piston P monte, les deux petits pistons a et b occupent une position telle que leur face inférieure avale les parois des ouvertures O et O'; car de cette manière il y a communication immédiate; 1^{re} entre l'eau de la chûte TS et la partie inférieure du piston P, 2^o entre l'eau de la partie supérieure de ce dernier et le dégorgeoir; de plus la communication entre le tuyau N et la partie supérieure P est formée par le piston a. Lors que le piston P va descendre, les deux petits pistons doivent prendre les positions ponctuées a' b'; dès lors la communication du tuyau TS s'établit par le tuyau N et par l'ouverture O avec la partie supérieure du piston P, ainsi que la communication par l'ouverture O' de la partie inférieure du piston P avec le dégorgeoir; mais en même temps le petit piston inférieur dans la position b' intercepte toute communication entre le bas du grand piston P et le tuyau N ou le tuyau de chûte TS. On voit que c'est aux époques de la position la plus haute et de la position la plus basse du grand piston P, que doit s'opérer le déplacement simultané des deux petits pistons a et b. L'amplitude de ce déplacement est égal au diamètre de l'une des ouvertures O et O' qui sont égales, plus l'épaisseur de l'un de ces petits pistons qui sont aussi égaux. Pour produire ces effets, la tige c d des deux petits pistons, tenue verticale par le guide K, est munie d'un renflement évêché dans lequel peut jouer un levier fg à articulation semblable à celui qui a été décrit à la fin du § 30 et mobile autour de l'axe fixe i. Deux chevilles m et m' attachées à la tige c d du piston P distantes entre elles d'une quantité égale à sa course, sont destinées à faire baisser, à la fin d'une

montée

monte ou à faire monter à la fin d'une descente, les deux pistons a et b par l'intermédiaire du levier fg dont ces chevilles remontent tout à leur extrémité.

Ideé sur le calcul du travail des machines à colonne d'eau.

160. S'il n'y avait aucune résistance dans la machine, il est évident que le travail transmis à l'arbre du volant serait égal à celui de la chute. On désigne par q le poids de l'eau qui tombe par seconde, et par H la hauteur du niveau supérieur XY au dessus du dégorgeoir Z, qH sera le travail de la chute dans 1°. Mais il s'en faut que ce travail soit transmis intégralement à l'arbre du volant. Une partie est absorbée par le frottement du piston P, une autre partie par le frottement de l'eau contre le tuyau, une troisième par les pertes de force vive dues aux écoulements et aux contractions, et une quatrième aux vannes. Enfin il y en a une cinquième due aux frottements du balancier, des articulations, de la bielle, etc. Examinons principalement les quatre premières espèces de pertes.

1° Pertes dues au frottement du grand piston P. Le frottement d'un piston contre un corps de pompe, est évidemment proportionnel à l'action qu'il exerce contre les parois. Cette action est non seulement proportionnelle à la surface avec laquelle le piston agit, mais encore à la différence des pressions par unité de surface exercées sur le piston et soulevé par le haut et par le bas. L'action résulte de cette différence que les frottes du liquide tendant à s'élever par le jeu ménagé entre le piston et le corps de pompe; il est donc naturel de supposer que cette différence soit aussi la mesure de la résistance que le piston oppose au passage du liquide ou du fluide par unité de surface. Soient donc p et p' les pressions unitaires exercées sur les deux bases du piston, $p - p'$ sera la réaction par unité de surface qu'il doit au moins exercer contre les parois, et si je nomme R son rayon et e son épaisseur, $2\pi R e (p - p')$ représentera la totalité de ces pressions latérales; comme les pressions p et p' varient de position à l'autre du piston, on aura soin de considérer la position pour laquelle la différence $p - p'$ est la plus grande. Par exemple dans le cas qui nous occupe, cette différence sera mesurée par le poids d'une colonne d'eau dont la hauteur est celle du niveau XY au dessus de la base inférieure du piston P; et il est évident que cette différence sera la plus

grande quand le piston occupe sa position la plus basse. Si cette hauteur est de 20", la pression de cette colonne par mètre carré de surface sera 20×1000 Kil ou 20000 Kil. De sorte que si $R = 0,30$ et $e = 0,12$, on aura $2\pi R e = 2,356 \times 0,30 \times 0,12 = 0,85$, 23. La pression totale contre les parois ou $2\pi R e (p-p') = 0,85 \times 20000$ Kil = 17000 Kil. (Comme nous avons cette pression totale, ainsi que le rapport f du frottement à la pression, rapport qui dépend de la nature des substances en contact, et qui est donné par les tableaux du § 106, 2^e partie, $2\pi R e f (p-p')$ mesurera la résistance du frottement du piston. Mais afin d'obtenir le travail qu'il absorbe dans une seconde, il faudrait connaître le chemin que parcourt le piston dans cette unité de temps, c'est-à-dire sa vitesse. C'est ici le lieu de remarquer que cette dernière n'est pas constante, et qu'elle varie, comme celle de la manivelle; de manière à devenir nulle aux positions extrêmes, et la plus grande possible vers une position moyenne. Toutefois on peut, pour la pratique, l'en tenir à une vitesse moyenne du piston, en comptant le nombre de courses qu'il fait dans un temps donné, et en divisant le produit de ce nombre et de l'amplitude de chaque course par le nombre de secondes pendant lesquelles l'observation a duré. Le quotient ne sera autre chose que la vitesse moyenne du piston, vitesse que je nomme V ; de sorte que le travail absorbé par son frottement dans 1^{re} sera exprimé par $2\pi R e f (p-p') \times V$.

2^o. Résistance des tuyaux. Je supposerai que le tuyau TS , les tuyaux NN' , les ouvertures O et O' qui amènent l'eau, ainsi que le récipient, le petit corps de pompe BB ont même diamètre, de sorte que la vitesse de l'eau dans ces divers tuyaux sera partout constante et égale à v . Si je nomme α l'aire de leur section transversale, à celle du grand piston ou de son corps de pompe, on aura évidemment la relation $\alpha v = AV$ d'où $v = \frac{A}{\alpha} V$. (Cette relation se fonde sur ce que la quantité d'eau qui arrive dans le grand corps de pompe est la même que celle qui s'écoule dans le tuyau. On a vu d'ailleurs que le travail absorbé par la résistance d'un tuyau pendant le temps que s'écoule un poids q de liquide, (c'est-à-dire la seconde), était exprimé par $\frac{1}{2} \pi \frac{cL}{\alpha} v^2$, formule dans laquelle $c = 0,0055$, L représente le contour de la section transversale du tuyau, α l'aire de cette dernière, L la longueur développée du tuyau, et v la vitesse dans ce tuyau. Si nous remplaçons

v par $\frac{A}{a} XV$, on trouvera pour le travail que consomme dans l'éloignement des tuyaux, cette valeur $0,0035 \frac{A^2 V^2}{a^2} \times \frac{g}{g}$.

3°. Perce de force vive due aux étranglements et à la contraction. L'eau en passant du réservoir supérieur XY dans l'orifice S se contracte d'abord, et se dilate ensuite dans le tuyau; de sorte que si on nomme m le coefficient de contraction pour l'orifice S et v la vitesse dans le tuyau, la perte de force vive due à cette contraction sera $\frac{g}{2} \left(\frac{1}{m} - 1 \right) v^2$ ou $\frac{g}{2} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \frac{A^2 V^2}{a^2}$ qui correspond à une perte de travail représentée par $\frac{g}{2g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \frac{A^2 V^2}{a^2}$. Lorsque l'eau passe du tuyau d'arrivée, sous le piston P, sa vitesse v dans le tuyau se réduit à V sous le piston, et elle éprouve par seconde une perte de force vive exprimée par $\frac{g}{2} (v - V)^2$ ou par $\frac{g}{2} V^2 \left(\frac{A}{a} - 1 \right)^2$ qui correspond à une perte de travail dont la valeur est $\frac{g}{2g} \left(\frac{A}{a} - 1 \right)^2 V^2$. En passant par l'orifice supérieur O, l'eau se contracte encore avant de reprendre la vitesse v ; cependant la perte de force vive n'est pas ici assez sensible pour en tenir compte. Arrivée dans le petit corps de pompe BB où elle contourne la tête du v , si l'eau s'écoulerait par une paroi mince latérale, la force vive à la sortie serait $\frac{g}{2} v^2$. Mais comme elle s'écoule par un bout de tuyau Z qui consomme une tierce de la force vive, on peut estimer que la perte sera ici $0,33 \frac{g}{2} v^2$ ou $0,33 \frac{g}{2} \frac{A^2}{a^2} V^2$ qui correspond à un travail $0,33 \frac{g}{2g} \frac{A^2}{a^2} V^2$. La perte totale du travail due aux étranglements aura par conséquent pour sa valeur $\left\{ \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \frac{A^2}{a^2} + \left(\frac{A}{a} - 1 \right)^2 + 0,33 \frac{A^2}{a^2} \right\} \frac{g}{2}$.

4°. Perte de travail due aux coudes. La perte de force vive occasionnée par un coude de dans s° , est d'après Dubaut exprimée par la formule $\frac{g}{2} v^2 (0,0039 + 0,0186 r) \frac{L}{r}$ dans laquelle v est la vitesse dans le coude ou le tuyau, r le rayon moyen de l'arc du coude, et L le développement moyen de l'arc du coude. Si le coude est rectangulaire, on prend pour arc moyen s celui qui, de l'angle rentrant comme centre, est décrit avec un rayon égal à celui du tuyau et qui est tangent aux axes du tuyau, de façon que le rayon moyen de coude est égal au rayon du tuyau. Cette perte de force vive, à cause de $v^2 = \frac{A^2}{a^2} V^2$, correspond à une perte de travail par s ayant pour valeur $\frac{g}{2g} V^2 \frac{A^2}{a^2} - \left\{ 0,0039 + 0,0186 r \right\} \frac{L}{r}$. Il est entendu qu'on multipliera cette valeur par le nombre de coudes que l'eau traversera en passant dans les tuyaux, pour avoir la perte totale dont il s'agit.

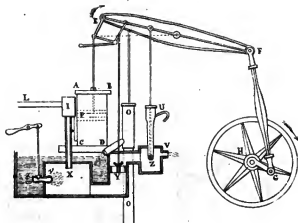
Nous ne parlerons pas des pertes occasionnées par le frottement des articulations, du balancier, de la bielle, etc., attendu que

ces calculs qui nous conduiraient trop loin, sont fondés sur les principes que nous avons établis à cet égard dans la seconde partie de ce cours. Ce qui précède suffit pour faire voir toutes les causes qui diminuent le travail q. H de l'eau avant d'arriver à l'arbre du volant. L'effet utile dans les meilleures machines à colonne d'eau ne s'élève pas à 0,50 du travail moteur ou à 0,50 q. H ; dans les machines ordinaires de Bédouin il n'excède pas 0,40 q. H.

Machines à vapeur.

Description de l'ensemble des parties d'une machine à vapeur.

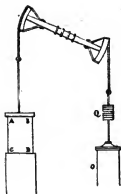
161. Les Machines à vapeur sont organisées à peu près de la même manière que les machines à colonne d'eau ; et comme déjà nous avons expliqué (Préliminaires de la page 162 à la page 178) le mode d'action de la vapeur alternativement sur l'un ou l'autre des deux côtés du piston avec ou sans détente, ainsi que le rôle du condenseur, il ne nous reste qu'à donner une idée sur l'ensemble des diverses parties de la machine.



ABCD est un corps de pompe fermé dans lequel se meut le piston moteur P qui communique le mouvement au balancier EF, puis à la bielle FG, puis enfin à la manivelle GH montée sur l'arbre H qui porte un volant régulateur. — LI représente le tuyau d'admission de la vapeur partant de la chaudière et se rendant.

se rendant dans la capacité nommée boîte de distribution, par ce que c'est là que s'opère le jeu des soupapes qui donnent accès à la vapeur alternativement au dessus et au dessous du piston et qui la laissent échapper dans le condenseur X après son action sur ce piston. Ce condenseur est noyé dans une bûche d'eau froide. — Vous reverrez au cours de M. Dupin pour le détail du jeu de ces soupapes. — Y est une pompe simplement aspirante d'air à air, et mûle en mouvement par un piston vertical attaché au parallélogramme du balancier; cette pompe rejette la vapeur et son eau de condensation ainsi que l'air contenu par cette dernière, dans la bûche Z d'où elle s'écoule à l'air libre par un canal de trop-plein V. — U est une pompe aspirante et foulante qui puise de l'eau chaude dans la bûche Z, et la refoule dans un tuyau α qui se rend dans la chaudière à vapeur; c'est la pompe alimentaire de la chaudière et qui sert à rendre à celle-ci l'eau de la vapeur qui lui est enlevée à chaque instant par le corps de pompe ABCD. — V est un corps de pompe ordinaire qui puise de l'eau froide plus ou moins bas dans la tige de la tour ou dans une rivière; et, qui la verse par un tuyau O' dans la bûche enveloppante à la fois le condenseur X et la pompe à air Y. Souvent aussi cette pompe qu'on nomme à eau froide refoule l'eau directement dans l'intérieur du condenseur X et devient pompe d'injection. Mais quand il y a une bûche enveloppe, ainsi que le suppose la Dessin ci-dessus, l'eau froide est injectée par une pompe d'arrosoir V, au moyen d'un robinet α que manœuvre de haut en bas une levier mobile. Certaines pompes sont mûes par des tiges attachées au balancier. Quand la machine est destinée à puise de l'eau, la pompe prend des dimensions plus grandes; rien n'est changé quand au mécanisme. Seulement l'eau froide dont l'élevation constitue le travail, est refoulée dans un réservoir à air d'où elle s'élève ensuite par un tuyau d'ascension selon un jet continu, ainsi qu'il a été expliqué au chapitre des pompes.

Enfin il arrive que dans les épuisements on supprime le volant, et sa bielle qui ne servirait qu'à régulariser le mouvement. Le balancier subit alors toujours, mais on profite de la suppression de la manivelle pour y placer à l'extrémité cornue pendant la tige de la grande pompe O à éprouvettes.



On met alors le système en équilibre par des contrepoids Q ; tout le surplus reste la même.

Détails des chaudières.

fig. 1.

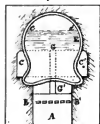
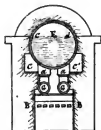


fig. 2.



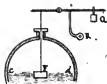
Usage des ouvertures
pratiquées au sommet
des chaudières.

162. On emploie généralement deux espèces de chaudières, la chaudière à tambour en forte tôle pour les machines à basse pression, et la chaudière en fonte pour les machines à haute pression. La chaudière à tambour de M. Watt est représentée fig. 1 par son profil transversal. Elle a la forme d'un cylindre dont les extrémités sont horizontales et dont les bords sont verticaux. Le contour de chaque bords est convexe et demi-circulaire en dedans; il est concave des deux côtés comme au dehors. E représente la chaudière au tiers, A le condenseur, B la grille. La flamme lèche d'abord le dessous de la chaudière qui est fort longue. Arrivée au bout elle se partage, par le moyen d'un diaphragme GG' ; une partie va en C' , et l'autre en C. Ces deux parties reviennent le long des côtés par des tuyaux de conduite, se réunissent de nouveau en avant, et s'échappent par une cheminée générale. Souvent aussi la flamme de rend du foyer par le fond de la chaudière dans un seul conduit C à gauche; de là elle circule dans ce tuyau, passe en avant de la chaudière pour se rendre dans le conduit C' à l'extrémité duquel se trouve une cheminée pour la recevoir.

La chaudière pour les machines à haute pression, inventée par Woolf est en fonte ou en tôle forte. Elle consiste dans un cylindre horizontal E en communication directe par des tuyaux aa avec deux autres cylindres plus petits GG plongés dans le foyer et qu'on nomme *bouilleurs*. La flamme après avoir liché la surface de ces bouilleurs et le dessous de la chaudière se rend dans le tuyau latéral C, puis dans le tuyau latéral C' et arrive enfin dans une cheminée placée à l'opposé du foyer.

163. Le haut des chaudières porte plusieurs ouvertures dont il faut connaître l'usage. — 1°. le *tron d'homme* espèce d'ellipse de 18 pouces sur 10 pouces ordinairement formée par une plaque métallique avec boulons, et qui s'ouvrant pour réparer l'intérieur de la chaudière, 2°. une ouverture pour laisser échapper la vapeur dans un tuyau destiné

3. P. 57.



à la conduite vers le piston moteur de la machine. 3.^e Une ou deux autres ouvertures se portant la soupape de sûreté y qui touche l'ouverture hermétiquement au moyen de la pression exercée par un contrepoids Q , tournant en m sur un bouton fixe. Q est réglé en poids sur la longueur l de façon que la soupape s'élève dès que la tension de la vapeur dans la chaudière surpasse une limite assignée. Souvent encore on remplace la soupape de sûreté par des plaques fusibles à la température qui correspond au maximum de tension. Si nous revenons à la soupape de sûreté, nous voyons que le moment de la pression limite contre la base du petit manivert est par le contrepoids Q , serait égal au moment du poids Q , si les frottements n'altéraient cet équilibre. L'adhérence et les frottements, devenant au bout d'un certain temps du repos de la soupape, tels que celle-ci peut cesser de s'élever quand la vapeur est parvenue à sa tension limite. 4.^e Une autre ouverture pour faire arriver la vapeur dans la manomètre qui sert à mesurer plus exactement la pression, que ne le fait le contrepoids des soupapes de sûreté. La vapeur est conduite par un tuyau dans un réservoir à bain de mercure dans lequel plonge un tuyau rempli d'abord d'une certaine quantité d'air sec. Tant que la vapeur est à la pression atmosphérique, la colonne de mercure dans le tube est au niveau de celui du réservoir. Mais dès que la vapeur prend une tension plus grande, sa tension est mesurée par la hauteur de la colonne de mercure dans le tube augmentée de la pression de l'air restant entre cette colonne et la somme du tube. Cette dernière tension se mesure au moyen de ce principe de Mariotte que la pression de cet air sous un rapport inverse des volumes ou de la hauteur comprises entre la somme du tube et la hauteur de la colonne. 5.^e Une ouverture très petite garnie d'étoupe servant à laisser passer la tige d'écou qui supporte le flotteur F dont les mouvements accusent la hauteur du niveau cd de l'eau dans la chaudière, et mettant en action un levier à contrepoids Q qui forme ou ouvre le robinet R d'alimentation de la chaudière. 6.^e Enfin une ouverture pour un troisième tuyau, qui débouche dans l'eau même de la chaudière au dessous du niveau cd .

et qui lui apporte l'eau fournie par la pompe alimentaire. Notre revue y met pour plus de détail aux traits spéciaux; les notions précédentes suffisent pour la former une idée de l'ensemble et du jeu de la machine.

Idées sur les
précautions à prendre.

164. C'est l'action de la chaleur du foyer, l'eau entre en ébullition, et la vapeur se transforme au-dessus du niveau cd. Lorsque le robinet qui permet à volonté d'intercepter la tuyau d'arrivée de la vapeur dans le cylindre où se meut le piston moteur, est fermé, la pression et la température de la vapeur dans la chaudière augmentent de plus en plus; mais dès que la vapeur a acquis le degré voulu de tension, ce qu'indique le manomètre, le *Chauffeur* ouvre le robinet, la vapeur arrive alternativement au-dessus et au-dessous du piston moteur. Ce dernier dans son mouvement entraîne ainsi toute la machine. — Le robinet d'admission de la vapeur est mis en communication avec un régulateur à force centrifuge (166) lequel participe lui-même au mouvement de la machine, et est destiné à fermer ou à ouvrir le robinet d'admission selon que ce mouvement s'accroît ou se ralentit. Mais ce régulateur ne prévient point les dangers de l'élévation de tension qui survient dans la chaudière; la soupape de sûreté est seule chargée de ce soin; elle doit s'ouvrir, quand la pression intérieure devient trop forte; et permettre à la vapeur de s'échapper. Cette circonstance arrive quand le chauffeur fait trop de feu. Quelquefois la soupape de sûreté adhère contre le tuyau ou fonctionne mal, de là résultent des accidents... C'est pourqu'on il faut que le *Chauffeur* la fasse de temps en temps jouer, en entretenant la mobilité de son diverser piston. — Lorsque le flotteur ne marche point ou qu'il éprouve des résistances accidentelles, il ne suit plus la descente de l'eau, elle se baigne dans la chaudière sans qu'on en ait aucun indice, et laisse à nud les parois exposées à la flamme. Ces parois, au lieu de se maintenir à la température de l'eau bouillante, comme cela a lieu tant qu'elles sont couvertes d'eau, passent au rouge sans cependant faire élever beaucoup la température de la vapeur. Mais quand on suite le jet d'eau d'alimentation arrive sur l'enveloppe, ce jet se vaporise instantanément et développe une action très énergique qui fait éclater la chaudière (Voyez la notice de M. Arago sur les explosions des machines à vapeur, inédite).

dans l'Annuaire de 1830 du Bureau des Longitudes.) Beaucoup de soins et un bon chauffeur sont le moyen d'éviter de pareils accidents. Quand une machine est puissante, on emploie deux ou trois chaudières séparées.

Volume de l'eau et de la vapeur dans la chaudière.

165. Ces observations font voir que le niveau de l'eau dans l'état ordinaire doit s'élever pour les chaudières, de quelque chose au-dessus des conduites de la flamme. — Ordinairement elles sont remplies d'eau de la moitié aux $\frac{6}{10}$ de leur hauteur; le surplus de leur capacité forme le réservoir de la vapeur. Ce réservoir doit être assez grand pour que la succion de la vapeur à chaque coup de piston ne fasse pas trop varier la tension dans la chaudière. Voici comment on déterminera le volume de la partie de la chaudière qui forme réservoir de vapeur, d'après le volume de vapeur qui est introduit sur une machine à double effet et à détente.

Soit A la capacité de la chaudière, affectée à la vapeur, et le volume de vapeur introduit à chaque coup de piston dans le corps de pompe, volume mesuré par la portion de course du piston pendant laquelle la vapeur est reçue à plein sans détente. Soit α le volume de la course totale du piston; de sorte que la vapeur peut être considérée comme admise dans un temps qui est la fraction $\frac{\alpha}{A}$ du temps total de la course. On commencera de la course du piston, le volume de la vapeur dans la chaudière est A sous la pression p ; mais au moment où la chaudière a fourni au piston un volume α de vapeur sous la tension p pendant la n^{e} partie de sa course, il n'a pu de former dans l'intérieur de la chaudière qu'un volume $\frac{\alpha}{n}$ de nouvelle vapeur sous cette même tension..... Ainsi au moment où l'introduction de la vapeur sous le piston cesse, la vapeur dans la chaudière sous la tension p occuperait un volume $A - \alpha + \frac{\alpha}{n}$. Or on sait que cette même quantité de vapeur doit remplir la capacité totale A et pour continuer conserver une tension p' inférieure à la tension première p . Cette tension inférieure p' s'obtient d'après le principe de Mariotte au moyen de la relation $p:p'::A:A - \alpha + \frac{\alpha}{n}$; d'où on tire

$$p' = p \left\{ \frac{A - \alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)}{A} \right\} = p \left\{ 1 - \frac{\alpha}{A} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right\} = p - p' \frac{\alpha}{A} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Donc $p - p' = p \frac{\alpha}{A} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$. Si l'on veut que la variation de tension $p - p'$ soit seulement $\frac{1}{30} p$, on aura $\frac{1}{30} = \frac{\alpha}{A} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ ou $A = 30 \alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)$. S'il n'y a pas de détente, n devient l'unité, et A est zéro. —

En effet, la vapeur qui doit se former à l'intérieur est présente en égale à celle qui s'échappe. C'est-à-dire comme il y a de insinuations profondes les robinets ne sont pas ouverts, on peut se servir de Redgold, $\lambda = 3\alpha$, quand il n'y a pas d'écoulement. Si la vitesse a lieu pour $\frac{1}{2}$ du volume de la course totale du piston, comme dans les machines de Wolff, on fera $\pi = 4$, et $1 - \frac{1}{\pi} = \frac{3}{4}$; Donc $\lambda = \frac{3}{4} 3\alpha = 2\frac{3}{4}\alpha$, ou 5 fois environ le volume de la course totale du piston. Si $\pi = 3$, on trouve $\lambda = \frac{2}{3} 3\alpha = 2\alpha$ ou environ 6 fois le volume de la course totale. Enfin si $\pi = \frac{1}{2}$ $\lambda = 15\alpha$ ou 7 fois le cylindre total.

Relation entre la densité, la température et la tension des gaz.

166. Pour établir une machine à vapeur, on a différentes choses à calculer, telles que le poids de la vapeur à former, de la houille à brûler, l'effet utile transmis, l'eau nécessaire à l'injection, etc. D'jà nous avons enseigné dans les préliminaires (§ 157 et suivants) à évaluer le travail des pistons quand on connaît la tension et le volume de la vapeur introduite dans les corps de pompe, c'est pourquoi nous n'y reviendrons pas. — Quant au poids de la vapeur formée dans un temps déterminé, il dépend de sa densité, et celle-ci est liée à la pression et à la température de cette vapeur. Mais afin de faire connaître cette relation, nous commencerons à l'établir pour les gaz permanents, quoique ceux-ci, comme nous le verrons, diffèrent de la vapeur d'eau en quelques points.

Quand on connaît la tension et la température d'un gaz, ainsi que la densité de ce gaz à zéro de température et sous la pression atmosphérique ordinaire, on a fait voir dans les préliminaires § 211, comment il était possible de calculer la densité de ce même gaz pour la tension et la température dont il s'agit. Mais plus généralement on peut, à partir de la densité du gaz dans les circonstances ordinaires de zéro de température et de la pression atmosphérique, on a besoin de passer de sa densité sous une température et sous une pression quelconque, à la connaissance de sa densité sous une autre température et sous une autre pression données. Soit par exemple, ρ la densité ou le poids d'un mètre

cube de gaz lorsqu'il est à la température et à la tension par-
ticulières carré de sa face, et soit π' ρ' sa densité, sa tem-
pérature et sa pression dans un autre état, je dis qu'on pour-
ra calculer π au moyen de la formule $\pi = \pi' \times \frac{1+0,00375\pi'}{1+0,00375\pi} \times \frac{\rho}{\rho'}$.
En effet considérons un même cube de ce même gaz à zéro de
température, soit p_0 la pression correspondante, on trouvera
(si p_0 correspond à la pression de 0,76 de mercure) on trouvera
donc je en cet état son poids π_0 dans la table du § 40 des pré-
liminaires. Maintenant si de zéro la température s'élève
de n degrés centigrades, sans que la pression p_0 change, le
volume V deviendra en vertu du principe de Gay-Lussac
(§ 26 préliminaires) $1+0,00375n$. Si plus de la pression p_0
est augmentée et devient p , ce dernier, en vertu de la loi de
Mariotte (§ 16 préliminaires) sera réduit à $(1+0,00375n) \frac{p_0}{p}$.
Divisant par ce nouveau volume le poids du gaz qui n'est en-
core pas moins toujours π_0 , la quotient sera la densité π' du gaz,
mise à la pression p et à la température centigrade n , en
sorte qu'on aura $\pi' = \frac{\pi_0 p}{(1+0,00375n) p_0}$. Enfin si la pression et la
température du gaz au lieu d'être p et n passent p' et n' , sa
nouvelle densité π' sera telle qu'on aura $\pi' = \frac{\pi_0 p'}{(1+0,00375n') p_0}$;
D'où on tire la proportion $\pi : \pi' :: \frac{\pi_0 p}{(1+0,00375n) p_0} : \frac{\pi_0 p'}{(1+0,00375n') p_0}$ ou
bien $\pi : \pi' :: \frac{p}{1+0,00375n} : \frac{p'}{1+0,00375n'}$; j'ai en tire comme on
l'a donné plus haut

$$\pi = \pi' \times \frac{1+0,00375n'}{1+0,00375n} \times \frac{p}{p'}$$

Caractères distinctifs
de la vapeur d'eau.

Relation entre sa
tension et sa température.

167. Revenons à la vapeur d'eau. Elle diffère des autres
principalement en ce qu'elle peut se condenser quand on la comprime
ou qu'on la refroidit, et en ce qu'elle se forme dans tout
espace en contact avec de l'eau. — Supposons une chaudière
ou un vase fermé contenant de l'eau à une certaine tempé-
rature. Si on y place un cube vide d'air, il se formera, au
dessus du liquide, de la vapeur dont la densité et la tension
sont uniquement relatives à la température du vase et de
l'eau. — On dit que l'espace est saturé, quand le liquide ne
fournit plus de vapeur dans cet espace sous la température
qu'on considère, c'est de la vapeur à saturation ou en maxi-
mum de tension. (car si on imagine qu'on veut augmen-
ter la tension de la vapeur ainsi formée, on réduisant

L'espace avec un piston, il se condensera une certaine portion de vapeur, et la tension de la portion restante demeurera la même, c'est-à-dire telle que le comporte la température qui est supposée n'avoir pas changé. — Si la température vient à baisser, une portion de la vapeur se condense, just qu'à ce que la densité de la portion restante soit réduite à celle qui répond à la nouvelle température et à la nouvelle tension; car la tension diminue, aussi bien qu'elle augmente, avec la température. C'est là les vapeurs diffèrent d'un gaz permanent, en ce qu'on n'est pas le maître de leur varier à volonté leur tension et leur température. — L'expérience seule peut faire connaître la loi qui réunit ce phénomène à la température et la tension de la vapeur saturée. — Nous allons, à cet égard rapporter le tableau des expériences entreprises et publiées en 1829 par l'Académie des Sciences.

Table des Forces élastiques de la vapeur d'eau à des températures correspondantes d'une à 24 atmosphères, d'après l'observation, et de 24 à 50 atmosphères par le calcul.

Densité de la vapeur comprimée en atmosphères de 0,76 de mercure.	Densité en mètres de mercure à 0 degré.	Température correspondante, Thermomètre centigrade.	Pression sur un centimètre carré.
1	0,76	100°, 0	1, 033
1 $\frac{1}{2}$	1,14	112, 2	1, 549
2	1,52	121, 4	2, 066
2 $\frac{1}{2}$	1,90	128, 3	2, 582
3	2,28	135, 1	3, 099
3 $\frac{1}{2}$	2,66	140, 6	3, 615
4	3,04	145, 4	4, 132
4 $\frac{1}{2}$	3,42	149, 06	4, 648
5	3,80	153, 01	5, 165
5 $\frac{1}{2}$	4,18	156, 3	5, 681
6	4,56	160, 2	6, 198
6 $\frac{1}{2}$	4,94	163, 61	6, 714
7	5,32	166, 5	7, 231
7 $\frac{1}{2}$	5,70	169, 37	7, 747
8	6,08	172, 1	8, 264
9	6,46	177, 1	9, 297
10	7, 60	181, 6	10, 33
11	8, 36	186, 03	11, 363
12	9, 12	190, 0	12, 396
13	9, 88	193, 7	13, 429

Suite à l'autre page.

14	10, 44	197, 19	14 ^{mil} , 463
15	11, 40	200, 41	15, 495
16	12, 16	203, 6	16, 523
17	12, 92	206, 57	17, 561
18	13, 68	209, 4	18, 594
19	14, 44	212, 1	19, 627
20	15, 20	214, 7	20, 660
21	15, 96	217, 3	21, 693
22	16, 72	219, 6	22, 726
23	17, 48	221, 9	23, 759
24	18, 24	224, 2	24, 792
25	19, 00	226, 5	25, 825
30	22, 80	236, 1	30, 990
35	26, 60	244, 15	36, 155
40	30, 40	252, 55	41, 320
45	34, 20	259, 52	46, 485
50	38, 00	265, 19	51, 650

Nota: Les températures qui correspondent aux tensions de plus de 24 atmosphères ont été calculées par la formule $t = \sqrt{\frac{p-1}{0,7153}}$, où p exprime l'élasticité en atmosphères et t la température à partir de 100°, en prenant l'intervalle de 100° pour unité. On a de fortes raisons pour croire que l'erreur ne serait pas de 1° à 50 atmosphères.

Souvent on a besoin de connaître la tension de la vapeur pour des températures au-dessous de 100°; tel est en particulier le cas des condenseurs. On aura alors recours à ce tableau blanc.

Table des Forces élastiques de la vapeur pour des températures correspondantes au-dessous de 100°.

Elasticité mètres de mercure.	Température correspondante Thermomètre centigrade.	Tension par centimètre carré.
0, 10946	10°	0, 013 ^{mil}
0, 01731	20	0, 023
0, 03164	30	0, 041
0, 05300	40	0, 071
0, 08374	50	0, 121
0, 14466	60	0, 197
0, 22907	70	0, 313
0, 35208	80	0, 479
0, 52528	90	0, 714
0, 76000	100	1, 033

Densité de la vapeur
dont la tension et la tempé-
rature sont données.

168. D'après la tension de la vapeur, on trouve avec les tableaux précédents sa température, puis à l'aide de sa formule $\pi = \pi' \times \frac{1+0,00375\pi'}{1+0,00375\pi} \times \frac{p}{p'}$, on détermine la densité. On sait par expérience qu'à 0° de température et sous la pression atmosphérique qui est de 1,033 le mètre cube de vapeur pèse 0^{kg},81. Si donc on fait $\pi' = 0$, $p' = 1,033$: $\pi' = 0$ ^{kg},81, on aura $\pi = \frac{0,81p}{(1+0,00375\pi)1,033} = \frac{0,7841}{1+0,00375\pi} \times p$. On diviserait en somme le nombre d'atmosphères qui mesure la tension de la vapeur, c'est-à-dire le rapport de p à p' , et on aura alors recours à cette expression fort simple $\pi = \frac{0,81}{1+0,00375\pi} \times \frac{p}{p'}$. Exemple : la tension de la vapeur soit de 4 atmosphères, le tableau indique la température correspondante est de 145°,4. Nous ferons par conséquent $\pi = 145,4$, $1+0,00375\pi = 1,55$ et $\frac{p}{p'} = 4$; et on trouvera $\pi = \frac{0,81}{1,55} \times 4 = 2$ ^{kg},09; ce qui indique que la densité de la vapeur à 4 atmosphères est de 2 ^{kg},09. — On aurait pu arriver à un résultat semblable, si au lieu de la densité correspondante à zéro de température, on fut parti de celle de la vapeur qui se forme à l'eau bouillante, c'est-à-dire sous 100° et sous une pression de 1 kil,033. On ferait alors $\pi' = 100$ et $p' = 1$ ^{kg},033 dans la formule générale. Quant à π' , l'expérience apprend que la densité de la vapeur à 100° est de 0 ^{kg},5895, c'est-à-dire à l'échelle de l'eau, ou que un mètre cube d'eau peut former environ 1700 mètres cubes de vapeur à 100°. — Contrairement à ce que la température de la vapeur saturée viendra à augmenter, sans que de nouvelle vapeur se forme, la tension augmentera aussi sans précipitation. Cette tension décroîtra au contraire, dans le sens où le volume s'agrandirait dans les mêmes circonstances. Dans l'un et l'autre cas on admettra que la tension de la vapeur se comportera de la même manière que pour les gaz permanents, en un mot la vapeur leur est comparable toutes les fois qu'il n'y a ni précipité ni nouvelle vapeur formée, et la tension suivra absolument les lois de Mariotte et de Gay-Lussac.

Quantité de chaleur
absolue développée par les
différents combustibles.
Effet des foyers.

169. Les Physiciens ont fait de nombreuses expériences, pour déterminer la quantité absolue de chaleur que donnent les combustibles. — Pour quantité absolue de chaleur, on entend celle qui servirait accrue au calorimètre; cette quantité est, par conséquent

3^{es} P. 59.

proportionnelle au poids de la glace à 0° fondue, par des poids constants de combustibles; et comme pour fondre un Kilo de glace à 0°, il faut d'un autre côté 1 Kil d'eau à 75°, on voit qu'en prenant pour unité la chaleur pour élever 1 Kil d'eau de 0° à la température d'un degré, il sera facile de déterminer le nombre d'unités de chaleur que fournit chaque combustible; ce sera le produit d'un nombre de Kilogrammes de glace fondue multiplié par 75°. M^r Clément qui nomme *caloris* cette unité de chaleur, a établi la table suivante.

1 Kilog^m d'hydrogène fournit . . . 22125 unités

— de charbon de bois sec . . .	7050	d'imposer le bois indiquant $\frac{1}{2}$ de température d'eau ou d'humidité.
— de charbon ordinaire . . .	6000	
— de Cooch pur . . .	7050	
— de houille à $\frac{1}{10}$ de cendre . . .	6345	
— de houille à $\frac{1}{60}$ de cendre . . .	7050	
— de houille à $\frac{1}{2}$ de cendre . . .	5932	
— bois séché au feu . . .	3666	d'imposer le bois.
— bois séché à l'air . . .	2945	moitié environ de charbon de la houille.
— tourbe (la meilleure) . . .	3000	
— tourbe (de qualité inférieure) . . .	2000	

Ce tableau montre par exemple qu'un Kilogramme de charbon de bois sec est capable d'élever de 1° la température de 7050 Kilog^m d'eau, ou ce qui est la même chose, d'élever à 7050° un Kil d'eau pris à zéro. D'après cela, on sera à même de calculer le poids d'une espèce d'écrémée de combustible qui serait capable d'élever à une température donnée un poids donné d'eau. On remarquera d'ailleurs qu'à poids égal 1° le bois donne en général la même quantité de chaleur, quelle que soit son espèce, (charme, saule, frêne, etc.); ce qui tient à ce qu'il se refroidit dans la même proportion d'eau et de charbon. 2° que les bois ne donnent environ que moitié de la quantité de chaleur des charbons, 3° que la bonne houille, le cooc et le charbon de bois donnent à peu près la même quantité de chaleur.

Les résultats qui précèdent ne peuvent être obtenus en pratique. Dans les foyers ordinaires les mieux construits, on compte seulement sur les $\frac{2}{3}$ des résultats ci-dessus, et

sur la moitié dans les cas des foyers de chaudière à va-
ce que dans le dernier cas l'enveloppe du foyer sera percée,
ou percé dans cette de la chaleur, et que la fumée ou entrée
elle-même. Les briques ordinaires, le charbon peu carbonisé, l'au-
ont la propriété d'être mauvais conducteurs ou de retenir la
chaleur dans le foyer; mais si on laisse, toujours, passer
un peu. — On a de plus observé qu'un Kilog^m de charbon
suffit pour échauffer 10 mètres cubes d'air atmosphérique
à la température et à la pression moyennes, c'est-à-dire
pratique et sans compter sur 20 Kilog^m et même sur 30
pour que la combustion soit complète; que le volume de gaz
qui sont les résidus de la combustion reste le même; que celui
de l'air fourni, à la différence près apportée par la tempé-
rature de la cheminée; qu'enfin la chaleur développée par
les combustibles est la même dans une combustion lente que
dans une combustion rapide. Il résulte aussi des expé-
riences de M. Clément Desormes que la capacité de l'air
pour la chaleur est 0,25 de celle de l'eau; ainsi l'unité
de chaleur pourra élever 4 Kilog^m d'air d'un degré, ou un Kil.
d'air de 4 degrés. Ces données supposent qu'il n'y a pas con-
stante les capacités de l'air et de l'eau pour la calorique
restent les mêmes dans les divers degrés de température; ce
qui est évidemment vrai.

Quantité de chaleur
contenue dans un poids
donné de vapeur à une
certaine température.

170. M. Clément en France, Southey et autres en
Angleterre, ont reconnu qu'un Kilog^m de vapeur d'eau à 100°
et sous la pression atmosphérique est susceptible d'élever à
100° la température de 5^{Kil}, 50 d'eau à 0°. Le mélange con-
tenant à 5^{Kil}, 5 + 1^{Kil} d'eau, cela fait 6^{Kil}, 50 à 100 ou 650
calories contenues dans 1^{Kil} de vapeur à 100°. Si la vapeur
était à 120°, elle contiendrait par Kilogramme 550 + 120 = 770
calories, et en général 550 + n, n étant la température de
la vapeur à saturation. Donc si le poids total de vapeur
est égal à n, le nombre d'unités de chaleur contenues sera
n(550 + n).

Poids de l'eau froide
pour condenser la vapeur.

171. Ces principes nous permettent de calculer l'eau
froide nécessaire pour abaisser la température d'un Kilog^m
de la vapeur à un degré donné. Soit en effet n la tempé-
rature de cette eau froide, n' son poids, n' la température à

laquelle on veut que soit abaissée celle du Kil. de vapeur qui dans son état actuel de saturation se trouve à la température de degrés. Ce Kilogr. de vapeur contiendra $550 + n$, et l'eau d'injection en contiendra $\bar{u} \cdot n$. Ainsi le mélange en contiendra $550 + n + \bar{u} \cdot n$. Mais le poids du mélange est $1^{\text{re}} + \bar{u}$; et il est de plus à la température n , ou bien enfin il continuera $(1 + \bar{u}) n$ unités de chaleur. On aura donc $(1 + \bar{u}) n = 550 + n + \bar{u} n$ et, par suite $\bar{u} = \frac{550 + n - n}{n - n^{\circ}}$. Cel sera le poids d'eau froide d'injection pour condenser 1 Kil. de vapeur, et de ce poids total de cette dernière est encore \bar{u} , le poids d'eau froide pour la condenser sera $\bar{u} \times \frac{550 + n - n^{\circ}}{n - n^{\circ}}$. C'est par exemple la vapeur à condenser soit de 140° de température, que la température de l'eau froide soit de 12° et que celle du mélange doive être de 40 , ainsi que cela a lieu ordinairement dans les condensateurs, on fera dans les formules précédentes $n = 140^{\circ}$, $n^{\circ} = 60^{\circ}$ et $n^{\circ} = 12^{\circ}$, ce qui donne $\bar{u} = \frac{550 + n - n^{\circ}}{n - n^{\circ}} = \frac{650}{28} = 23,22$, et qui nous apprend que pour condenser 1 Kil. de vapeur de 140° de température, il faut $23,22^{\text{re}}$ d'eau froide à 12° , ou qu'en général, une telle vapeur pour être condensée convenablement exige $23,22$ fois son propre poids en eau froide.

Poids du combustible pour former une certaine quantité de vapeur donnée.

172. On peut aisément calculer aussi le nombre d'unités de chaleur à dépenser pour réduire en vapeur un poids \bar{u} de liquide dont la température n° est donnée. Car si n est la température que la vapeur doit obtenir, il est évident que le liquide contient déjà $\bar{u} n^{\circ}$ calories, et que la vapeur devra en posséder $\bar{u} (550 + n)$; donc il faudra seulement en dépenser ou lui en fournir $\bar{u} (550 + n - n^{\circ})$. D'après cela on s'édifie le poids du charbon nécessaire pour former la vapeur dans les chaudières des machines. Car, par exemple, 1 Kil. de houille donnant environ 7050 calories sans perte (§ 169) ou $\frac{1}{2} 7050 = 3525$ environ avec les pertes dues au foyer, à la cheminée, etc., le poids \bar{u} ci-dessus de vapeur exigera évidemment $\bar{u} \frac{(550 + n - n^{\circ})}{3525}$ Kil. de houille.

Réciproquement si on veut trouver le poids de vapeur à la température n que peut former un Kil. de houille, il suffira de diviser le poids \bar{u} précédent de vapeur, par le nombre $\frac{(550 + n - n^{\circ})}{3525}$ de Kil. de houille qui peuvent le former,

en sorte

ensorte que 1 Kil. de houille fournisse $\frac{3550}{550 + n - n'}$ Kil. de vapeur.

Comme il est toujours possible d'évaluer dans les machines le volume de vapeur qui se doit dans un temps déterminé à l'après le nombre des coups de piston et d'après le volume de course du piston on peut déterminer encore la quantité de combustible d'après ce volume. Car la densité π de cette vapeur s'obtient (§ 168) au moyen de la formule $\pi = \frac{0,81}{1 + 0,00575n} \times \frac{p}{1,753}$, et si α est le volume de la vapeur que doit fournir la quantité cherchée de combustible, on aura $\alpha = \pi x$. Donc le poids du combustible employé à la formation du volume α de vapeur sera également $\pi \frac{\alpha(550 + n - n')}{3550}$.

Si la machine est bien organisée, elle ne dépensera pas plus de combustible; si elle en dépense davantage, ce sera un signe que le foyer est mal disposé ou qu'il y a des fuites dans le cylindre, &c.

Plus grand travail d'un Kil. de combustible, et sa comparaison avec le travail obtenu dans la pratique.

173. Nous sommes maintenant en état d'enlever intelligemment le travail d'un Kil. de combustible sans supposer aucune perte. Car si le cylindre du corps de pompe reste échauffé, si la température de la vapeur ne baisse pas, non seulement il n'y aura pas de prégélité, mais encore la détente s'effectuera, comme pour l'air, d'après la loi de Mariotte, et le calcul du travail s'opérera comme on va le voir avec facilité. Nous avons vu que pratiquement 1 Kil. de houille donne $\frac{3550}{550 + n - n'}$ de vapeur, et que théoriquement il pourrait en fournir $\frac{7050}{550 + n - n'}$; si nous divisons ce dernier poids par la densité π de la vapeur c'est-à-dire par le poids d'un mètre cube, il est évident que le quotient $\frac{7050}{\pi(550 + n - n')}$ représentera le volume β de la vapeur à n degrés centigrades formée par un Kil. de charbon. Désignons d'ailleurs par p la pression de la vapeur correspondante à la température n et donnés par la table du § 167. Or la recherche du travail que peut produire un Kil. de charbon revient à celle du travail qui peut produire le volume β de la vapeur dont p est la tension, n la température, pendant qu'elle se dilate le plus possible, ou qu'elle prend un volume 10 fois, 100 fois plus grand que son volume primitif. S'appelle K le travail qui fournit un mètre cube de vapeur sous la pression atmosphérique ou de

1,033 par centimètre carré, donc le volume se dilate de la même manière que le volume b de la vapeur dont la tension est p . Le travail K se trouve immédiatement donné au moyen de la table du § 196 des préliminaires. Pour avoir celui du volume b de vapeur qu'on considère, on se rappelle que les quantités de travail de la même étendue de deux gaz dont les volumes primitifs et les tensions sont différentes, sont entre elles (§ 186 des préliminaires), comme les produits de ces tensions et de ces volumes. Désignant donc par x le travail cherché, on aura $x : K :: b \times p : 1 \times 1,033$ d'où on tire $x = K \times a \times \frac{p}{1,033}$. Cela sera par conséquent le travail d'un Kil^g de charbon pour une certaine étendue déterminée. Il nous reste cependant à modifier cette expression, en remplaçant la valeur de b par $\frac{7050}{\pi(550+n-n')}$ ce qui donne $x = \frac{7050 \times K}{(550+n-n') \times 1,033}$. Mais observons que la densité π de la vapeur (§ 161) est égale à $\frac{0,31}{1+0,00375n} \times \frac{p}{1,033}$. D'où on tire $\frac{p}{\pi \times 1,033} = \frac{1+0,00375n}{0,31}$, c'est-à-dire que la valeur du travail produit par un Kil^g de charbon devient

$$x = \frac{7050 \times (1+0,00375n)}{0,31 (550+n-n')} \times K.$$

Cette expression dans laquelle K ne dépend que du rapport du volume primitif au volume de la détente, et où la tension p de la vapeur n'entre plus, prouve qu'il n'y a pas un très grand avantage à augmenter la tension p dans la chaudière, si la détente reste la même. Car si le numérateur $1+0,00375n$ augmente un peu, attendu que la température n croît avec la pression, le dénominateur $550+n-n'$ augmente très rapidement. C'est donc bien à tort que certaines personnes espèrent obtenir un très grand travail de la vapeur à haute pression, elles ne font pas attention que la dépense de vapeur en poids augmente proportionnellement à la quantité de calorique ou de combustible. D'ailleurs les foyers perdent plus de chaleur; les fuites sont plus abondantes autour des pistons, de sorte que passé 4 atmosphères l'avantage est presque nul. Pour appliquer la formule précédente, nous supposons que le charbon doit former de la vapeur dont la tension soit de 4 atmosphères, que l'eau qui la produit soit d'ailleurs de 60, comme celle qui provient du condensateur, et que la détente de la vapeur soit poussée à 10 fois son volume primitif. Une tension de quatre atmosphères

atmosphères d'après le tableau du § 167 correspond à une température de 145° , 4, d'où $n = 145$, 4. La température de l'eau ou $n' = 6^{\circ}$. Quant à la valeur de K , elle représente ici le travail de la détente d'un mètre cube de vapeur sous une pression atmosphérique qui prend 10 fois son volume primitif, et d'après le tableau du § 196 des préliminaires, on aura $K = 34116^{\text{kgm}}$. Faisant ces substitutions dans la formule

$$X = \frac{7050 \times (1 + 0,00375n)}{0,31(350 + n - n')} \times K \quad , \quad X = \frac{7050 \times (1 + 0,00375 \times 145,4)}{0,31(350 + 145,4 - 6)} \times 34116^{\text{kgm}} =$$

$$7050 \times \frac{1,55}{530,37} \times 34116^{\text{kgm}} = 7050 \times 0,0029 \times 34116 = 28,45 \times 34116 = 697672^{\text{kgm}}.$$

Ainsi un Kil. de houille serait capable de produire un travail de 697672^{kgm} ; et cependant les meilleures machines de Woolf travaillant à 4 atmosphères, et où la détente est 4 fois le volume primitif ne donnent qu'un cheval vapeur pour 2^{kg} , 5 de houille brûlée par heure, c'est-à-dire $3600 \times 75^{\text{kg}} = 270000^{\text{kgm}}$. Donc dans ces machines un Kil. de houille fournira un travail égal à $\frac{270000}{2,5} = \frac{540000}{5} = 108000^{\text{kgm}}$. Ce n'est pas le $\frac{1}{6}$ de la quantité ci-dessus. Ce même résultat ne serait pas le $\frac{1}{10}$ du travail théorique du charbon dans le cas où on aurait supposé la détente prolongée jusqu'à 0^{at} , 014 de pression seulement. Mais on ne doit nullement s'étonner de ces différences. La détente n'a lieu qu'à 4 fois pour les machines de Woolf, parce que les frottements du piston rendent une trop grande détente nuisible pour l'effet utile (§ 195 des Préliminaires). Le vide parfait n'existe pas dans le condenseur, il y reste toujours de l'eau à une température d'au moins 60° qui sature l'espace en avant du piston, d'une vapeur dont la tension est de 0^{at} , 071. Et cette tension d'air continu dans l'eau de condensation ajoute souvent une pression de 0^{at} , 05 et même davantage. La pression totale qui provient du condenseur est donc de 0^{at} , 12 environ, par centimètre carré et occasionne une perte de travail contre le piston. Enfin les résistances, les frottements, les fuites, etc. absorbent souvent plus de moitié du travail restant. C'est ce qu'il est facile de reconnaître en faisant le calcul précédent du travail que produit un Kilogr. de charbon pour 3 atmosphères $\frac{1}{2}$ de tension et en tenant compte de la perte due au condenseur, on trouve effectivement environ le double de 108000^{kgm} . — Nous avons dit à l'occasion des machines à colonne

à colonne d'eau comment il est possible de calculer les pertes-moyens des pistons qui, parmi toutes les distances, sont celles qui exercent sur les machines à mouvement alternatif la plus d'influence. On peut juger d'après cela que les machines puissantes dont les pistons ont une grande surface et qui travaillent sous les mêmes conditions que les petites machines, doivent éprouver moins de déchets de travail proportionnellement que ces dernières. Nous n'insisterons pas sur cet objet, non plus que sur la manière d'estimer le travail pour une machine donnée et le déchet que elle éprouve; nous nous en sommes occupés préliminairement pages 162, 178.

174. Après ces différentes considérations théoriques sur la constitution de la vapeur et sur le travail absolu de son combustible, nous allons passer aux conditions mêmes de l'établissement des machines que la vapeur fait mouvoir.

Chaudières et foyers. Déjà nous avons donné § 162 la disposition des chaudières ainsi que celle du foyer, et des circuits de la flamme et de la fumée. Nous avons dit que la chaudière devait être remplie d'eau jusqu'au dessus de cet endroit, et que le vide pour la vapeur devait être au moins (§ 165) trois fois le volume du cylindre qui reçoit immédiatement de la chaudière la vapeur expansive; mais dans la pratique on donne à ce vide jusqu'à 10 fois et quinze fois afin d'éviter les variations de tension dans la chaudière. Il nous reste encore beaucoup de choses à dire sur la proportion des chaudières et des foyers.

Surface de chauffe. Le liquide ne s'échauffe que par l'intermédiaire des parois qui sont exposées directement à l'action du foyer ou de la flamme qu'après être sortie de ce foyer circulaire dans les conduits. La surface de ces parois exposée immédiatement à la flamme se nomme surface de chauffe. Elle est à peu près moitié de la surface totale de la chaudière dans les chaudières à tombereau de Watt, et un peu plus forte dans celles de Wolf avec bouilleurs. La quantité de chaleur transmise dans un temps donné et à surface égale de chauffe dépend de la conductibilité de la matière de l'enveloppe

et de son

Proportions des chau-
dières, foyers, grilles,
cheminées, &c....

et de son épaisseur. C'est pourquoi les chaudières épaissees en fonte de ce dernier système exigent plus de surface de chauffe que celle de tôle du premier.

D'après M. Clément une chaudière en fonte avec bouillonne laisse passer par mètre carré de surface de chauffe 20000 à 25000 unités de chaleur par heure. Or un Kilog^m de vapeur exige un peu plus de 650 unités (570) de chaleur, ainsi un mètre carré de surface de chauffe fournira $\frac{20000}{650}$ ou $\frac{2500}{65}$ ou 30 à 38 Kilog^m de vapeur par heure. On doit compter au plus sur 30 Kil^m. Dans les chaudières en tôle de Watt, on compte sur environ 36 Kil^m de vapeur par mètre carré de surface.

Grille, Cheminée, Cendrier. Selon M. Clément, on ne doit pas charger la grille du foyer de plus de 0^m,16 d'épaisseur de combustible. Pour brûler 20 Kil^m de houille par heure, il faut une surface de grille de 5 pieds carrés ou 0^m,50*. Les parois du foyer et celle du fond de la première conduite de la fumée ne doivent pas être levées de plus de 0^m,10 au-dessus de la grille. On évalue la surface des vides de la grille du $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ de sa surface totale. La grille a en projection horizontale une longueur égale à peu près au tiers de la longueur de la chaudière, et une largeur égale à celle de cette dernière. La surface supérieure de cette grille se trouve à environ 0^m,50 au-dessous des bouillonneuses ou du fond de la chaudière. Ordinairement la longueur totale de la chaudière est au moins égale à trois fois sa plus grande largeur quand elle est cylindrique, et seulement 2,5 quand elle est à toit-beau ou rectangulaire; la hauteur de celle-ci surpasse un peu sa largeur. D'où l'on voit qu'une fois la surface du fond de la chaudière fixée, on conclut celle de la grille. C'est de cette dernière qu'on déduit l'aire de la section de la cheminée ou d'un arc de chaleur, laquelle doit être égale partout entre le $\frac{1}{2}$ et le $\frac{1}{3}$ de la surface de la grille. Quand les cheminées sont fort hautes ou de 33 mètres, on peut se borner à $\frac{1}{6}$. La surface de section du cendrier par laquelle l'air arrive

* D'après Redgold, il faut environ 0^m,09 ou (0,30) de surface de grille pour brûler par heure 7 Kil de houille, ce qui s'accorde avec la teneur.

sous la grille doit, suivant Fredgold, être un peu moindre que celle de la cheminée. Enfin Fredgold estime que la longueur utile de la surface de chauffe des circuits n'exécède pas 4 fois l'aire de la grille; ce nombre est trop faible, et on peut le porter à 6 ou 7 fois.

Quantité de vapeur formée par 1^{kg} de combustible dans les chaudières de Watt et de Woolf.

175. Watt estimait que dans ses chaudières la combustion d'un kil^g de bonne houille donne 6 kil^g de vapeur. Ici la vapeur est à basse pression ou à la température moyenne de 105°; elle est formée avec de l'eau dont la température égale à celle du condenseur, est de 40°. Or 1^{kg} de vapeur correspond théoriquement dans cette chaudière $(5172) \frac{1 \text{ kg} \times (550 + 105 - 40)}{7500} = 0,822$ de houille; partant 1^{kg} de combustible donnera $\frac{6}{0,822}$ ou 7,3^{kg} de vapeur. Donc les chaudières de Watt qui sont bien disposées ainsi que leur foyer, ne donnent pas la moitié de la chaleur intégrale; ce qui est conforme à ce qui a été déjà dit.

Selon Woolf, ses chaudières à hauteurs en fonte fournissent 8 kil^g de vapeur pour 1 kil^g de houille. Mais ce résultat est exagéré, puisqu'il y a ici les mêmes causes de perte et un peu plus de dépense théorique. La température étant environ de 45° pour une tension de 4 atmosphères, 1 kil^g de houille donnerait théoriquement $\frac{7500}{550 + 145 - 40} = \frac{7500}{655} = 11,45$ de vapeur seulement. Réduisant toujours à moitié, on obtiendra encore 6 kil^g de vapeur au plus. — Il n'y a qu'un bon chauffeur, ou un système de grille tournante et toutes les précautions possibles, qui puissent faire obtenir au plus les $\frac{2}{3}$ de la quantité théorique de vapeur. C'est à dire 8 ou 9 kil par kil de houille ou de charbon de 1^{re} qualité. Mais on ne doit pas compter sur un tel avantage. Dans l'établissement des machines à vapeur de l'industrie.

Dimensions des chaudières et foyers de Watt et de Woolf par force de cheval.

176. En adoptant toutes les données ci-dessus, et en supposant que les machines de Watt à basse pression dépensent 6 kil^g de houille par cheval vapeur (75^{kgm}) et par heure, 6 kil^g de houille donnerait 6 x 6 ou 36 kil^g de vapeur; ce qui est à peu près ce que fournit dans le même temps un mètre carré de surface de chauffe. Or il faut par cheval de force un mètre carré de surface de chauffe, 0,1 à 0,12 mètres carrés de surface de grille, 0^m,04 à 0^m,05 de section de cheminée et de conduite. — Pour les machines de Woolf travaillant de 3 à 4 atmosphères, un cheval exige

cheval exige 3 Kil^g de bouille par heure qui produisent 3×6 ou 18 à 20 Kil^g de vapeur, un mètre carré de surface de chauffe demandant par heure 30 Kil^g de vapeur, il faudra environ $\frac{2}{3}$ de mètre carré de surface par cheval. Pour une machine de Wolff de 20 chevaux, le gros cylindre de la chaudière a une longueur de 4,70, un diamètre de 1,10. L'épaisseur de la fonte de ce même cylindre est de 45 millimètres. Les deux bouillottes ont chacune 4 mètres de longueur, 0,38 de diamètre, et 60 millimètres d'épaisseur. La surface de chauffe est de 12 à 14 mètres carrés ou à peu près $\frac{2}{3}$ de 20.

Cylindres à vapeur
des corps de pompe.

176. Il est d'usage de ne donner au plus au piston une vitesse qu'une vitesse moyenne de un mètre par seconde, la raison en est toute simple. Le travail développé par les forces motrices n'est comme la vitesse et à travail moteur égal, il sera plus considérable pour une grande que pour une petite vitesse. S'il y a de l'écart, comme dans les machines de Wolff, il ne faudra pas qu'elle dépasse 4 ou 5 fois le volume primitif (Préliminaire § 195). C'est par cette raison que le diamètre du plus petit piston dans ces machines sera un peu plus de la moitié de celui du grand. On suppose que la vapeur se détache par au-dessus du petit piston, de sorte que le volume du corps de pompe de ce dernier sera la mesure du volume de vapeur introduite à chaque coup. Connaissant le nombre de chevaux de force que doit avoir la machine, on saura que la vapeur doit développer près du double de ce travail utile à cause des résistances, d'après quoi on calculera le volume de vapeur à fournir pour la chaudière dans 1^{re}, puis le diamètre du piston du plus petit corps de pompe, puis celui du grand, etc.

Application numérique
que de l'établissement d'une
machine particulière à
vapeur.

177. Ces idées générales vont s'éclaircir par un exemple particulier. Supposons qu'il s'agisse d'établir une machine de Wolff de la force de 20 chevaux, que la détente y soit 4 fois le volume primitif & de la vapeur fournie dans 1^{re}, que la tension primitive dans la chaudière soit de 3,50 atmosphères.

Volume de vapeur introduit par seconde. Il est évident que la quantité absolue de travail produite par la détente du volume α de vapeur fournie dans 1^{re} sera (§ 173) $\alpha \times K \times \frac{P}{P_{0,55}}$ ou $3,50 \times \alpha \times K$, l'expression dans laquelle K est le travail développé

par un mètre-cube de vapeur sous une atmosphère de pression pour une étendue de 4 fois son volume; ce travail K d'après la table du § 196 des Préliminaires est égal à $24650^{\text{kg.m}}$. Donc le travail que produira le volume α de vapeur à la tension de 3,5 atmosphères pour faire mouvoir la machine sera $3,50 \times 24650 \alpha$ ou $\alpha \times 86275^{\text{kg.m}}$. Mais ce travail est contrarié par la réaction qui provient du condenseur contre le piston du grand cylindre. Nous avons vu (§ 173) que cette réaction était produite; 1^o par la tension de la vapeur qui dans le condenseur est de $0^{\text{kg}},07$ par centimètre carré; 2^o par la pression de l'air contenu dans l'eau de condensation, pression évaluée à $0^{\text{kg}},05$ ou même davantage, de sorte que la réaction totale est moyennement de $0^{\text{kg}},12$ par centimètre carré de surface, c'est-à-dire enfin de 1200 Kilog.² par mètre carré. La pression totale contre la face du grand piston en communication avec le condenseur sera égale au produit de sa surface multipliée par 1200 Kilog.² Quant à la quantité de travail qu'elle absorbe dans une seconde, ce sera le produit de 1200 Kilog.² multiplié par le volume que parcourt le grand piston dans une seconde, — volume qui est quadruple de la même course pour le petit piston ou qui est égal à 4α . Donc le travail résultant produit par la vapeur dans une seconde sera en définitive $\alpha \times 86275 - 1200 \times 4 \cdot \alpha = \alpha \{ 86275 - 4 \cdot 1200 \} = \alpha \{ 86275 - 4800 \} = \alpha \cdot 81475 \text{ kg.m.}$ Ce travail devra être double du travail utile de la machine qui est de vingt chevaux ou de $20 \times 75^{\text{kg.m}}$ par seconde ou de $1500^{\text{kg.m}}$ ou aura $\alpha \cdot 81475 = 2 \cdot 1500$ ou $\alpha \cdot 81475 = 3000$; d'où on tirera $\alpha = \frac{3000}{81475} = 0^{\text{m}},0368$. C'est sera le volume de vapeur introduite par seconde sous le piston.

Rayons du petit et du grand piston. Nous savons que la vitesse du petit piston égale au plus $1^{\text{m}},00$ ou $0,9$, c'est la chemin décrit en une seconde. Si r est le rayon du petit piston, πr^2 sera sa surface. Le volume cylindrique qu'il décrit dans 1^{m} est au plus $0,9\pi r^2$; d'ailleurs comme les soupapes ne s'ouvrent point ou ne se ferment point instantanément, et qu'il y a un peu de fuite de vapeur, on fera bien de supposer le volume de vapeur introduit par 1^{m} moindre que la course cylindrique précédente et de le réduire à $0,8\pi r^2$. Donc on —

aura

aura $0^{\text{m}},1368 = 0,8 \times 3$, $1416 \cdot r^3 = 2,512 \cdot r^3$, d'où $r^3 = \frac{2,512}{2,512} = 0,0165$, et
 $r = \sqrt[3]{0,0165} = 0^{\text{m}},121$. Le diamètre du piston sera par consé-
 quent de $0^{\text{m}},242$, et comme celui du grand cylindre sera de 4 , ce dernier aura par conséquent
 un diamètre double ou $= 0^{\text{m}},484$.

Course du petit piston. Cette course dépendra du nombre
 des oscillations du volant. Supposons que ces oscillations soient
 de 28 par minute, et nommons C l'amplitude d'une course à
 raison de 2 par oscillation. Puisque la vitesse est de 1,00 par
 seconde, on aura $\frac{28 \times 2C}{60} = 1,00$ d'où $C = \frac{60}{56} = \frac{15}{14} = 1^{\text{m}},07$.

Poids de vapeur fournie par seconde. Nous avons vu
 que le poids de vapeur fournie par la chaudière au petit pis-
 ton dans une seconde était de $0^{\text{m}},0368$. Pour en conclure le
 poids, il faudra multiplier ce volume par la densité ρ qui d'après
 le § 168 est égal à $\frac{0,81}{140,00375 \times 1^{\text{m}},07} = \frac{0,81}{140,00375 \times 1,07} \times 3,50$. Or la table
 du § 167 nous apprend que la température ρ de la vapeur à 3,5
 atmosphères de tension est de 140,06. La densité précédente
 devient $\frac{0,81 \times 3,50}{140,00375 \times 1,07} = \frac{2,66}{1,53} = 1^{\text{kg}},15$. Partant le poids de va-
 peur fournie au petit piston dans une seconde sera le pro-
 duit $1,15 \times 0,0368 = 0^{\text{m}},0423$.

Poids d'eau d'injection par seconde. Ce poids se calcule
 au moyen de la formule du § 171 qui nous apprend que pour
 condenser de la vapeur de 140° de température avec de l'eau à
 12° et pour ramener le mélange à la température de 40° , il
 faut que le poids de l'eau d'injection soit 23,22 fois le poids de
 la vapeur, or ce dernier a été trouvé de $0^{\text{m}},0423$. Ainsi le
 poids d'eau d'injection par seconde sera $23,22 \times 0,0423$ ou
 $0^{\text{m}},981$.

Dimensions de la pompe à air. La pompe à air doit
 élever par seconde le mélange de vapeur et d'eau, c'est-à-dire
 $1^{\text{kg}},15$ ou $0^{\text{m}},0423$ ou $1^{\text{kg}},65$. Comme cette pompe est simplement
 aspirante et qu'elle donne 28 coups par minute, elle entraînera
 un poids d'eau, par coup, égal à $\frac{60 \times 1,65}{28} = \frac{99}{28} = 3^{\text{kg}},54$.
 D'ailleurs un $1^{\text{kg}},54$ d'eau équivaut à la capacité d'un litre...
 Cela devrait être le volume de la course du piston de la pompe

à air; ou bien encore il sera représenté par $0^{\text{m}40}, 0035$. — L'amplitude de l'oscillation du piston est réglée par la position du point de suspension de la tige sur la balance. En admettant que cette oscillation soit de $0^{\text{m}50}$, la surface du piston sera $\frac{0^{\text{m}40}, 0035}{0^{\text{m}50}} = 0^{\text{m}80}, 007$. Son rayon r sera donné par la formule : $\pi r^2 = 0^{\text{m}80}, 007$, et sera encore de $0^{\text{m}05}, 7$. Mais comme cette pompe doit aussi enlever l'air qui arrive avec la vapeur, on donnera à son piston un plus grand rayon.

Dimensions du condenseur. Le condenseur ne doit pas seulement contenir l'eau d'injection et l'eau de condensation de la vapeur qui arrive à chaque oscillation; il faut encore qu'il soit suffisamment étendu pour que l'air comprimé dans l'une et l'autre s'y dilate de façon que sa tension n'y soit pas très considérable. Car cette tension s'ajoute à celle de la vapeur qui correspond à la température 40° du condenseur pour contraindre le mouvement du piston moteur. Nous supposons comme nous l'avons déjà dit § 173 et précédemment que la tension de cet air dilaté s'élève à dans le condenseur de $0^{\text{m}85}$ par centimètre carré de surface, et nous rappellerons en outre que de l'eau à l'extérieur ou à l'air libre contient toujours un volume d'air égal au $\frac{1}{20}$ de sien propre, sous une tension de 1 Kil, 033. (Cela posé, nous avons vu que la somme des quantités de vapeur et d'eau d'injection qui arrivaient à chaque oscillation était égale à 3 Kil, 54, ou que le volume ou était de $3^{\text{lit}}, 54$ qui s'étant supposé venir du dehors contiendront en air ordinaire $\frac{1}{20} \times 3^{\text{lit}}, 54$ ou $\frac{3^{\text{lit}}, 54}{20}$ ou enfin $0^{\text{lit}}, 18$. Ce volume d'air venant du dehors est censé être à la tension 1^{lit}, 033 et à la température de 12° ; et en arrivant dans le condenseur il doit à la fois passer à la température de 40° et réduire sa tension à $0^{\text{m}85}$. D'après cela, nous pouvons conclure le volume de ce air dans le condenseur. Si nous faisons l'abstraction du changement de température, il est évident que sous la pression $0^{\text{m}85}$ l'air en question devra occuper dans le condenseur un volume de $0^{\text{lit}}, 18 \times \frac{1^{\text{lit}}, 033}{0^{\text{m}85}} = 0^{\text{lit}}, 18 \times 1,26 = 3^{\text{lit}}, 30$. — Mais comme la température s'élève de 12° à 40° dans le condenseur, l'espace de l'air contenu dans le mélange de l'eau d'injection et de la vapeur s'augmentera dans le rapport de $1+0,00375 \cdot 12$ ou 1,045 à $1+0,00375 \cdot 40$ ou 1,15. C'est-à-dire dans le rapport environ de 1 à 1,1. Donc l'espace occupé

par l'eau l'eau la condensation $\approx 3,36 \times 1,1 = 3,69$, ou est égal à peu près au volume 3,56 de l'eau mélangée. Enfin puis qu'il est nécessaire que la pompe à air puisse suiter à chaque coup au moins la capacité du réservoir, on voit que le volume cylindrique de la course de la pompe à air devra être la même que celui du réservoir ou condenseur, et par conséquent être double de la quantité d'eau mélangée que cette pompe doit élever dans un coup. Donc le rayon du piston de cette pompe au lieu de $h^{\frac{1}{2}}$, 7 comme nous l'avons trouvé tout à l'heure, doit être de $g^{\frac{1}{2}}$, 4.

Pompe à eau froide et Pompe alimentaire. La pompe à eau froide doit se calculer de manière qu'elle fournisse par seconde $1^{\frac{1}{2}}$, 58 d'eau, ou $\frac{60 \times 1,58}{24} = 3^{\frac{1}{2}}$, 37 par coup si elle est à simple effet; ou seulement $1^{\frac{1}{2}}$, 69 si elle est à double effet. Le volume cylindrique de la course doit être augmenté de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}$ à cause d'un port et fuites. — Quant à la pompe alimentaire, prenant une partie de l'eau de la pompe à eau à 40° pour la faire passer dans la chaudière, elle devra élever $0^{\frac{1}{2}}$, 0631 d'eau par seconde, ou $\frac{60 \times 0,07}{24}$ ou $\frac{42}{24}$ ou $0^{\frac{1}{2}}$, 15 à chaque coup, puisqu'elle est à simple effet.

Travail des diverses pompes. Si l'on veut calculer le travail de ces pompes, on prendra, pour tenir compte des frottements les $\frac{1}{2}$ du produit de l'eau qu'elles élèvent par second, et de la hauteur à laquelle cette eau est élevée. Cette hauteur pour la pompe d'injection est celle du dégorgeoir au-dessus du niveau du puitsard dont l'eau est extraite. Pour la pompe alimentaire cette hauteur est due à la différence des pressions dans la chaudière et à l'extérieur; c'est-à-dire ici à 3 atmosphères $5 = 1$ ou $2,5^{\frac{1}{2}}$, 009, ou en mot cette hauteur sera $2,5 \times 10,33$ ou $25,83$. — Enfin on remarquera que pour la pompe à air, le piston est poussé de haut en bas par une pression atmosphérique ou par une pression de $1^{\frac{1}{2}}$, 333 et de bas en haut par une pression intérieure de $0^{\frac{1}{2}}$, 15, de sorte la pression résultante est de $0^{\frac{1}{2}}$, 913 qui équivaut à une hauteur de 9,13. L'eau est en outre élevée dans la bêche qui n'est pas à plus de 1,70 de hauteur, de sorte que 10 mètres représenteront la hauteur à laquelle l'air est élevé par la pompe à air.

Diamètres des
conduits de vapeur et
des soupapes.

178. Il nous reste à calculer le diamètre de conduite de la vapeur et des orifices de soupapes. Ordinairement on dit que les tuyaux de la vapeur n'ont pas besoin d'un grand diamètre, parce que la vapeur tend à prendre une grande vitesse, et on a assigné par exemple 1 à 2 centimètres de diamètre au tuyau qui conduit la vapeur sur une machine de 8 chevaux; mais cela est faux. Car la vapeur ne chemine dans les conduits et orifices qu'en vertu de la différence de tensions aux extrémités. Par exemple dans le passage de la chaudière aux cylindres, cette différence ne peut pas excéder sans inconvénient la dixième de la tension dans la chaudière. Elle est ainsi pour une machine de Woolf de 0, ^{atm}/₁₀, 175, et elle répond à une hauteur de colonne de vapeur facile à calculer, et qui donnera la vitesse avec laquelle la vapeur s'échappe de la chaudière; d'après quoi, connaissant la dépense on calculera le diamètre du tuyau. On remarquera en outre que la vapeur en arrivant sous le piston perd toute la force vive qu'elle a acquise par la différence de tension dans la chaudière et le cylindre. D'où l'on doit l'avantage de diminuer cette différence la plus possible en agrandissant les tuyaux. Cette détermination des tuyaux repose tout-à-fait sur les principes exposés relativement à l'écoulement des gaz.

Des Moteurs animés.

Définition du
travail mécanique des
moteurs animés.

179. Les moteurs animés diffèrent des moteurs uniquement soumis aux lois de la physique, en ce qu'ils ne peuvent agir d'une manière continue, qu'ils sont susceptibles de se fatiguer au bout d'un certain temps de travail, et forcé de prendre un repos plus ou moins long. La quantité de travail mécanique qu'ils peuvent livrer journellement varie suivant le mode de leur emploi et selon les circonstances; mais elle est dans chaque cas, susceptible d'un maximum comme pour les autres moteurs à égalité de fatigue journalière; en un mot il existe une vitesse du point d'application, un effort et une durée de travail qui sont les plus convenables pour l'effet utile (Preliminaires § 148). — Notamment en général V la vitesse moyenne en mètres du point d'application du moteur; ou la chemin censé décrit uniformément dans chaque seconde, P l'effort moyen en kilogrammes qu'il

exerce et estime dans le sens de ce chemin, enfin T la durée totale seconde de l'action journalière qui peut être ou continue ou coupée par des repos plus ou moins fréquents nommés relâches ou *haltes*. Dans la durée t il est pas compris dans T ; la quantité de travail mécanique développée par le moteur aura évidemment pour mesure le produit PVT^{km} . A cet égard il est nécessaire de rappeler que, d'après les principes just qu'ici exposés, le travail mécanique peut se mesurer en un point quelconque de la transmission du mouvement, pourvu que l'effort soit estimé dans le sens de ce mouvement ou que le chemin réel soit estimé dans le sens de l'effort, et pourvu encore que le travail des résistances passives entre le point où se mesure le travail et celui où le moteur opère réellement, puisse être négligé vis-à-vis du premier, ainsi qu'il arrive dans beaucoup de circonstances.

Conditions pour lesquelles le travail est le plus avantageux.

180. Cela posé, le produit PVT^{km} qu'on nomme quantité de travail journalière, est, comme nous l'avons dit, susceptible d'un maximum à égalité de fatigue journalière, en demandant à P à V et à T des valeurs qu'une longue expérience indique comme convenables. Dans aucun cas on ne peut faire travailler le moteur sous un effort et une vitesse qui excèdent les limites données également par l'expérience, et il n'est pas non plus possible d'augmenter la durée T du travail journalier au delà d'un certain terme, quelque faible que soit d'ailleurs le travail PV livré dans chaque seconde. Cette durée limite paraît être de 18 heures au plus par jour, ou environ le double de la durée ordinaire et la plus avantageuse du travail. — Quant à la limite de l'effort, il varie entre le triple et le quintuple de l'effort qui convient au maximum d'effort, selon les circonstances ou la durée plus ou moins prolongée de cet effort. — Enfin la vitesse limite paraît varier aussi en raison de la durée totale du mouvement et être comprise entre quatre fois et 10 fois la vitesse la plus convenable au travail. — De sorte encore ces limites extrêmes, les moteurs animés ont la faculté de faire varier, pour ainsi dire arbitrairement leur effort et leur vitesse, pourvu que, quand l'un augmente l'autre diminue, et que si l'un et l'autre sont dans l'effort et la vitesse les plus convenables, la durée T du travail journalier soit moindre. En effet le produit

PVT^{me}, dans de telles circonstances, ne peut jamais atteindre sa valeur maximum sans que la fatigue journalière de l'animal ne soit augmentée, et sans que sa santé ne soit compromise si ce travail doit être renouvelé plusieurs jours de suite. Cette faculté qu'ont les animaux de pouvoir accélérer jusqu'à un certain point la quantité de travail PV qu'ils livrent dans chaque seconde, est toujours présente dans l'industrie manufacturière. Mais il ne faut pas oublier que la durée réelle du travail doit être compensée par de fréquents repos, et qu'enfin l'effet utile journalier PVT qu'on pourra espérer d'un semblable emploi du moteur, sera moindre que celui que l'on obtiendrait d'un travail mieux réglé.

Avantages du mode continu d'action des moteurs animés du mode d'action intermittente.

181. Quelques auteurs il est vrai, et Coulomb entre autres prétendent que dans certains genres de travaux tels que celui qui consiste à battre des pieux, à sonner une cloche, &c., le mode intermittent doit-il s'agit présente des avantages particuliers, et est susceptible d'un effet utile journalier plus considérable que si le moteur agissait avec plus de continuité et sans de minimes efforts ou s'arrêtait. Mais quoique ce mode d'opérer soit souvent nécessité par des circonstances particulières où l'on tend à accélérer le travail tout en diminuant le nombre des moteurs qui y sont à la fois appliqués, — l'augmentation du travail journalier n'en paraît pas moins douteuse. Il y a lieu de croire, par exemple, que les hommes qui sont appliqués à une domestic ou exerçant un effort de 16 Kil^g, et dont le travail est interrompu par de fréquents repos développent un effet utile journalier sensiblement moindre que les chevaux de long qui agissent avec un effort égal au plus à 10 Kilog^{ms}. M. Hubert, célèbre Ingénieur de la Marine, correspondant de l'Académie des sciences, a fait à l'arsenal de Rochefort des expériences très suivies qui ont appris que les quantités de travail journalières développées par des forgerons qui frappent jusqu'à 2560 coups avec des marteaux de 7¹/₂ 165 mms en avant, s'élevait environ à 67000^{mm}; ce qui est un peu moins que le travail du homme, parce que la vitesse imprimée au marteau est très grande. Or il résulte d'autres observations de M. Morellet, que le travail augmente sensiblement à mesure que le poids du marteau diminue, et il pense que le marteau des fontaines est celui qui

permet le plus de travail journalier à égalité de fatigue. C'est qu'en effet ici l'action est plus continue et le travail par seconde moindre. On peut admettre, sans risque de se tromper, que dans cette dernière circonstance comme dans celle du sciage dit de long, le travail journalier fourni par des hommes exercés peut s'élever à 160 000 Kxm, ou plus du double du travail ci-dessus, sans qu'il en résulte un excès de fatigue.

Valeur du travail
mécanique des moteurs
animés.

182. Ce résultat est consigné dans le Tableau ci-après que nous avons emprunté à M. Navier, (Architecton. hydraulique de Bélidor page 396 et suivantes), et auquel nous avons fait plusieurs additions propres à le compléter et à en faciliter l'application dans quelques cas particuliers. Nous ferons remarquer avec M. Navier que les données de ce tableau concernent les valeurs de la vitesse, de l'effort ou du temps qui paraissent les plus avantageuses dans chaque cas spécial, et que les résultats en doivent être regardés que comme des termes moyens qui peuvent s'élever, ou plus ou au moins, de $\frac{1}{4}$ au $\frac{1}{3}$ du travail effectif, suivant l'âge, la vigueur des individus, leur genre de nourriture et le climat qu'ils habitent. Ces observations appartiennent d'ailleurs à divers auteurs et notamment à Coulomb. Il faut aussi observer que, d'après ce qui précède, on peut, sans craindre une diminution sensible de l'effet utile journalier, faire varier de quelque chose la vitesse et l'effort indiqués au tableau, pourvu que leur produit en soit pas trop changé et que la durée journalière du travail soit établie en conséquence.

Tableau de

Tableau des quantités de travail mécanique que peuvent fournir moyennement l'homme et d'autres animaux dans différentes circonstances.

N ^o	Nature du Travail.	Poids stat. ou effort moyen exercé.	Vitesse en chaînes par secondes.	Temps par chaîne.	Donné par journalier.	Quantité de travail journalier.
		Kilog.	Mètres	K x m.	heures	K x m.
1	1°. Elevation verticale des poids.					
1	Un homme montant une rampe douce ou un escalier sans fondre, son travail continué dans l'élevation du poids de son corps.	65	0,15	9,75	8	210,000
2	Un manoeuvre élevant des poids avec une corde et une poulie, ce que l'élève à faire descendre la corde à vide.	18	0,20	3,60	6	77,760
3	Un manoeuvre élevant des poids en les descendant avec la main.	20	0,17	3,40	6	75,480
4	Un manoeuvre élevant des poids et les portant sur son dos au haut d'une rampe douce, ou d'un escalier et revenant à vide.	65	0,08	2,60	6	56,160
5	Un manoeuvre élevant des machines avec une bricole et montant une rampe ou $\frac{1}{12}$ et revenant à vide.	60	0,02	1,20	10	43,200
6	Un manoeuvre élevant des tonnes à la pelle à la hauteur moyenne de 5,60.	2,7	0,40	1,08	10	38,880
	2°. Actions sur les machines.					
	Un manoeuvre agissant sur une roue à chevilles ou à tambour.					
1	1°. Au niveau du bas de la roue.	60	0,15	9	3	259,300
2	2°. Vers le bas de la roue ou à 26°.	12	0,70	2,4	3	251,120
3	Un manoeuvre marchant et poussant ou tirant horizontalement.	12	0,60	7,2	3	207,360
4	Un manoeuvre agissant sur une manivelle.	1	0,75	6	3	172,800
5 id. tirant, poussant et tirant.					
 id. tirant, poussant et tirant.	5	0,1	5,5	3	153,480
6	Un cheval attelé à une voiture ordinaire et allant au pas.	70	0,90	63	10	2163,000
7	Un cheval attelé à un manège et allant au pas.	45	0,9	40,5	8	1166,400
8 id. allant au trot.	30	2,0	60	4,5	972,000
9	Un Bœuf id. allant au pas.	65	0,6	39	1	1125,200
10	Un Nègre id. id.	30	0,90	27	1	777,600
11	Un Escl. id. id.	14	0,30	11,6	1	336,080

Transport

Transport horizontal des fardeaux.

Différence entre le travail des transports horizontaux et le travail mécanique des moteurs.

183. Des Observateurs habiles en tête desquels nous devons placer Coulomb, ont fait aussi des expériences sur ce genre de travail qui, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer dans les préliminaires du Livre § 92 et suivantes, ne doit pas être confondu avec le travail mécanique véritable. L'unité qui a été adoptée pour la mesure de l'utilité, du transport horizontal, quoiqu'analogue à celle du travail mécanique, en est dans le fond fort différente, puisqu'il ne s'agit pas ici d'effort exercé ou de résistance vaincue dans la sans propre du chemin parcouru. Sans aucun doute, le transport horizontal tend au moins de la part du moteur est un travail mécanique intérieurment développé, d'où résulte un degré plus ou moins grand de fatigue; mais comme on substitue ici, dans la mesure de l'effet utile, le poids propre du fardeau à la résistance que ce fardeau oppose au mouvement, et que cette résistance non seulement varie dans chaque cas, mais encore peut en que l'on soit débarrassé aussi petite qu'on veut sans que l'effet utile soit amoindri, il est évident qu'on ne doit pas attacher la même idée à la mesure de cet effet utile et à celle du travail mécanique qui dans certains cas devrait employer à le produire, comme par exemple, quand le fardeau est porté sur une voiture, sur un bateau, ou quand il est simplement traîné à terre ou porté sur un traîneau.

Manière d'estimer le travail du transport horizontal.

184. À cela près il est aisé de s'approprier que si on considère un même mode de transport, la fatigue, ou la quantité de travail effectivement développée, doit croître proportionnellement au poids du fardeau et à la distance parcourue, ou au produit du nombre de Heft^{en} qui pèse le fardeau, multiplié par le nombre de mètres de chemin parcouru; ce qui revient à prendre pour unité propre à mesurer l'utilité du transport, l'unité de poids transporté à l'unité de distance. Mais on remarquera que si la circonstance du transport, ou si seulement la viabilité de la route parcourue, ou même encore la vitesse viennent à changer, l'effet utile restant le même, le travail mécanique ou le degré de fatigue que ce transport suppose, peut être très différent. Il en est ici à peu près comme

de travail du fendeur et du sciur de bois pour lesquels une même quantité d'ouvrage ou d'effort utile peut représenter des quantités très variables de travail mécanique selon la nature de l'outil, la dureté de la matière, &c...

Changements occasionnés dans le travail des transports horizontaux, par la différence des communications

185. À ce sujet nous ferons observer que les transports inscrits dans le tableau suivant et qui sont effectués avec des voitures, des brouettes, &c... supposent des chemins d'une viabilité ordinaire, et que pour des routes parfaitement unies l'effort utile augmenterait à égalité de travail mécanique, comme il diminuerait par des routes en mauvais état. Voici au reste quelques-uns des résultats que l'expérience a fait connaître à l'égard des voitures ordinaires. — Pour un terrain horizontal ferme et uni, ou pour les chaussées pavées, la force du tirage des chevaux allant au pas est de 750 au 100 de la charge totale, voiture comprise, ou moyennement 75. Elle est de $\frac{1}{16}$ de la charge pour une voiture suspendue attachée au grand trot sur une chaussée pavée, c'est-à-dire que pour la pavé la traction croît avec la vitesse. — Enfin elle est le $\frac{1}{8}$ de la charge totale pour un terrain sablonneux ou sur des cailloux nouvellement placés, soit au pas, soit au trot. Quant aux chemins en fer à ornieres saillantes, l'effort du tirage varie de $\frac{1}{80}$ au $\frac{1}{100}$ de la charge totale. — Nous ne parlons pas du transport par bateaux dont le tirage pourra toujours être apprécié d'après ce qui a été dit au § 212 des Préliminaires.

Tableau &c...

Tableau des efforts utiles que peuvent produire l'homme et les animaux dans le transport horizontal des fardeaux considérés en direction, c'est-à-dire dans le sens de la marche.

N ^o d'ordre	Nature du Transport.	Effort transporté	Poids ou charge par bœuf	Effort utile par seconde supprimée en kil. transportés par seconde	Nombre de bœufs nécessaires pour le traire.	Effort utile par jour
		Kil. m.	Mètres	Kil. m.	Heures	Kil. m.
1	Un homme marchant sur un chemin horizontal sans fardeau, son travail consistant dans le transport du poids de son corps	65	1,50	97,5	10	3310,000
2	Un manœuvre transportant des matériaux dans une petite charrette ou camion à deux roues et revenant à vide	100	2,50	50	10	1500,000
3	Un manœuvre transportant des matériaux dans une brouette, et revenant à vide chercher de nouvelles charges	60	0,50	30	10	1030,000
4	Un homme voyageant emportant des fardeaux sur le dos	40	0,75	30	7	756,000
5	Un manœuvre transportant des matériaux sur son dos et revenant à vide chercher de nouvelles charges	65	0,50	32,5	6	702,000
6	Un manœuvre transportant des fardeaux sur une voiture et revenant à vide chercher de nouvelles charges	50	0,33	16,5	10	594,000
7	Un cheval transportant des matériaux sur une charrette et marchant au pas continuellement chargé	700	1,10	770	10	27720,000
8	Un cheval attelé à une voiture et marchant au pas continuellement chargé	350	2,20	770	4,5	12474,000
9	Un cheval transportant des fardeaux sur une charrette et revenant à vide chercher de nouvelles charges	700	0,60	420	10	15120,000
10	Un cheval chargé sur le dos et allant au pas	120	1,1	132	10	4752,000
11 id et allant au trot	80	2,2	176	7	4455,000

Fin du Cours de Mécanique industrielle.



VA 1 151 8200

Digitized by Google